



# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ

**Кафедра Информационных технологий и  
управляющих систем**

Предмет «Вычислительные методы и их  
применение в ЭВМ»

*Лекция*

*Доцент Стрельцова Г. А.*



# Введение

Если зависимость  $y(x)$  представлена рядом табличных отсчетов  $y_i(x_i)$ , то интерполяция значений  $y(x)$  – это вычисление значений  $y(x)$  при заданном  $x$ , расположенном в интервале между отсчетами.

За пределами общего интервала определения  $y(x)$ , вычисление  $y(x)$  называют экстраполяцией (предсказанием значений функции).

Аппроксимация в системах компьютерной математики – это получение приближенных значений какого-либо выражения.



# Повестка дня

- Список изучаемых разделов:
- **Интерполяция и ее виды.**
- **Особенности аппроксимации функций.**
- **Методы интерполяции и аппроксимации.**
- **Примеры решения задач интерполяции и аппроксимации в Maple**
- **Время, отводимое на каждый раздел: 5-10 минут.**



# Обзор

Разделы лекции

**Интерполяция и ее  
виды**

**Особенности  
аппроксимации  
функций**

**Методы интерполяции  
и аппроксимации**

**Примеры решений задач  
интерполяции и  
аппроксимации в Maple**



## Словарь терминов

**Интерполирующая функция – это функция  $F(x)$ , которая принадлежит известному классу и принимает в узлах интерполяции те же значения, что и искомая  $y(x)$ .**

**Узлы интерполяции  $y(x)$ – это значения  $x$  в интервале  $[a, b]$  определения данной функции  $y(x)$ , которые однозначно определены.**



# Интерполяция и ее виды

## Основная задача интерполирования.

На отрезке  $[a, b]$  заданы  $n+1$  точки  $x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$  (узлы интерполяции) и значения функции  $y(x)$  в этих точках  $y(x_0) = y_0, y(x_1) = y_1, \dots, y(x_i) = y_i, \dots, y(x_n) = y_n$ .

Требуется определить интерполирующую функцию  $F(x)$ , которая:

1. Относится к известному классу,
2. Принимает в узлах интерполяции те же значения, что и  $y(x)$ :  $F(x_0) = y_0, F(x_1) = y_1, \dots, F(x_i) = y_i, \dots, F(x_n) = y_n$ .



# Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление:

Найти кривую  $y = F(x)$  определенного типа, проходящую через заданную систему точек

$M(x_i, y_i)$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .

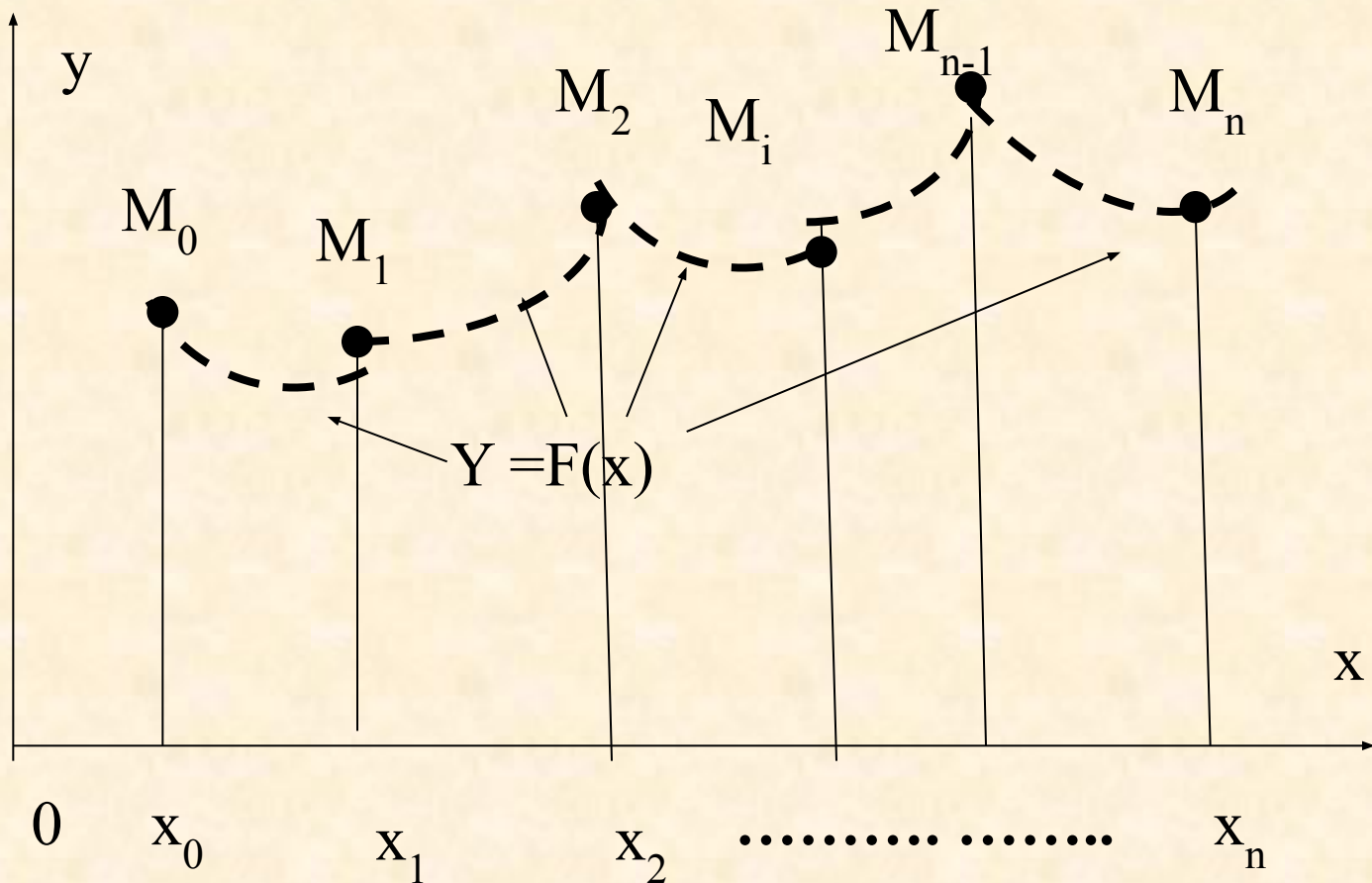
В общем случае задача является неопределенной.

