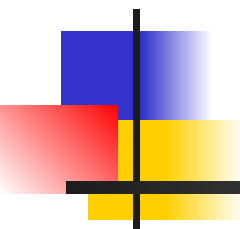


16 марта 2013 год

Решение иррациональных уравнений



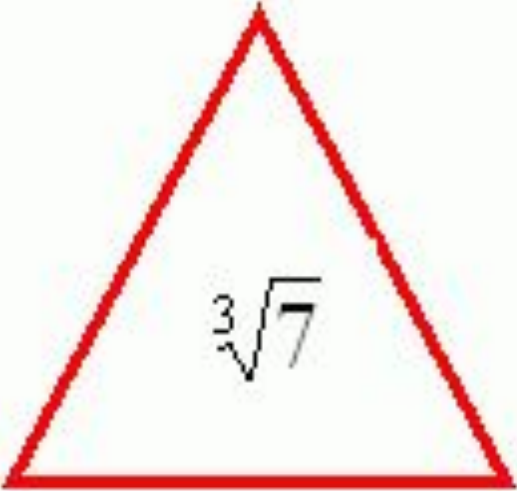
11 б класс (социально-экономический профиль)

Учитель Андреева Н.А.

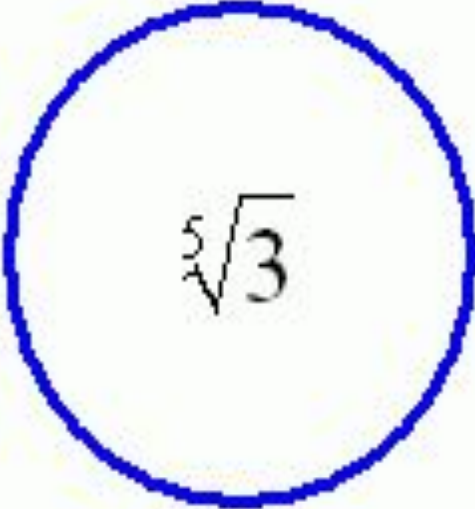
Цель урока :

- ▣ **Обобщение и систематизация способов решения иррациональных уравнений.**
 - ▣ **Развивать умение обобщать, правильно отбирать способы решения иррациональных уравнений.**
 - ▣ **Развивать самостоятельность в поисках решений новой ситуации проблемы, воспитывать грамотность речи.**
-


Задачи на внимание
Смотрим и запоминаем !



$\sqrt[3]{7}$



$\sqrt[5]{3}$



$\sqrt{5}$

Вопросы

1. Перечислите все корни, которые вы видели.

2. В какой геометрической фигуре расположен $\sqrt[3]{3}$?

3. Какого цвета эта окружность?

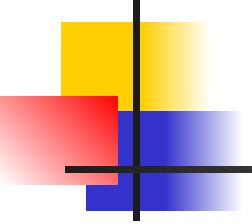
4. Квадратный корень из какого числа находится в квадрате?

5. Какого цвета этот квадрат?

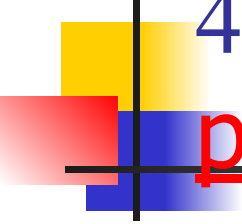
6. Каким цветом записан $\sqrt[3]{7}$?

7. В какой геометрической фигуре он расположен?

Устно



-
1. Что такое уравнение?
 2. Что называется корнем уравнения?
 3. Что значит решить уравнение?



4. Какие уравнения называются равносильными?

5. Какие уравнения называются иррациональными уравнениями?

6. Каковы методы решения иррациональных уравнений?



Устная работа

1. Является ли уравнение

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}} = x(1 + \sqrt{2})^{\frac{1}{3}}$$

иррациональным?

2. Какие из чисел 5; 0; 2 являются корнями уравнений?

а) $\sqrt{1 - x} = x + 1;$

б) $\sqrt[5]{x - 2} = \sqrt[5]{2 - x}$



3. Решите уравнения

1) $\sqrt{x^2} = 9$

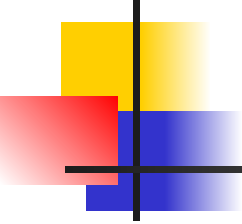
2) $\sqrt{x-2} = 9,$

3) $\sqrt{x-5} = -9$

4) $\sqrt[3]{1-x^2} = -2,$

5) $(x-4)\sqrt{1-x} = 0,$

6) $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x+3}$



4. Можно ли, не решая уравнений, сделать вывод о неразрешимости предложенных уравнений:

$$\sqrt{7-x} = -8+x;$$

$$\sqrt{x-3} = -\sqrt{x^2-1}$$

$$\sqrt{3-x} = 5 - \sqrt{x-9}$$

$$\sqrt{5x+7} + \sqrt{3-4x-x^2} + 2 = 0$$

Проверка домашнего задания



КМ Школа (edu.tatar)

Решить тест по теме «Иррациональные уравнения»

«Найди ошибку»

