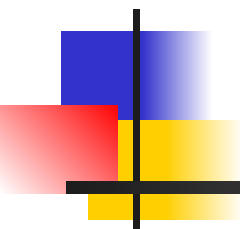


16 марта 2013 год

# Решение иррациональных уравнений



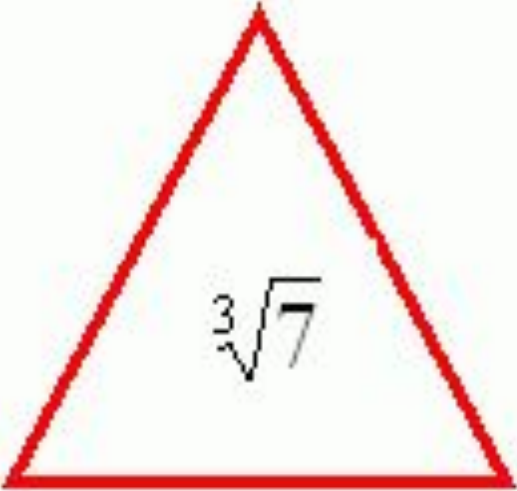
**11 б класс (социально-экономический профиль)**

**Учитель Андреева Н.А.**

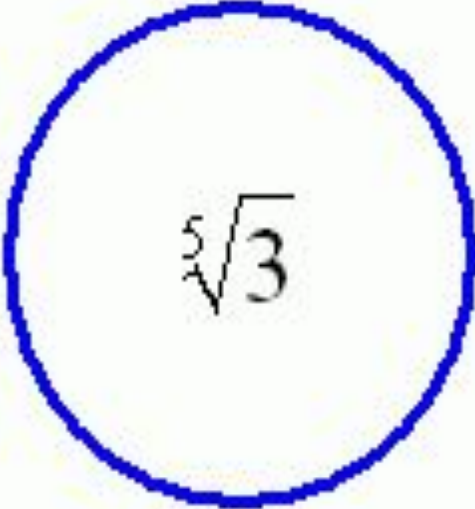
## Цель урока :

- ▣ **Обобщение и систематизация способов решения иррациональных уравнений.**
  - ▣ **Развивать умение обобщать, правильно отбирать способы решения иррациональных уравнений.**
  - ▣ **Развивать самостоятельность в поисках решений новой ситуации проблемы, воспитывать грамотность речи.**
-


Задачи на внимание  
Смотрим и запоминаем !



$\sqrt[3]{7}$



$\sqrt[5]{3}$



$\sqrt{5}$

# Вопросы

1. Перечислите все корни, которые вы видели.

2. В какой геометрической фигуре расположен  $\sqrt[3]{3}$  ?

3. Какого цвета эта окружность?

---

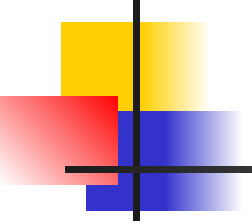
4. Квадратный корень из какого числа находится в квадрате?

5. Какого цвета этот квадрат?

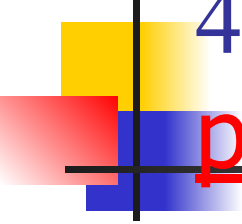
6. Каким цветом записан  $\sqrt[3]{7}$  ?

7. В какой геометрической фигуре он расположен?

# Устно



- 
1. Что такое уравнение?
  2. Что называется корнем уравнения?
  3. Что значит решить уравнение?



4. Какие уравнения называются равносильными?

---

5. Какие уравнения называются иррациональными уравнениями?

6. Каковы методы решения иррациональных уравнений?



# Устная работа

---

1. Является ли уравнение

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}} = x(1 + \sqrt{2})^{\frac{1}{3}}$$

иррациональным?

2. Какие из чисел 5; 0; 2 являются корнями уравнений?

