

"МОУ «Средняя школа №46»"
"Научно – исследовательская конференция секции математика"

Интересные приёмы вычислений

Карлукова Марина Валерьевна
ученица 6 «Б» класса

Руководитель:
Бойцева Ирина Юрьевна

г.Петрозаводск
2011

Тема нашего исследования – «Интересные приёмы вычислений».

Объект исследования:

Интересные приёмы вычислений.

Предмет исследования:

Приемы устных вычислений.

Перед собой поставили *цель:*

Рассмотреть интересные способы выполнения некоторых арифметических действий и предложить собственные приёмы вычислений.

Для достижения данной цели определили следующие *задачи*:

1. проанализировать информационные ресурсы по указанной теме;
2. изучить и обобщить некоторые интересные приёмы устных вычислений;
3. изобрести свои интересные приёмы вычислений;
4. создать презентацию по теме исследования.

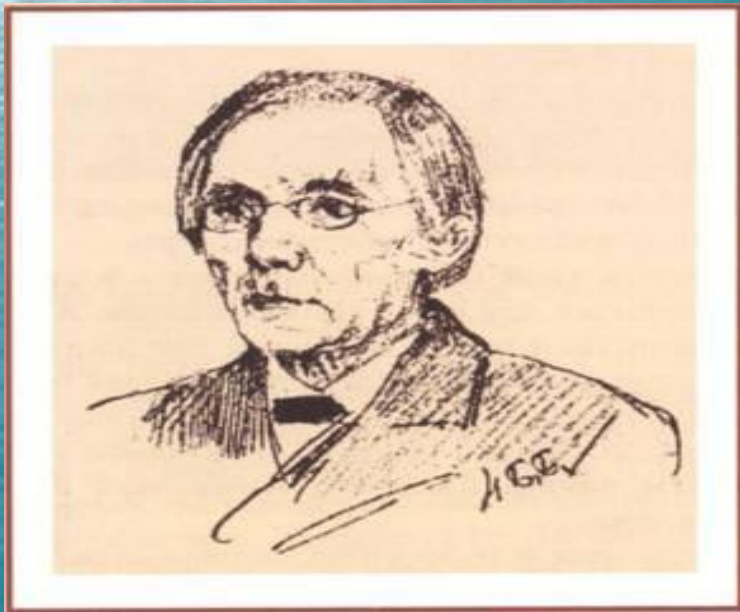
Гипотеза: если владеть приёмами устного счёта, то можно обойтись без калькулятора и длительных вычислений в столбик.

Методы исследования, использованные в работе:

1. Метод индукции.
2. Метод обобщения.
3. Метод описания.
4. Метод эксперимента.
5. Метод анализа.

Исторические факты, подтверждающие значимость умственного счёта в жизни людей.

«Способность к умственному счёту полезна и в отношении практическом, и как средство для здоровой умственной гимнастики». Эти слова принадлежат известному педагогу просветителю Сергею Александровичу Рачинскому.



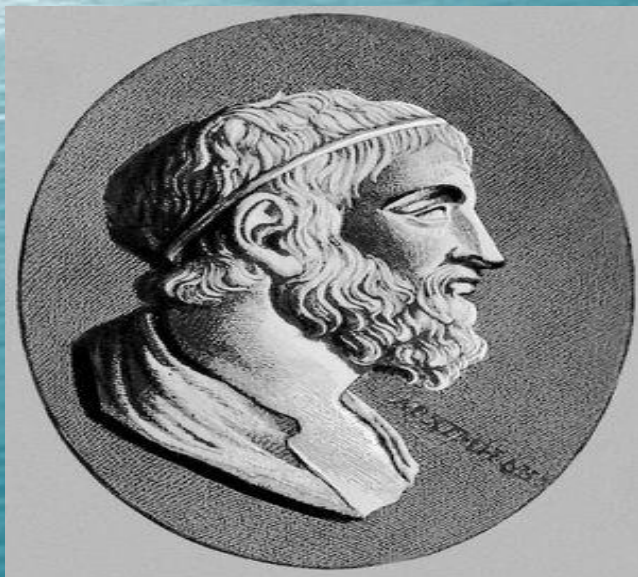
В своей деятельности огромное внимание он уделял знакомству с числами. Ему было не безразлично, например, что 40 не только $= 2^3 * 5$, но также $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3$.

