

**Урок по алгебре и начала  
анализа  
в 11классе  
Интеграл**

Учитель Стрельникова Любовь  
Петровна

**«Путешествие  
в мир  
интегралов и  
первообразных»**

# Путешествие в мир интегралов и первообразных.



**Достижения крупные  
людям  
Никогда не давались  
легко!**

## Цели и задачи:

### Обучающие:

обобщение и систематизация знаний учащихся;  
закрепление основных понятий базового уровня.

### Развивающие:

развитие познавательного интереса;  
развитие логического мышления и внимания;  
формирование потребности в приобретении знаний.

### Воспитательные:

воспитание сознательной дисциплины и норм  
поведения;  
воспитание ответственности, умения принимать  
самостоятельные решения.

## Верно ли утверждение, определение, свойство?



**1. Функция  $F$  называется первообразной для функции  $f$  на заданном промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка  $F'(x)=f(x)$**

**2. Если  $F'(x)=0$  на некотором промежутке  $I$ , то функция  $F$  не всегда постоянна на этом промежутке.**

**3. Пусть на отрезке  $[a; b]$  оси  $Ox$  задана непрерывная функция  $f$ , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком  $[a; b]$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$  называют криволинейной трапецией**

4. Для любой непрерывной на отрезке  $[a; b]$  функции  $f$   $S_n$  при  $n \rightarrow \infty$  стремится к некоторому числу. Это число называют (по определению) интегралом функции  $f$  от  $a$  до  $b$  и обозначают

$$\int_a^b f(x) dx$$

**5. Официальной датой рождения дифференциального исчисления можно считать май 1684, когда Лейбниц опубликовал первую статью «Новый метод максимумов и минимумов...». Эта статья в сжатой и малодоступной форме излагала принципы нового метода, названного дифференциальным исчислением.**

## Устная работа.



Существуют ли интегралы:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x} dx; \quad \int_0^7 \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} dx.$$

Назовите одну из первообразных для каждой из следующих функций:

$$f(x) = 4; \quad f(x) = -1; \quad f(x) = x^3; \quad f(x) = \cos x;$$
$$f(x) = x^2 + 3 \cos x.$$

Пример

$$1) \int_{-1}^1 x^4 dx;$$

Ответ: а)  $\frac{2}{5}$ ; б) 0,6; в)  $2\frac{1}{2}$

$$2) \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos dx;$$

Ответ: а) 2; б) 1; в) 1,5

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$$

Ответ: а) 0; б) 2; в) 1

$$4) \int_2^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^2};$$

Ответ: а)  $2\frac{1}{2}$ ; б)  $-2\frac{1}{2}$ ; в) 2

$$5) \int_{-5}^{-2} (-x^2 - 6x - 5) dx;$$

Ответ: а) 9; б) 9,5; в) -9

$$6) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2(\pi+x)}$$

Ответ: а) 1; б) 1,5; в) 2

$$7) \int_{-1}^2 \frac{dx}{(2x+1)^2};$$

Ответ: а) -0,6; б) 0,6; в) 1

# Немного истории

$$\int y dx$$

-1675 г, опубликовано в 1686 г

ввел Г.Лейбниц

$$f'(x)$$

- 1675 г, Ж Лагранж

Официальной датой рождения дифференциального исчисления можно считать май 1684, когда Лейбниц опубликовал первую статью «Новый метод максимумов и минимумов...»

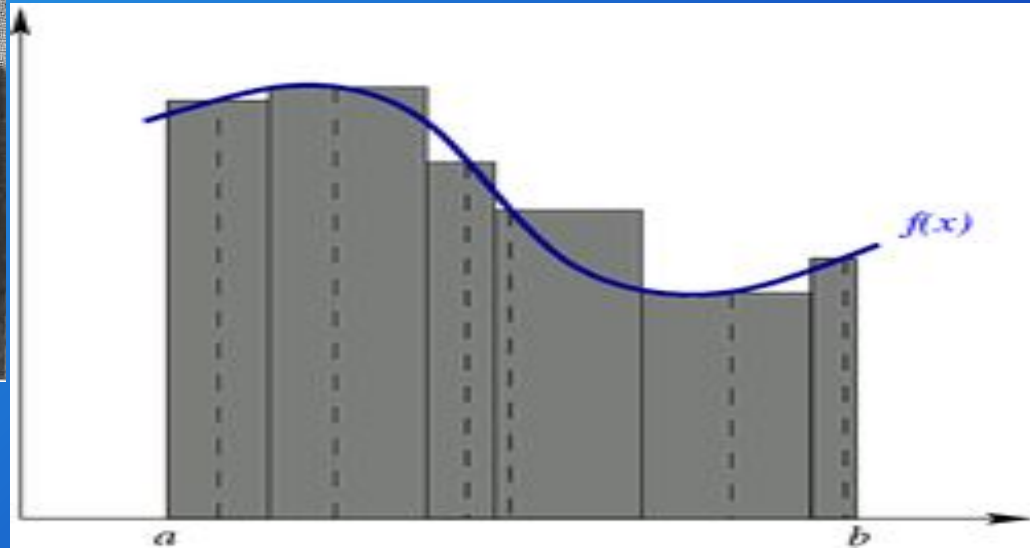
В XIX веке Коши первым дал анализу твёрдое логическое обоснование, введя понятие предела последовательности, он же открыл новую страницу комплексного анализа. Пуассон, Лиувиль, Фурье и другие изучали дифференциальные уравнения в частных производных и гармонический анализ.



# Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

« Общее искусство знаков  
представляет чудесное  
пособие, так как оно  
разгружает воображение...»

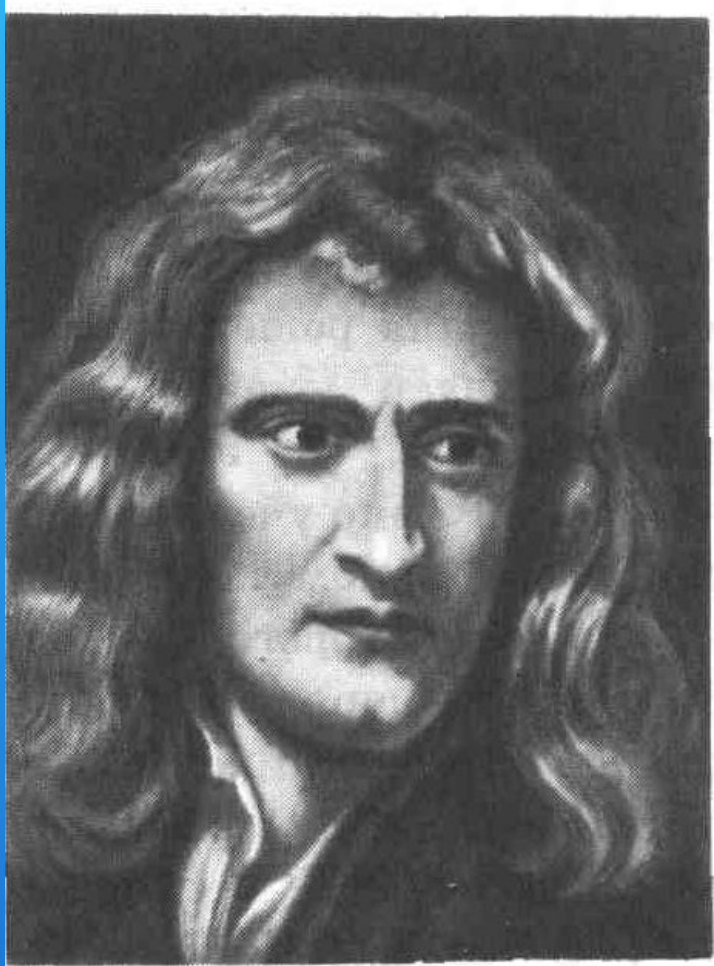
**Лейбниц**



Формула Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

# Исаак Ньютон (1643-1727)

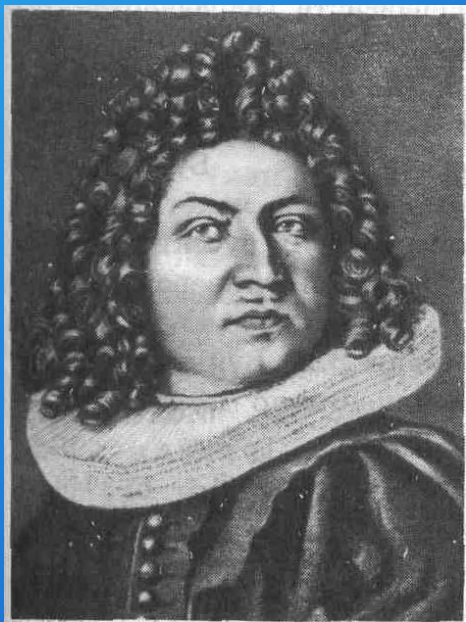


Разумом он  
превосходил род  
человеческий.