а)  $\sqrt{1 - x} = x + 1;$

б)  $\sqrt[5]{x - 2} = \sqrt[5]{2 - x}$



## 3. Решите уравнения

---

1)  $\sqrt{x^2} = 9$

2)  $\sqrt{x-2} = 9,$

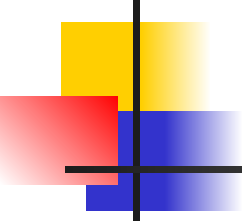
3)  $\sqrt{x-5} = -9$

4)  $\sqrt[3]{1-x^2} = -2,$

5)  $(x-4)\sqrt{1-x} = 0,$

6)  $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x+3}$





4. Можно ли, не решая уравнений, сделать вывод о неразрешимости предложенных уравнений:

---

$$\sqrt{7-x} = -8+x;$$

$$\sqrt{x-3} = -\sqrt{x^2-1}$$

$$\sqrt{3-x} = 5 - \sqrt{x-9}$$

$$\sqrt{5x+7} + \sqrt{3-4x-x^2} + 2 = 0$$

# Проверка домашнего задания



КМ Школа (edu.tatar)

Решить тест по теме «Иррациональные уравнения»

# «Найди ошибку»

Два ученика решили уравнение:  $\sqrt{2x} = 1\sqrt{8x}$

$$\begin{aligned} 1) \quad & 5x \sqrt{2x} = 15 \sqrt{8x} \\ & \times \sqrt{2x} = 3 \cdot 2\sqrt{2x} \\ & \sqrt{2x} (x - 6) = 0 \\ & \sqrt{2x} = 0 \text{ или } x - 6 = 0 \end{aligned}$$

$$2x=0 \text{ или } x=6$$

$$x=0$$

Ответ:  $x=0; 6$

$$\begin{aligned} 2) \quad & 5x \sqrt{2x} = 15 \sqrt{8x} \\ & \times \sqrt{2x} = 3 \sqrt{8x} \end{aligned}$$

Возведем обе части в квадрат

$$2x^3 = 72x$$

$$2x(x^2 - 36) = 0$$

$$2x(x-6)(x+6) = 0$$

$$\begin{aligned} 2x = 0 \text{ или } x - 6 = 0 \text{ или } x + 6 = 0 \\ x = 0 \quad \quad \quad x = 6 \quad \quad \quad x = -6 \end{aligned}$$

Ответ:  $0; 6; -6$ .

**Объясните допущенные ошибки**

# Тестовая работа по подготовке к ЕГЭ (решаем в тетрадах)

Фамилия Имя Отчество \_\_\_\_\_ (печатными буквами) Вар.№ \_\_\_\_\_

	A1	A2	A3	A4
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

## Правило:

Не бросайся решать уравнение сразу, проанализируй его вид, используй ОДЗ, найди самый рациональный прием его решения или докажи, что решений нет



## Дополнительное задание

---

$$1) \quad x^2 - x + 5 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 8;$$

$$2) \quad \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 + 1} = 3 - 5x^2.$$

# Сверим ответы

<u>Вариант 1</u>		<u>Вариант 2</u>		<u>Вариант 3</u>		<u>Вариант 4</u>	
№ пп	№ ответа	№ пп	№ ответа	№ пп	№ ответа	№ пп	№ ответа
1.	3	1.	2	1.	3	1.	3
2.	4	2.	4	2.	4	2.	4
3.	2	3.	3	3.	3	3.	3
4.	2	4.	2	4.	2	4.	1

4 уравнения верны – «5»

3 уравнения верны – «4»

2 уравнения верны – «3»