Что 365 не только $= 5 * 73$, т.е. $5 * (8^0 + 8^1 + 8^2)$, но также $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = (17^2 + 21^2) / 2$ и т. д.



«Математика – царица наук, а арифметика – царица математики»

Величайшему механику и математику древности Архимеду 212 г. удалось расширить натуральный ряд до небывалых размеров. А еще за триста лет до Архимеда большой вклад в развитие науки о числе внёс Пифагор и его школа. Этот учёный и его последователи считали, что основой всего мироздания является число.



Интересным свойством обладают числа 135 и 144:

$135=(1+3+5)*1*3*5$; $144=(1+4+4)*1*4*4$; т.е. эти числа равны произведению своих цифр на сумму этих цифр.

А разве не удивительным свойством обладает «обыкновенное» число 37?

$37*3=111$, $37*6=222$, $37*9=333$, $37*12=444$, $37*15=555$, $37*18=666$,
 $37*21=777$, $37*24=888$, $37*27=999$.

Или $37*(3+7)=3^3+7^3$, $(3^2+7^2)-3*7=37$.



А разве не удивительно, что сумма любого количества последовательных нечётных чисел, начиная с единицы, всегда даёт точный квадрат. В самом деле, $1+3=4=2^2$, $1+3+5=9=3^2$, $1+3+5+7=16=4^2$ и т. д.

А разве не поразительно, что сумма кубов натурального ряда чисел, начиная с 1, равна квадрату суммы этих чисел.

В самом деле, $1^3+2^3=1+8=9=(1+2)^2$, $1^3+2^3+3^3=1+8+27=36=(1+2+3)^2$ и т. д.



Некоторые приёмы устных вычислений

Умножение на 11.

- Чтобы умножить любое двузначное число на 11, просто сложите эти 2 цифры вместе и поместите их сумму посередине.
- Например, если вы хотите умножить 53 на 11, сложите $5 + 3$, получите восьмерку и разместите посерединке между 5 и 3, и это даст правильный ответ 583.
- Если сумма двух цифр равно 10 или более, просто прибавьте это число к левой цифре. Например, если вы хотите умножить 97 на 11, сложите $9+7=16$. 6 поместите посередине, а 1 прибавьте к 9, что дает правильный ответ – 1067.

Умножение на 111.

Рассмотрим примеры: если сумма цифр меньше 10, то легко умножать на 111, 1111, 11111 и т. д.:

- $24 * 111 = 2(2 + 4)(2 + 4)4 = 2664$.
- $36 * 1111 = 3(3 + 6)(3 + 6)(3 + 6)6 = 39996$.

Умножение на 99 выполняется по формуле:

$$AC * 99 = (AC - (A+1)) * 100 + (100 - C),$$

где C – две (т.к. $99 = 100 - 1$) заключительные цифры числа, а A – цифры слева от C.

$$368 * 99 = (368 - (3 + 1)) * 100 + (100 - 68) = 36400 + 32 = 36432.$$

Умножение на 999 выполняется по формуле:

$$AC * 999 = (AC - (A + 1)) * 1000 + (1000 - C),$$

где C – три (т.к. $999 = 1000 - 1$) заключительные цифры числа, а A – цифры слева от C.

$$368 * 999 = (368 - (0 + 1)) * 1000 + (1000 - 368) = 367000 + 632 = 367632.$$

Быстрое возведение в квадрат чисел, заканчивающихся на пять

Для этого надо отбросить от числа эту пятерку и умножить на следующее число, а потом приписать 25. Например: $25 \times 25 = 625$ ($2 * 3 = 6$, приписать 25). $135 \times 135 = (13 \times 14 = 182, \text{ приписать } 25)$ 18225.

Мои открытия свойств некоторых чисел и связанных с ними приёмы вычислений.

