
Иррациональные уравнения



Цели урока:



- Закрепить понятие иррационального уравнения.
- Повторить и закрепить решение иррационального уравнения методом возведения в квадрат.
- Познакомиться с решением иррационального уравнения методом замены переменной.

Иррациональным наз-ся уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня.

1. $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \text{ и } g(x) \geq 0 \end{cases}$

2. $\sqrt{f(x)} = a$

Если $a < 0$, то уравнение не имеет корней.

Если $a > 0$, то уравнение равносильно уравнению

$$f(x) = a^2.$$

3. $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$

**Решение уравнений из учебника:
№154(1;3), №155(1;3)**

Выполните самостоятельно:



■ Вариант 1.

$$1) \sqrt{6-x} = x;$$

$$2) \sqrt{10x-1} = 2+x;$$

$$3) \sqrt{x+3} - 1 = x.$$

■ Вариант 2.

$$1) \sqrt{5x-4} = x;$$

$$2) \sqrt{2x-1} = 2-x;$$

$$3) x + \sqrt{x+2} = 4.$$

ОТВЕТЫ:

- Вариант 1.

1) 2;

2) 1; 5;

3) 1.

- Вариант 2.

1) 1; 4;

2) 1;

3) 2.



Пример. Решите уравнение:

1 способ.

$$\sqrt{x} = 3 - 2x$$

$$(\sqrt{x})^2 = (3 - 2x)^2$$

$$x = 9 - 12x + 4x^2$$

$$4x^2 - 13x + 9 = 0$$

$$x_1 = 2\frac{1}{4}; \quad x_2 = 1.$$

$$\text{Проверка: } x_1 = 2\frac{1}{4}$$

$$2 \cdot \frac{9}{4} + \sqrt{\frac{9}{4}} - 3 = 0$$

$$3 = 0 \text{ (неверно)}$$

$$x_2 = 1$$

$$2 \cdot 1 + \sqrt{1} - 3 = 0$$

$$0 = 0 \text{ (верно)}$$

Ответ : $x = 1$.

$$2x + \sqrt{x} - 3 = 0$$

2 способ.

$$2x + \sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\text{Замена: } \sqrt{x} = a$$

$$2a^2 + a - 3 = 0$$

$$a_1 = 1; \quad a_2 = -\frac{3}{2}.$$

$$\sqrt{x} = 1 \quad \text{или} \quad \sqrt{x} = -\frac{3}{2}$$

$$x = 1$$

к.нет

Этот метод называется методом введения новой переменной.

Примеры:

$$1) x + \sqrt{x} = 30;$$

$$2) \sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1;$$

$$3) (5x - 1) + \sqrt{5x - 1} = 12.$$

После замены

$$1) a^2 + a = 30;$$

$$2) a - \frac{20}{a} = 1;$$

$$3) a^2 + a = 12.$$