Два ученика решили уравнение: $\sqrt{2x} = 1\sqrt{8x}$

$$1) 5x \sqrt{2x} = 15 \sqrt{8x}$$

$$\times \sqrt{2x} = 3 \cdot 2\sqrt{2x}$$

$$\sqrt{2x} (x - 6) = 0$$

$$\sqrt{2x} = 0 \text{ или } x - 6 = 0$$

$$2x=0 \text{ или } x=6$$

$$x=0$$

Ответ: $x=0; 6$

$$2) 5x \sqrt{2x} = 15 \sqrt{8x}$$

$$\times \sqrt{2x} = 3 \sqrt{8x}$$

Возведем обе части в квадрат

$$2x^3 = 72x$$

$$2x(x^2 - 36) = 0$$

$$2x(x-6)(x+6) = 0$$

$$2x = 0 \text{ или } x - 6 = 0 \text{ или } x + 6 = 0$$

$$x = 0 \quad x = 6 \quad x = -6$$

Ответ: $0; 6; -6$.

Объясните допущенные ошибки

Тестовая работа по подготовке к ЕГЭ (решаем в тетрадах)

Фамилия Имя Отчество _____ (печатными буквами) Вар.№ _____

| | A1 | A2 | A3 | A4 |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Правило:

Не бросайся решать уравнение сразу, проанализируй его вид, используй ОДЗ, найди самый рациональный прием его решения или докажи, что решений нет



Дополнительное задание

$$1) \quad x^2 - x + 5 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 8;$$

$$2) \quad \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 + 1} = 3 - 5x^2.$$

Сверим ответы

| <u>Вариант 1</u> | | <u>Вариант 2</u> | | <u>Вариант 3</u> | | <u>Вариант 4</u> | |
|------------------|----------|------------------|----------|------------------|----------|------------------|----------|
| № пп | № ответа | № пп | № ответа | № пп | № ответа | № пп | № ответа |
| 1. | 3 | 1. | 2 | 1. | 3 | 1. | 3 |
| 2. | 4 | 2. | 4 | 2. | 4 | 2. | 4 |
| 3. | 2 | 3. | 3 | 3. | 3 | 3. | 3 |
| 4. | 2 | 4. | 2 | 4. | 2 | 4. | 1 |

4 уравнения верны – «5»

3 уравнения верны – «4»

2 уравнения верны – «3»

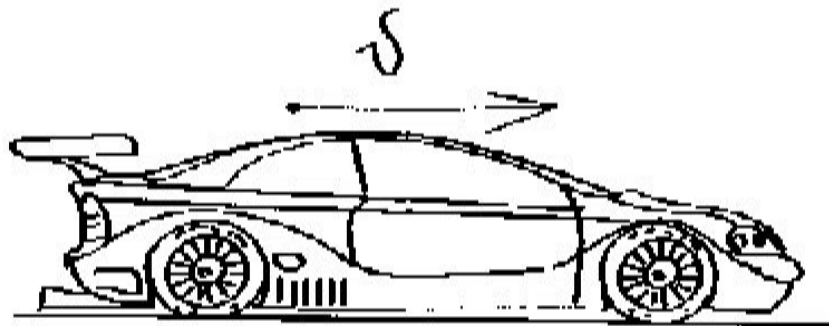
Решить задачу в тетрадах

(обсуждаем решение в группах)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч²), вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la}.$$

Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

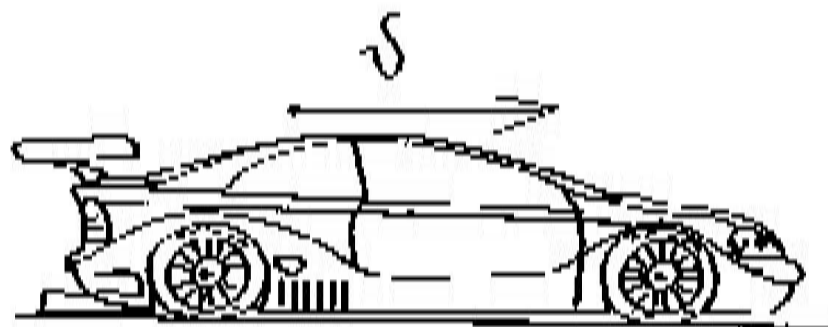


Решение. Найдём, при каком ускорении автомобиль достигнет требуемой скорости, проехав один километр. Задача сводится к решению уравнения $\sqrt{2la} = 100$ при известном значении длины пути $l = 1$ км:

$$\sqrt{2la} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{2a} = 100 \Leftrightarrow 2a = 10000 \Leftrightarrow a \geq 5000 \text{ км/ч}^2.$$

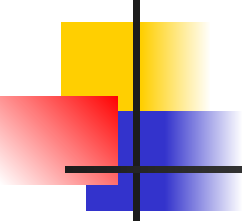
Если его ускорение будет превосходить найденное, то, проехав один километр, автомобиль наберёт большую скорость, поэтому наименьшее необходимое ускорение равно 5000 км/ч^2 .

Ответ: 5000.



Как решить неравенства?

