

**Государственное Образовательное Учреждение  
Лицей №1523**

**ЮАО г.Москва**

# **Лекции по алгебре и началам анализа**

## **10 класс**

© **Хомутова Лариса Юрьевна**

[pptcloud.ru](http://pptcloud.ru)

# Лекция №9



## **Иррациональные уравнения и неравенства**

# I. Иррациональные уравнения

## Методы решения.

### 1. Возведение в степень.

$$a) \quad \sqrt{f(x)} = g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Пример №1.

$$\sqrt{3 - 3x} = x - 1$$

# 1. Возведение в степень.

$$б) \quad \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

*Пример №2.*

$$\sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 - 2}$$

# 1. Возведение в степень.

$$в) \quad \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$$

*Пример №3.*

$$\sqrt{3x + 4} = 2\sqrt{x} - \sqrt{x - 4}$$

## 2. Умножение на сопряженное выражение.

Пример №4.  $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

---

## 3. Введение вспомогательных переменных.

Пример №5.  $x^2 - 4 - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$

## 4. Выделение полного квадрата под знаком радикала.

*Пример №7.*

$$\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 1$$

---

## 5. Сужение области поиска корней уравнения за счет нахождения ОДЗ.

*Пример №8.*

$$\sqrt{5-x} - \sqrt{7-x} + \sqrt{2x-15} = 2$$

## 6. Графический метод

Пример №9.

$$\sqrt{25 - x^2} + \sqrt[3]{x - 5} = 2$$

$$y_1 = \sqrt{25 - x^2}$$

$$y_2 = 2 - \sqrt[3]{x - 5}$$



## II. Иррациональные неравенства.

### Методы решения.

$$1) \quad \sqrt{f(x)} > g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Пример №10.

$$\sqrt{2x} > x - 3$$

$$2) \quad \sqrt{f(x)} < g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) < g^2(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

*Пример №11.*

$$\sqrt{2x} < x - 3$$

*Пример №12.*

$$\sqrt{x-3} - \sqrt{x-2} < \sqrt{x-1}$$

### III. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.

Пример №13.

$$\sqrt{x^2 - 1} + x = a$$

Пример №14.

$$\sqrt{x + 2} > x + 2$$