



**Тема урока:**  
**Применение интеграла к решению  
практических задач**

Идентификатор 263-659-121  
Карцева Ирина Алексеевна, преподаватель математики, ГБОУ СПО Колледж связи №54  
г. Москва, 2013 г.

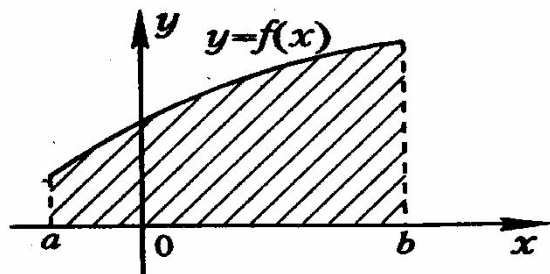


## Ответы к математической эстафете

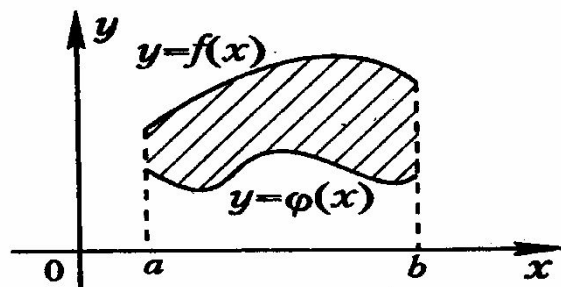
1 ряд	2 ряд	3 ряд
1. $\frac{x^2}{2} + c$	1. $\frac{1}{7}x + c$	1. $-6x + c$
2. $\frac{x^2}{10} + c$	2. $\frac{x^2}{4} + c$	2. $\frac{x^2}{6} + c$
3. $\frac{x^6}{6} + c$	3. $\frac{x^8}{8} + c$	3. $\frac{x^{11}}{11} + c$
4. $x^7 + c$	4. $\frac{x^6}{30} + c$	4. $x^{11} + c$
5. $\frac{(7x+1)^4}{28} + c$	5. $\frac{(2x-1)^3}{6} + c$	5. $-\frac{(3-2x)^5}{10} + c$



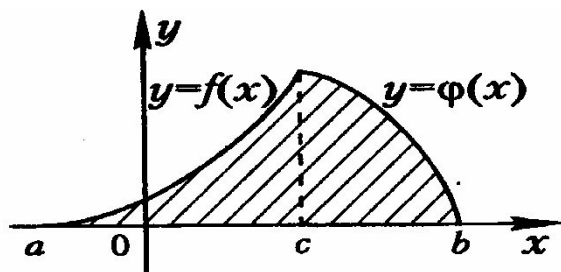
## Вычисление площади криволинейной трапеции



$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x)) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b \varphi(x) dx$$

