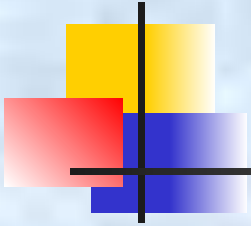


**МКОУ «Большеатлымская средняя  
общеобразовательная школа»**



*Сближение теории с практикой дает  
самые благоприятные результаты, и не  
одна только практика от этого  
выигрывает, сами науки развиваются под  
влиянием ее.  
П. Л. Чебышев*

**Тема: «Интеграл и его практическое  
применение»**



---

**Выполнил:**

**Ершов Николай,  
ученик 11 класса.**

**Руководитель:**

**Дедовец Надежда  
Артемовна,**

**учитель математики**



**С. Большой Атлым  
2012-2013 уч. год**



---

## Цель работы:

Расширить область математических знаний.

Развивать логическое мышление.

Вывести общие формулы, позволяющие решать задачи интегрирования.

Показать, что интеграл широко применяется в различных сферах жизнедеятельности.

## Объект исследования:

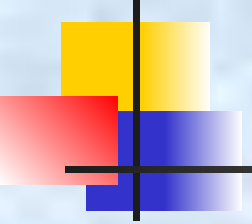
область математики – интегрирование.

---

### ■ Задачи исследования:

- - собрать, изучить и систематизировать материал об интеграле;
- - рассмотреть, как интеграл используется при решении различных жизненных ситуаций;
- - использование интеграла в различных сферах жизнедеятельности.

# Немного истории



---

$$\int y dx$$

**-1675 г, опубликовано в 1686 г**

**ввел Г.Лейбниц**

$$f'(x) - 1675 \text{ г, Ж Лагранж}$$

**5 век до н.э. др.гр. ученый Демокрит**

**3-4 век до н.э. Архимед ввел метод исчерпывания**



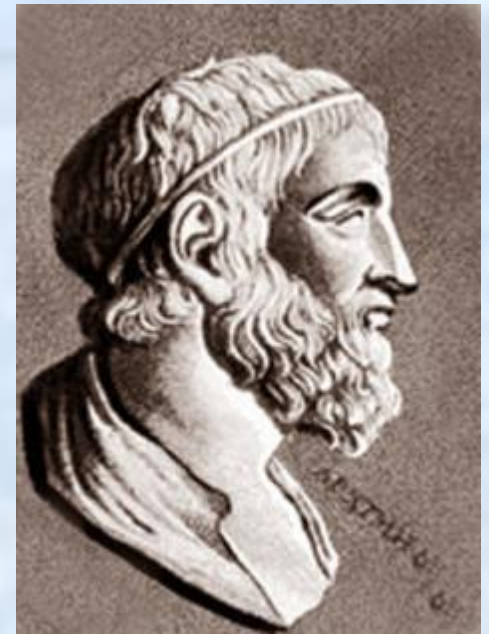
# Математики Древней Греции



Евдокс Книдский  
408 – 355 до н. э

Строгое изложение теории интегралов появилось только в 19 веке. Но задачами на вычисление площадей занимались математики Древней Греции.

Архимед  
287 – 212 до н.  
э.