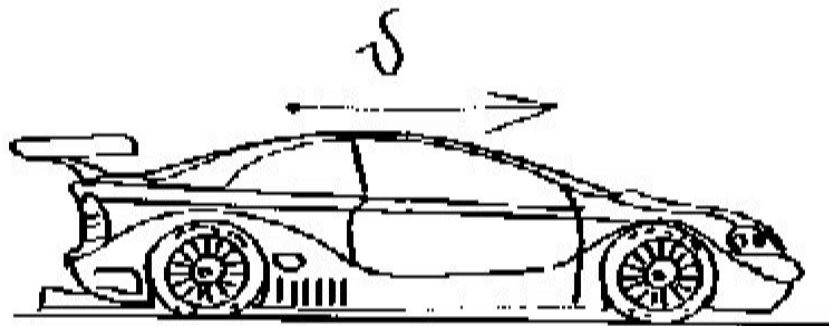
# Решить задачу в тетрадах

(обсуждаем решение в группах)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  (в километрах) с постоянным ускорением  $a$  (в км/ч<sup>2</sup>), вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la}.$$

Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

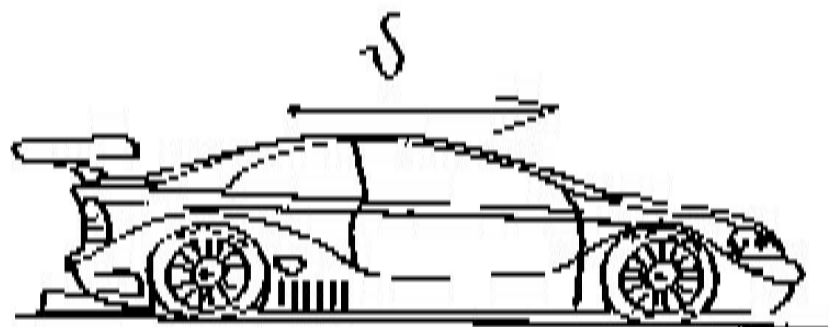


**Решение.** Найдём, при каком ускорении автомобиль достигнет требуемой скорости, проехав один километр. Задача сводится к решению уравнения  $\sqrt{2la} = 100$  при известном значении длины пути  $l = 1$  км:

$$\sqrt{2la} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{2a} = 100 \Leftrightarrow 2a = 10000 \Leftrightarrow a \geq 5000 \text{ км/ч}^2.$$

Если его ускорение будет превосходить найденное, то, проехав один километр, автомобиль наберёт большую скорость, поэтому наименьшее необходимое ускорение равно  $5000 \text{ км/ч}^2$ .

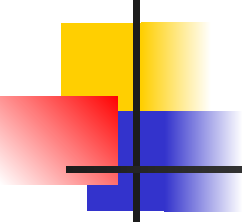
*Ответ:* 5000.





Как решить неравенства?

(обсуждения в группах)



*a)*  $\sqrt{x - 3} < 2;$

---

*б)*  $\sqrt{2x + 1} > 5;$

*в)*  $\sqrt{x + 1} > -2;$

*г)*  $\sqrt{17x - 6} < -1.$

---

Решить в группах

*a)*  $\sqrt{x^2 - x - 2} < x - 1;$

*б)*  $\sqrt{x^2 + 5x + 4} > x - 3.$

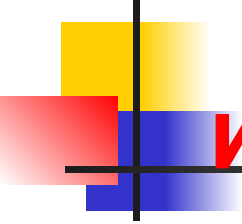


Страница 244 учебника, №30.45,46- задачник

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$$

## Итог урока



**И** – Интересные, запоминающиеся моменты урока

**Т** – трудные, тяжелые моменты урока

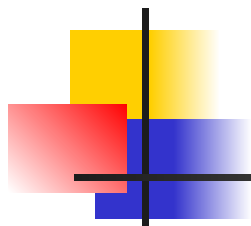
**О** – оценка работы группы и своего вклада в общее дело

**Г** – главный вывод по сегодняшнему уроку

Домашнее задание:

Учебник стр 244 Иррациональные неравенства

Задачник стр 196 № 30.46, 30.50\*.



Спасибо за урок!