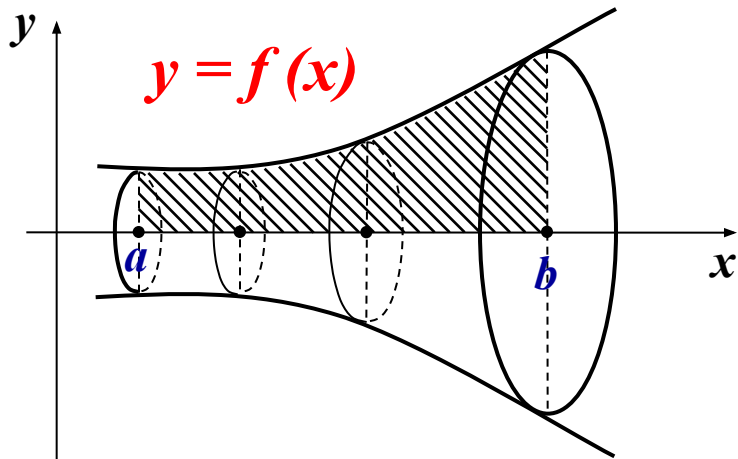


## **Алгоритм решения задачи на вычисление площади плоской фигуры**

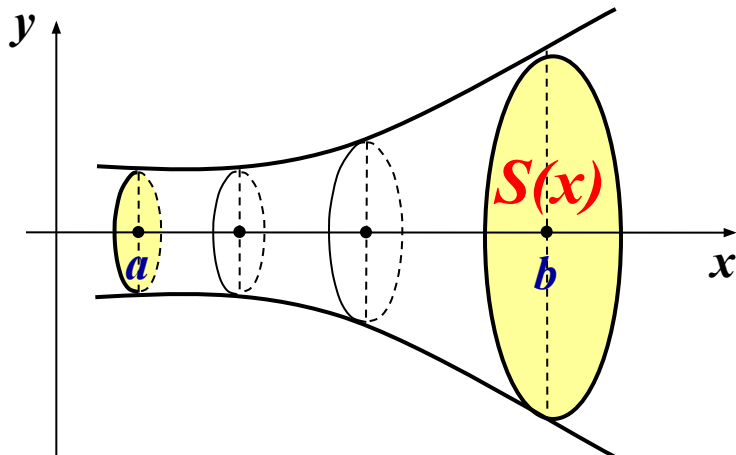
- **Сделать приблизительный график заданных функций, ограничивающих площадь плоской фигуры.**
- **Найти пределы интегрирования.**
- **Выбрать формулу для вычисления площади.**
- **Вычислить площадь заданной фигуры.**



## Два случая нахождения объемов тела



$$V_x = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$



$$V_x = \int_a^b S(x) dx$$

## Алгоритм решения задачи на вычисление объемов тел



- **Сделать приблизительный рисунок тела.**
- **Найти пределы интегрирования.**
- **Выбрать формулу для вычисления объема.**
- **Найти объем тела**



## Сравним:

<b>Алгоритм решения задачи на вычисление площади плоской фигуры</b>	<b>Алгоритм решения задачи на вычисление объемов тел</b>
<p><b>Сделать приблизительный график заданных функций, ограничивающих площадь плоской фигуры.</b></p> <p><b>Найти пределы интегрирования.</b></p> <p><b>Выбрать формулу для вычисления площади.</b></p> <p><b>Вычислить площадь заданной фигуры.</b></p>	<p><b>Сделать приблизительный рисунок тела.</b></p> <p><b>Найти пределы интегрирования.</b></p> <p><b>Выбрать формулу для вычисления объема.</b></p> <p><b>Найти объем тела</b></p>



## Примеры практических задач

1. **Скорость движения точки  $V(t) = 9t^2 - 8t$  (м/с).  
Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.**
2. **По цепи идет переменный ток  $I(t) = 6t - t^2$  (А). Найти величину заряда прошедшего по цепи за первые 6 сек.**
3. **Вычислить количество электричества, протекающего по проводнику за промежуток времени  $[2;3]$ , если сила тока задается формулой  
 $I(t) = 3t^2 - 2t + 5$**
4. **Вычислить работу за промежуток времени  $[3;9]$ , если мощность вычисляется по формуле  $N(t) = 5 \cdot \sqrt{t+t}$**
5. **Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией  
 $f(t) = 1/(t+1) + 4$**





## Примеры решения задач

1. Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью  $V(t) = (39,2 - 9,8t)$  м/с. Найти наибольшую высоту подъема тела.

*(Необходимо определить пределы интегрирования)*

**Решение:**

Наибольшая высота подъема достигается, когда скорость тела становится равной нулю.

1) Определим сколько времени тело поднималось до наибольшей высоты:  
 $t = (39,2 : 9,8) = 4$  с.

2) Так как, скорость–величина переменная, составим и вычислим интеграл:

$$S = \int_4^0 (39,2 - 9,8t) dt = (-4,9 * 0^2) - (-4,9 * 4^2) = 20,9$$

Ответ: 20,9 метра.



## Примеры решения задач

**2. Пружина растягивается на 0,02 метра под действием силы в 60Н. Какую работу необходимо произвести, растягивая пружину на 0.12 метра?**

*(Необходимо определить закон изменения силы растяжения)*

**Решение:**

1) Для данного условия закон Гука ( $F = k \cdot x$ ) выглядит следующим образом:  $60 = k \cdot 0,02$ .

Найдем коэффициент растяжения пружины:

$$k = 60 : 0,02 = 3000 \text{ Н/м.}$$

Тогда закон изменения силы растяжения примет вид:  $F(x) = 3000x$ .

2) Составим и вычислим интеграл:

$$A = \int_0^{0,12} 3000x dx = 1500 \cdot 0,12^2 - 1500 \cdot 0^2 = 21,6$$

**Ответ: 21,6 Н**

## Составить задачи, используя известную зависимость между физическими величинами



Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
$m$ – масса тонкого стержня; $\rho$ – линейная плотность.	$\rho(x) = m'(x)$	
$q$ – электрический заряд; $I$ – сила тока.	$I(t) = q'(t)$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$
$S$ – перемещение; $V$ – скорость.	$V(t) = S'(t)$	$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt$
$A$ – работа; $F$ – сила; $N$ – мощность.	$F(x) = A'(x)$ $N(t) = A'(t)$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$
$Q$ – количество теплоты; $c$ – теплоёмкость.	$c(t) = Q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$



**“Математика – язык,  
на котором говорят все точные науки”**

**Н.И. Лобачевский**