(обсуждения в группах)



a) $\sqrt{x - 3} < 2;$

б) $\sqrt{2x + 1} > 5;$

в) $\sqrt{x + 1} > -2;$

г) $\sqrt{17x - 6} < -1.$

Решить в группах

a) $\sqrt{x^2 - x - 2} < x - 1;$

б) $\sqrt{x^2 + 5x + 4} > x - 3.$

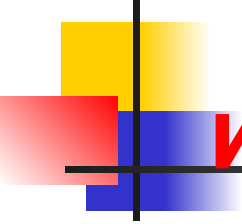


Страница 244 учебника, №30.45,46- задачник

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$$

Итог урока



И – Интересные, запоминающиеся моменты урока

Т – трудные, тяжелые моменты урока

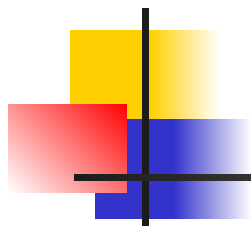
О – оценка работы группы и своего вклада в общее дело

Г – главный вывод по сегодняшнему уроку

Домашнее задание:

Учебник стр 244 Иррациональные неравенства

Задачник стр 196 № 30.46, 30.50*.



Спасибо за урок!



■ Литература

- Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2011.
- Кальней С.Г., Олейник Т.А., Прокофьев А. А. Сборник задач по математике для подготовительных курсов. Часть 1. Алгебра и начала анализа. – 4-е изд. – М.: МИЭТ, 2009.
- КИМЫ ЕГЭ 2010 – 2013 г. г.
- <http://rudocs.exdat.com/docs/index-18133.html>
- <http://dist-tutor.info/mod/lesson/view.php>
- <http://ru.wikibooks.org/wiki/>

Метод возведения в степень

Решить
уравнение

$$\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1$$

Решение: I способ : Возведем обе части уравнения в квадрат.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x^2 + 5x + 1})^2 &= (2x - 1)^2 \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x^2 + 5x + 4x + 1 - 1 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3x^2 + 9x = 0 \Rightarrow -3x(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3.\end{aligned}$$

Проверка: 1) $x=0$,

то
 $\sqrt{0 + 0 + 1} = 0 - 1$
(неверно)

;

2) $x=3$, то

$$\sqrt{9 + 15 + 1} = 6 - 1, \sqrt{25} = 5$$

(верно)

II
способ:

$$\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 1 = (2x - 1)^2 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 9x = 0 \\ x \geq 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x \geq 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ:

3.

[назад](#)

2. Метод замены переменных

[назад](#)

$$(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$x^2 + 4x + x + 4 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$x^2 + 5x + 2 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} - 4 = 0$$

Пусть $\sqrt{x^2 + 5x + 2} = a$, тогда

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$a_1 = -1; \quad a_2 = 4.$$

$$\sqrt{x^2 + 5x + 2} = -1 \quad \text{или} \quad \sqrt{x^2 + 5x + 2} = 4$$

корней нет.

$$x^2 + 5x + 2 = 16$$

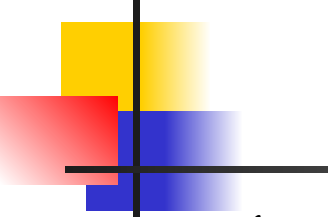
$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -7$$

Выполняется проверка.

Ответ: $x = 2; -7$.

Решение уравнений



1. $\frac{x-7}{\sqrt{x-11}} = \sqrt{x+1}$

2. $\sqrt{x^2+5x+1} - \frac{10}{\sqrt{x^2+5x+1}} = 3;$

3. $\sqrt{x-3} - 9 + x = 0;$

4. $\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-6} = 7$

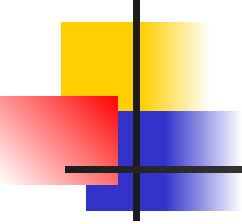
5. $\sqrt[3]{2x-7} = \sqrt[3]{3(x-1)}$

6. $\sqrt{x^2+5x+5} = x+2$



Уравнение – это равенство
двух алгебраических выражений

[назад](#)



Корнем уравнения
называется то значение
переменной, при котором
данное уравнение
обращается в верное
равенство

[назад](#)



два уравнения

равносильны на множестве,

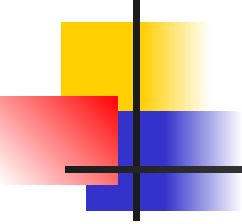
если они имеют

одни и те же корни из этого

множества или не

имеют корней на данном множестве

[назад](#)



Уравнения, содержащие
переменную под знаком корня,
называются иррациональными
уравнениями.

[назад](#)



Приемы решения иррациональных уравнений:

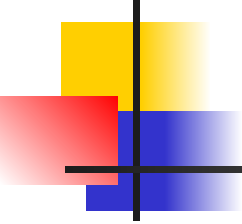
возведение в степень (чаще всего
возведение в квадрат);

метод замены переменных;

исследование области определения;

метод исследования монотонности
функции ...

[назад](#)

- 
-
- Решить уравнение, значит найти все его корни или доказать, что корней нет.