## ■ Литература

- Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2011.
- Кальней С.Г., Олейник Т.А., Прокофьев А. А. Сборник задач по математике для подготовительных курсов. Часть 1. Алгебра и начала анализа. – 4-е изд. – М.: МИЭТ, 2009.
- КИМЫ ЕГЭ 2010 – 2013 г. г.
- <http://rudocs.exdat.com/docs/index-18133.html>
- <http://dist-tutor.info/mod/lesson/view.php>
- <http://ru.wikibooks.org/wiki/>

# Метод возведения в степень

Решить  
уравнение

$$\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1$$

Решение: I способ : Возведем обе части уравнения в квадрат.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x^2 + 5x + 1})^2 &= (2x - 1)^2 \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x^2 + 5x + 4x + 1 - 1 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3x^2 + 9x = 0 \Rightarrow -3x(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3.\end{aligned}$$

Проверка: 1)  $x=0$ ,

то

$$\sqrt{0 + 0 + 1} = 0 - 1$$

(неверно)

;

2)  $x=3$ , то

$$\sqrt{9 + 15 + 1} = 6 - 1, \sqrt{25} = 5$$

(верно)

$$\begin{aligned}\text{II} \\ \text{способ:} \\ \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 1 = (2x - 1)^2 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 9x = 0 \\ x \geq 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x \geq 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.\end{aligned}$$

Ответ:

3.

[назад](#)

## 2. Метод замены переменных

[назад](#)

$$(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$x^2 + 4x + x + 4 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$x^2 + 5x + 2 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} - 4 = 0$$

Пусть  $\sqrt{x^2 + 5x + 2} = a$ , тогда

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$a_1 = -1; \quad a_2 = 4.$$

$$\sqrt{x^2 + 5x + 2} = -1 \quad \text{или} \quad \sqrt{x^2 + 5x + 2} = 4$$

корней нет.

$$x^2 + 5x + 2 = 16$$

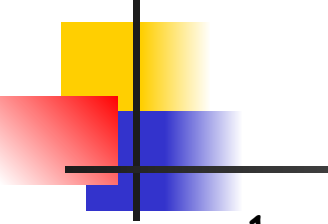
$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -7$$

Выполняется проверка.

Ответ:  $x = 2; -7$ .

# Решение уравнений



---

1.  $\frac{x-7}{\sqrt{x-11}} = \sqrt{x+1}$

2.  $\sqrt{x^2+5x+1} - \frac{10}{\sqrt{x^2+5x+1}} = 3;$

3.  $\sqrt{x-3} - 9 + x = 0;$

4.  $\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-6} = 7$

5.  $\sqrt[3]{2x-7} = \sqrt[3]{3(x-1)}$

6.  $\sqrt{x^2+5x+5} = x+2$

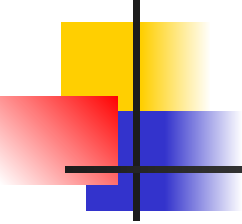




---

Уравнение – это равенство  
двух алгебраических выражений

[назад](#)



Корнем уравнения  
называется то значение  
переменной, при котором  
данное уравнение  
обращается в верное  
равенство

---

[назад](#)



два уравнения

---

равносильны на множестве,

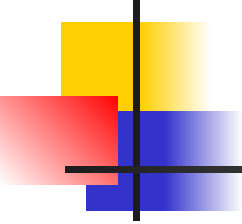
если они имеют

одни и те же корни из этого

множества или не

имеют корней на данном множестве

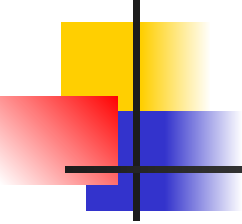
[назад](#)



---

Уравнения, содержащие  
переменную под знаком корня,  
называются иррациональными  
уравнениями.

[назад](#)



# Приемы решения иррациональных уравнений:

---

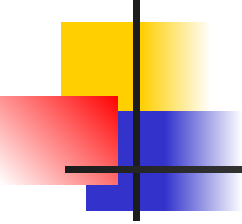
возведение в степень (чаще всего  
возведение в квадрат);

метод замены переменных;

исследование области определения;

метод исследования монотонности  
функции ...

[назад](#)

- 
- 
- Решить уравнение, значит найти все его корни или доказать, что корней нет.