Однако она становится однозначной, если вместо произвольной функции  $F(x)$  искать, например, полином  $P_n(x)$  степени, удовлетворяющий условиям  $P_n(x_0) = y_0, P_n(x_1) = y_1, \dots, P_n(x_i) = y_i, \dots, P_n(x_n) = y_n$ .



# Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление интерполяции







# Интерполяция и ее виды

## Основные виды интерполяционных полиномов:

1. Канонический полином,
2. Полином Ньютона,
3. Полином Лангранжа,
4. Полином Эйткена,
5. Полином Чебышева.



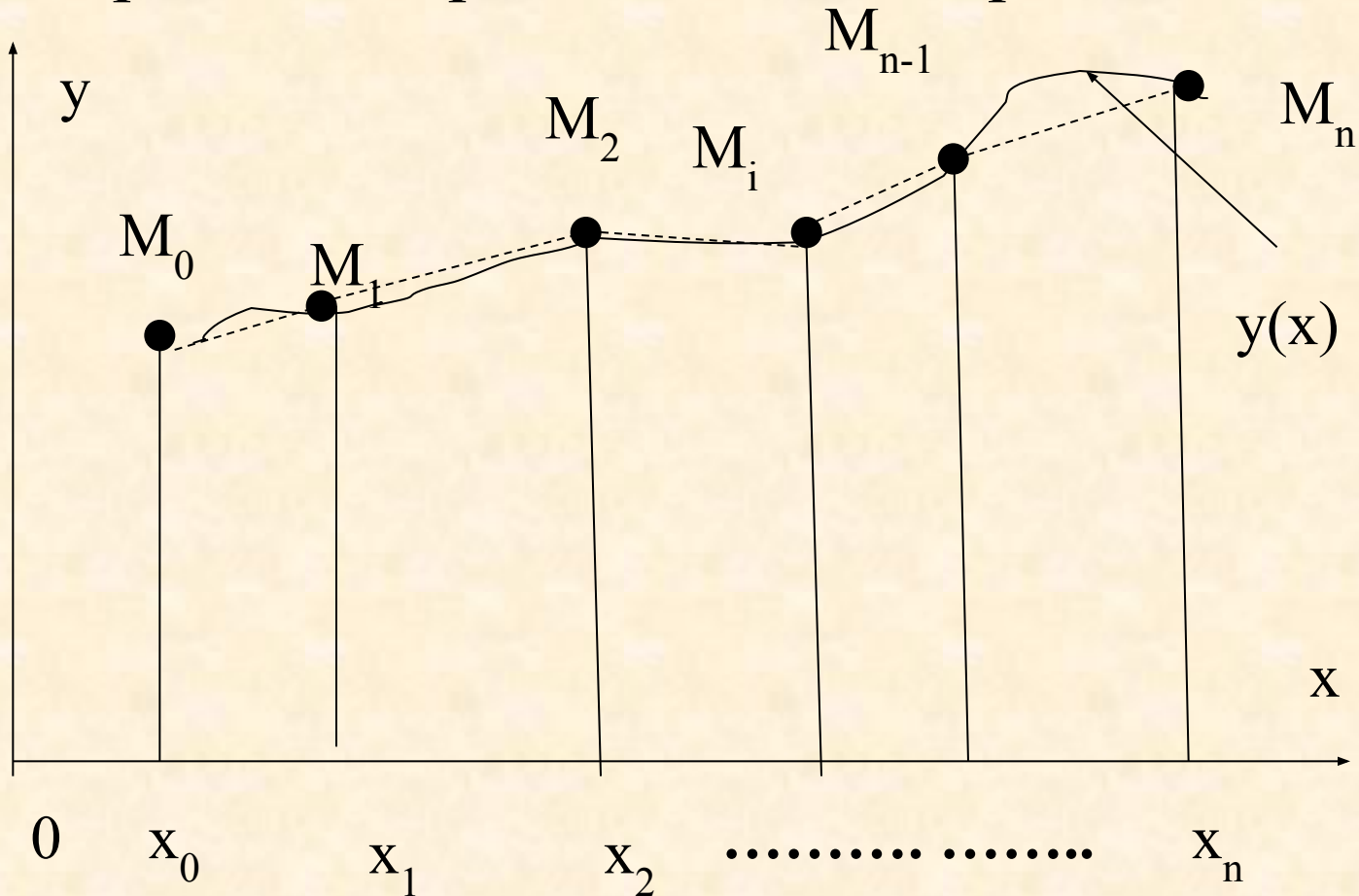
# Особенности аппроксимации функций

Под аппроксимацией функциональных зависимостей подразумевается получение некоторой конкретной функции, вычисленные значения которой с некоторой точностью аналогичны аппроксимируемой зависимости. Обычно предпочитают найти одну зависимость, которая дает точное значение искомой функции  $y(x)$  в узловых точках в пределах погрешности вычислений по умолчанию. Для этого также используют степенные многочлены - полиномы или линейные функции.



# Особенности аппроксимации функций

Геометрическое представление аппроксимации





# Методы интерполяции и аппроксимации

- Полиномиальные
- Сплайновые
- Линейные
- Рациональные (отношение двух полиномов)
- Метод наименьших квадратов
- Тригонометрические (рядами Фурье).



# Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