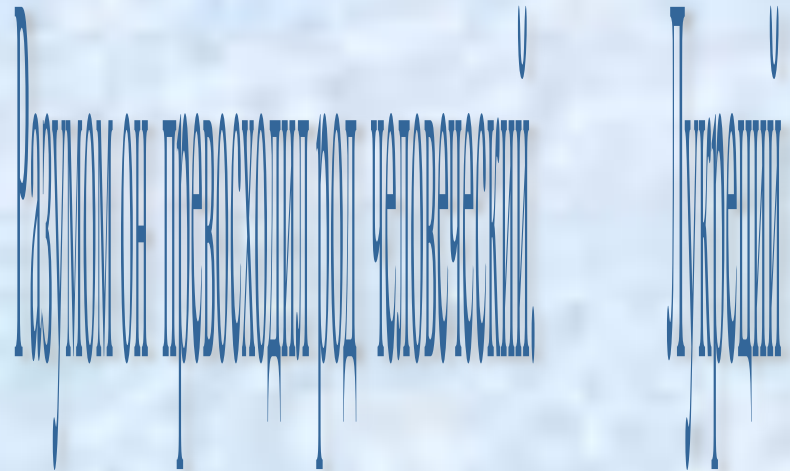
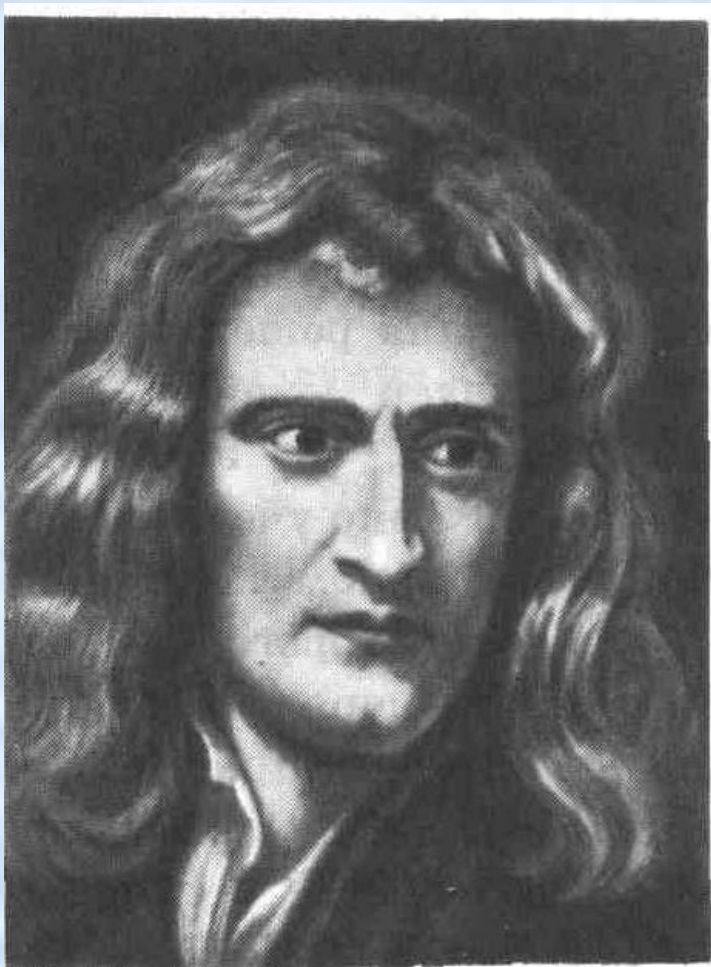




- «Интеграл» придумал Я. Бернулли (1690)
- «восстанавливать» от латинского *integro* «целый» от латинского *integer*

# Исаак Ньютон (1643-1727)

---





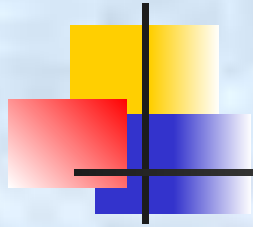
# Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)



« Общее искусство знаков представляет чудесное пособие, так как оно разгружает воображение... Следует заботиться о том, чтобы обозначения были удобны для открытий. Обозначения коротко выражают и отображают сущность вещей. Тогда поразительным образом сокращается работа мысли.»

**Лейбниц**

# ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ



неопределенный интеграл  
(первообразная)



И.НЬЮТОН

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный интеграл  
(площадь криволинейной фигуры)



Г.ЛЕЙБНИЦ



# Дифференцирование

---

$x(t)$     $v(t)$     $a(t)$

Интегрирование



# Применение интеграла

---

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Масса
- Перемещение
- Дифференциальное уравнение
- Давление
- Количество теплоты



**Задача.** Найти объём наклонной треугольной призмы с основанием  $S$  и высотой  $h$ .

1. Введём ось  $OX$  перпендикулярно основанию призмы.

2.  $(ABC) \cap OX = a, a=0, (A_1B_1C_1) \cap OX = b, b=h$

3. Проведём плоскость перпендикулярно  $OX$  через точку с абсциссой  $x$ .