Метод Трахтенберга.

Умножение на 12

Правило: чтобы умножить на 12:

Начни с правостоящей цифры, удвой каждую цифру и прибавь её соседа. (Под *соседом* подразумевается цифра справа.)

Это даёт одну цифру результата. Если ответ содержит больше одной цифры, просто переносим 1 или 2 в следующий регистр.



Пример: $316 \times 12 = 3\ 792$:

В этом примере:

последняя цифра 6 не имеет соседей.

6 — сосед единице — 1.

единица — 1 соседка тройке — 3.

тройка — 3 соседка двум добавленным слева нулям.

второй добавленный ноль сосед первому.

$$6 \times 2 = \mathbf{12} \text{ (2 переносим 1)}$$

$$1 \times 2 + 6 + 1 = \mathbf{9}$$

$$3 \times 2 + 1 = \mathbf{7}$$

$$0 \times 2 + 3 = \mathbf{3}$$

$$0 \times 2 + 0 = \mathbf{0}$$

Система счёта Карлуковой Марины:

При умножении обыкновенной дроби на натуральное число, равное произведению числителя и знаменателя данной дроби, в результате получаем квадрат числителя.

Примеры:

$$2/5 * 10 = 2^2 = 4$$

$$3/7 * 21 = 3^2 = 9$$

$$9/4 * 36 = 9^2 = 81$$

$$13/6 * 78 = 13^2 = 169$$

При сложении двух дробей с одинаковыми числителями в результате получаем дробь, числитель которой равен произведению суммы знаменателей и числителя, а знаменатель равен произведению знаменателей.

Примеры:

$$1/2 + 1/3 = (2+3) * 1 / 2 * 3 = 5/6$$

$$1/9 + 1/6 = (9+6) * 1 / 9 * 6 = 15/54 = 5/18$$

$$3/4 + 3/7 = (4+7) * 3 / 4 * 7 = 33/28 = 1 \frac{5}{28}$$

$$4/9 + 4/13 = (9+13) * 4 / 9 * 13 = 88/117$$

Разность двух последовательных квадратов натуральных чисел равна сумме их оснований.

Примеры:

$$2^2 - 1^2 = 2 + 1 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2 = 5$$

Данное правило позволяет возводить числа в квадрат без таблиц и калькулятора.

Например, $39^2 = ?$

Решение: $40^2 = 1600$

$$40^2 - 39^2 = 40 + 39 = 79$$

$$39^2 = 1600 - 79 = 1521$$

$$21^2 = ?$$

Решение: $20^2 = 400$

$$21^2 - 20^2 = 21 + 20 = 41$$

$$21^2 = 400 + 41 = 441$$

При умножении дроби на квадрат её знаменателя получается в результате произведение числителя и знаменателя.

Примеры: $2/9 * 81 = 18$; $10/19 * 361 = 190$

Наши эксперименты

Эксперимент 1. (Помогала проводить учитель математики Балан С. А.)

8а класс. Участвовало: 10 человек.

Даны были 4 примера умножения на 11, 111 и 1111.

Сначала ученики выполнили эти примеры, не зная правил, затратили на это 7-8 минут.

Используя правило, они потратили на аналогичные примеры 3-4 минуты.

Эксперимент 2. (проводила Бойцева И.Ю.)

Ученик 8 б класса Гордеев Сергей, который находится на домашнем обучении, узнав о способах умножения на 11, 111 и на 1111, на каждом уроке готов решать примеры, в которых они используются, несмотря на то, что владеет очень слабыми вычислительными навыками.

Заключение

Владея интересными приёмами счёта можно выполнять многие арифметические действия в уме. Это, в свою очередь, развивает человеческую память, которая необходима ему для получения образования и вообще в жизни. Кроме этого, наше исследование показало, что знание интересных приёмов вычислений, позволяет выполнить то или иное действие гораздо быстрее, не прибегая к длинным записям в столбик и калькулятору. Открывая удивительный мир чисел, знакомясь с их некоторыми особенностями, мы постигаем их тайну...