Краевое государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Рубцовский аграрно-промышленный техникум

Интеграл и его применение

Подготовила студентка группы ПК-16-2
Фомина Виолетта

Определение

Интеграл — одно из важнейших понятий математического анализа, которое возникает при решении задач о нахождении площади под кривой, пройденного пути при неравномерном движении, массы неоднородного тела, и тому подобных, а также в задаче о восстановлении функции по её производной.
Упрощённо интеграл можно представить как аналог суммы для бесконечного числа бесконечно малых слагаемых.

Применение интеграла

В физике
Работа силы (A=FScosa, cosa¹ 1)
Если на частицу действует сила F, кинетическая энергия не остается постоянной. В этом случае согласно
d(mu2/2) = Fds
приращение кинетической энергии частицы за время dt равно скалярному произведению Fds, где ds – перемещение частицы за время dt. Величина dA=Fds называется работой, совершаемой силой F.
Пусть точка движется по оси OX под действием силы, проекция которой на ось OX есть функция f(x) (f-непрерывная функция). Под действием силы точка переместилась из точки S1(a) в S2(b). Разобьем отрезок [a;b] на n отрезков, одинаковой длины Dx = (b – a)/n. Работа силы будет равна сумме работ силы на полученных отрезках. Т.к. f(x) –непрерывна, то при малом [a;x1] работа силы на этом отрезке равна f(a)(x1-a). Аналогично на втором отрезке f(x1)(x2-x1), на n-ом отрезке — f(xn 1)(b-xn-1). Следовательно работа на [a;b] равна: A » An = f(a)Dx+f(x1)Dx+ +f(xn-1)Dx= = ((b-a)/n)(f(a)+f(x1)+ .+f(xn-1))

2. В геометрии

Объём — количественная характеристика пространственного тела. За единицу измерения объёма принимают куб с ребром 1мм(1ди, 1м и т.д.). Количество кубов единичного объёма размещенных в данном теле — объём тела. Аксиомы объёма:

А) Объём — это неотрицательная величина.

Б) Объём тела равен сумме объёмов тел,
его составляющих.

1. Найдем формулу для вычисления объёма:
Выберем ось ОХ по направлению расположения этого тела;
2. Определим границы расположения тела относительно ОХ; 3. введем вспомогательную функцию S(x) задающую следующее соответствие: каждому x из отрезка [a;b] поставим в соответствие площадь сечения данной фигуры плоскостью, проходящей через заданную точку x перпендикулярно оси ОХ.

4. разобьем отрезок [a;b] на n равных частей и через каждую точку разбиения проведём плоскость перпендикулярную оси OX, при этом наше тело разобьется на части. По аксиоме V=V1+V2+ .+Vn=lim(S(x1)Dx +S(x2)Dx+ .+S(xn)Dx n®¥ Dx®0, а Sk®Sk+1, а объем части, заключенной между двумя соседними плоскостями равна объему цилиндра Vц=SоснH. Имеем сумму произведений значений функций в точках разбиения на шаг разбиения, т.е. интегральную сумму. По определению определенного интеграла, предел этой суммы при n®¥ называется интегралом a ò S(x)dx b a V= ò S(x)dx, где S(x) – сечение плоскости, проходящей через b выбранную точку перпендикулярно оси OX.