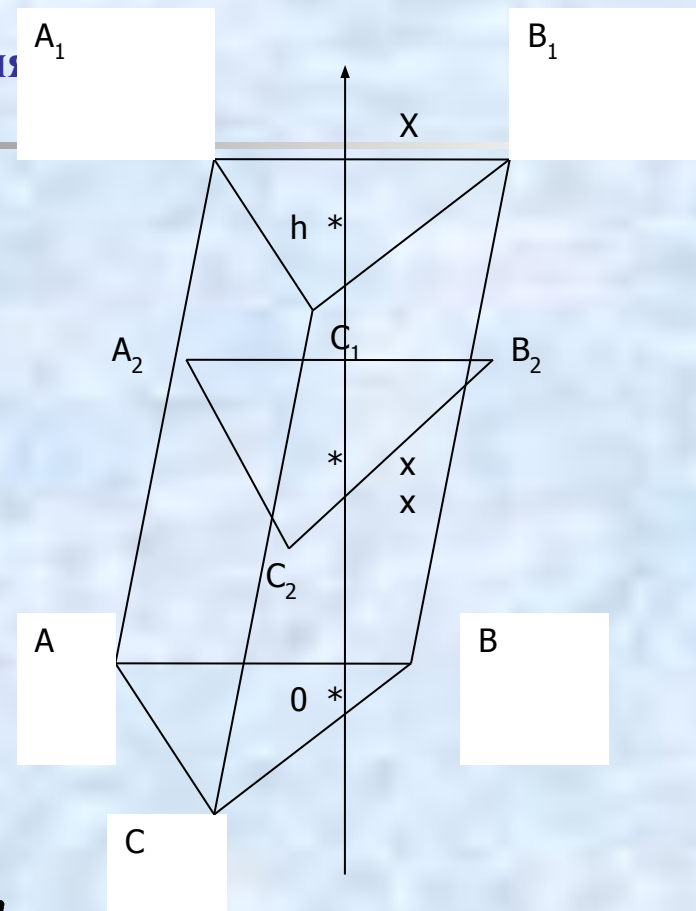
$A_2B_2C_2$ -треугольник, равный основаниям.

Площадь  $A_2B_2C_2$  равна  $S$ .

4.  $S(x)$  непрерывна на  $[0;h]$

5.

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h S dx = Sx \Big|_0^h = Sh - 0 = Sh$$



**Ответ:  $V=Sh$**

## ЗАДАЧА

*Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. За какое время количество бактерий увеличится в  $t$  раз по сравнению с начальным?*

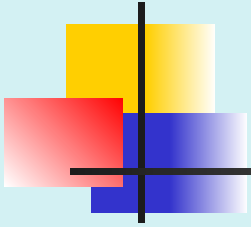
### Решение:

Пусть  $x(t)$  – количество бактерий в момент времени  $t$ .  $x(0) = x_0$ .  
Изменение количества бактерий со временем описывается уравнением

$$x'(t) = kx(t), \quad k > 0, \quad \frac{dx}{dt} = kx \quad \int \frac{dx}{x} = \int k dt$$

$$\ln|x| = kt + \ln|C|,$$

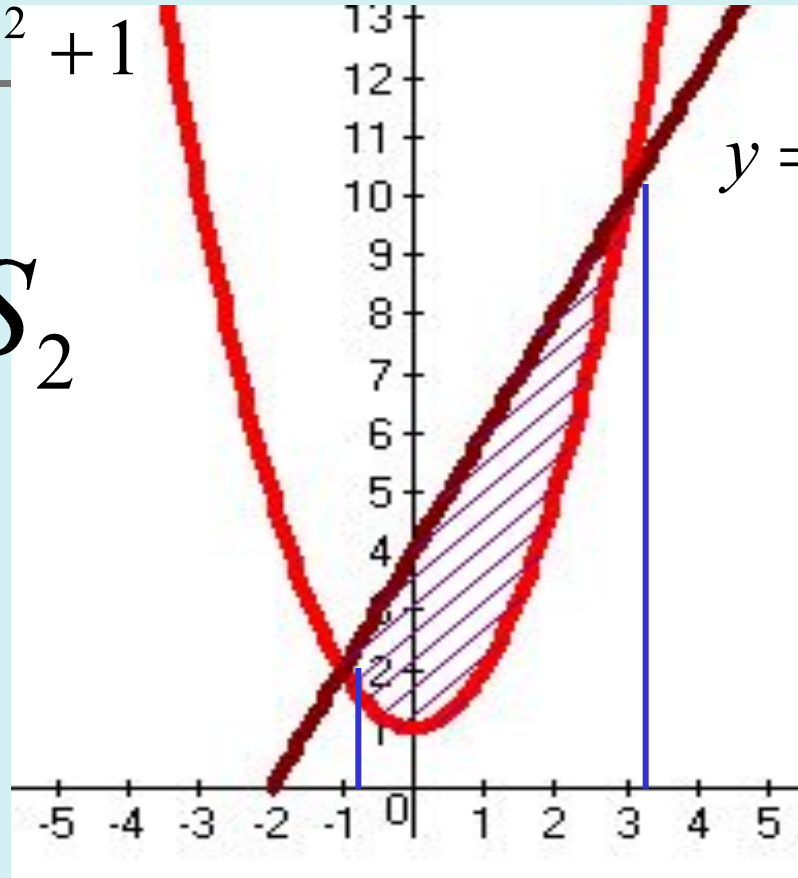
$$x = e^{kt} e^{\ln|C|}, \quad \mathbf{x = Ce^{kt}}$$
 - общее решение уравнения.