**Пример.** Найти приближенное значение функции  $z(t)$  при заданном значении аргумента в табличной форме в точках  $x = 1, 1.5, 2$ . построить график найденной зависимости  $y(x)$ .

<b>t</b>	<b>0.66</b>	<b>0.9</b>	<b>1.17</b>	<b>1.47</b>	<b>1.7</b>	<b>1.74</b>	<b>2.08</b>	<b>2.63</b>	<b>3.12</b>
<b>z</b>	<b>38.9</b>	<b>68.8</b>	<b>64.4</b>	<b>66.5</b>	<b>64.95</b>	<b>59.36</b>	<b>82.6</b>	<b>90.63</b>	<b>113.5</b>

**Решение.**

```
>t:=[данные из таблицы];
```

```
>z:=[данные из таблицы];
```

```
>x:=[1, 1.5, 2.0];
```

```
>interp(t,z,x);
```



# Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

```
>z:=y→interp(t,z,x);  
>for i from 1 to 3 do x[i]:=z(x[i]); end do;  
>l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];  
> plot(l,z(y)], y=0.66..3.12,style=[point, line], symbol=circle)
```

## Задача сплайн-интерполяции

Используется функция `spline(X, Y, x, method)`, где параметр `method` определяет вид сплайна.

В качестве данного параметра используются ключевые слова `linear`, `quadratic`, `cubic`, `quartic` или числа 1, 2, 3, 4. Если параметр не указан, то используется кубический сплайн.



# Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

**Решение :**

```
> spline(t, z, y);
```

```
> zs:=y → spline(t, z, y);
```

```
> for I from 1 to 3 do xs[i]:=zs(x[i]); end do;
```

```
ZSL:=y → spline(t, z, y, l);
```

```
> l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];
```

```
> plot(l, zs(y), zsl(y)), y=0.66..3.12, style [point, line, line],  
symbol=circle)
```



# ВЫВОДЫ

Рассмотренные вопросы

- **Примеры решений в Maple.**

Практические работы

1. **Примеры вычислений в Maple.**