Лукреций

# Немного истории

- «Интеграл» придумал Я.Бернулли (1690)
  - «восстанавливать» от латинского *integro*  
«целый» от латинского *integer*



# ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

неопределенный  
интеграл  
(первообразная)

И.НЬЮТОН

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный  
интеграл  
(площадь  
криволинейной  
фигуры)

Г.ЛЕЙБНИЦ

# Дифференцирование

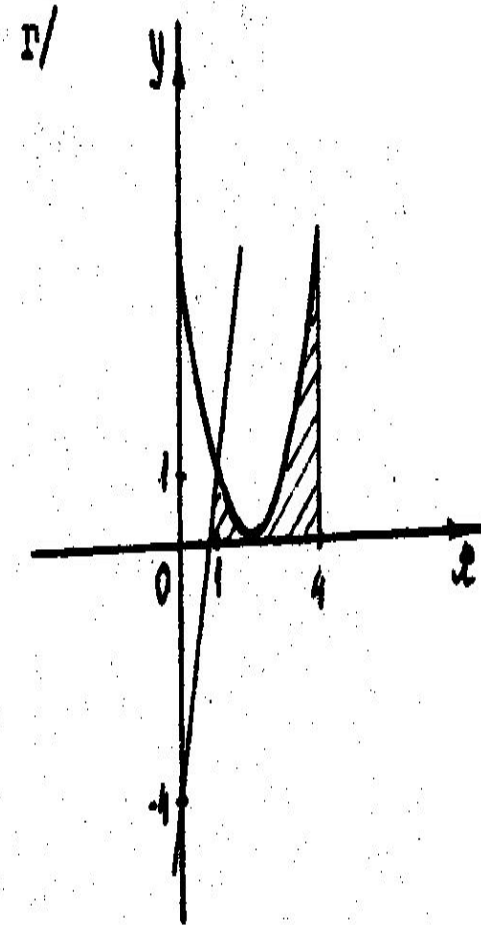
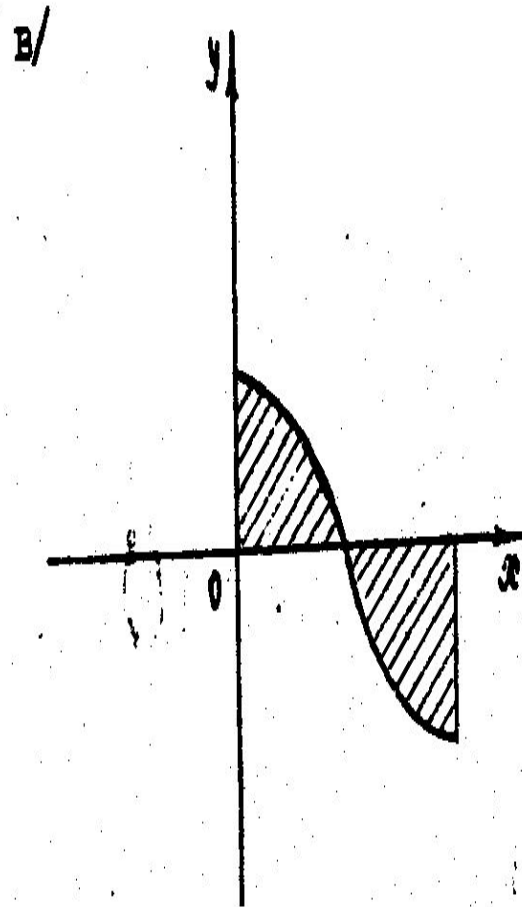
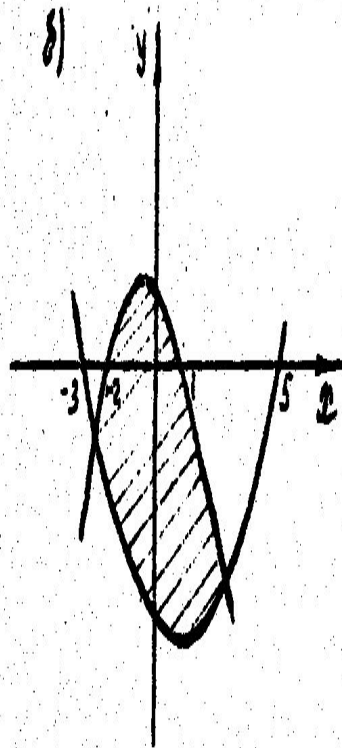
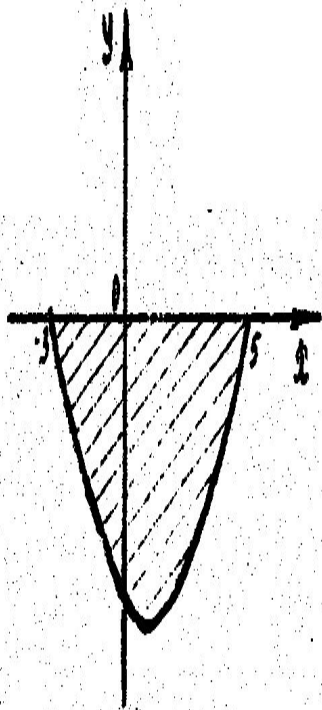


$x(t)$     $v(t)$     $a(t)$

# Интегрирование

Интеграл функции — естественный аналог суммы последовательности. Согласно основной теореме анализа, интегрирование — операция, обратная к дифференцированию. Процесс нахождения интеграла называется интегрированием.

# Являются ли фигуры криволинейными трапециями ?



# Применение интеграла

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Центр масс



Спасибо за урок!