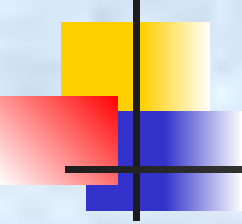


$$y = x^2 + 1$$

$$y = 2x + 4$$

$$S = S_1 - S_2$$





$y'' = -\omega^2 y$  – дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

$\omega$  – заданное положительное число

$$y = y'(x) \quad y'' = (y'(x))'$$

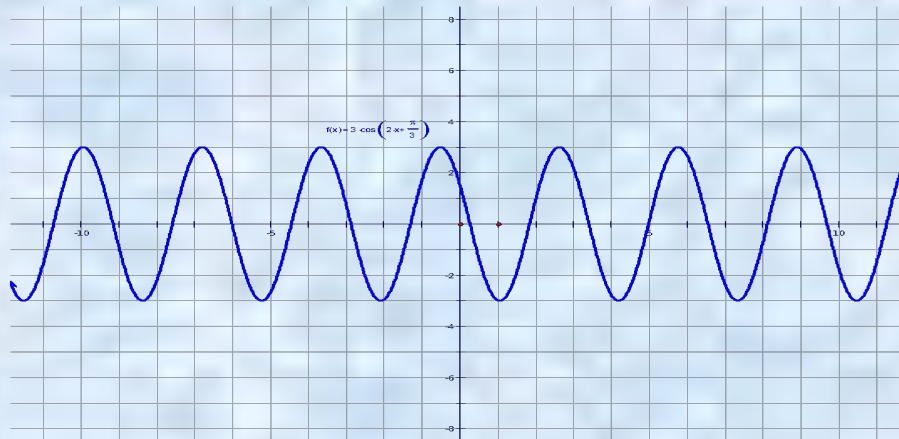
Решением являются функции:

$$Y(x) = A \sin(\omega x + \varphi), \text{ где}$$

$A$  – амплитуда колебания,

$\omega$  – частота,  $\varphi$  – начальная фаза.

Графиком гармонических колебаний является синусоида







Уже Архимед успешно находил площади фигур, несмотря на то, что в математике его времени не было понятия интеграла

Но лишь интегральное исчисление дает общий метод решения задач из различных областей наук.

Недаром даже поэты воспевали интеграл.

---

**Смысл- там, где змеи интеграла**

**Меж цифр и букв , меж d и f.**

**Там – власть, там творческие горны!**

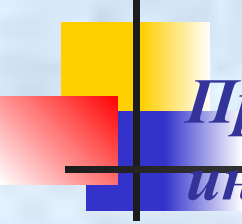
**Пред волей чисел все – рабы.**

**И солнца путь вершат, покорны**

**Немым речам и ворожбы.**

***В.Брюсов.***

## Заключение



*Применение физических моделей при введении понятия интеграла, рассмотрении его свойств, отработке техники интегрирования и изучении приложений способствует осознанному качественному усвоению материала, развитию правильного представления об изучаемом понятии, его огромной значимости в различных науках, формированию мировоззрения, таких специальных качеств, как умение строить математические модели реальных процессов и явлений, исследовать и изучать их, а, следовательно, способствует развитию мышления, памяти, внимания и речи.*