

# Применение производной к исследованию функций

*Дорохова Ю.А.*

# Цель занятия:

---

- ПОВТОРЕНИЕ ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ И ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИИ, ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОМ ОБОБЩЕНИЯ,
  - РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ,
  - УМЕНИЕ ПРИМЕНЯТЬ ЗНАНИЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ.
  - ВОСПИТАНИЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА К ИЗУЧАЕМОМУ МАТЕРИАЛУ,
  - АКТИВИЗАЦИИ МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ,
  - СОЗНАТЕЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, КУЛЬТУРЫ РЕЧИ.
-

# ЗАДАЧА:

---

- **УМЕТЬ** ИССЛЕДОВАТЬ ФУНКЦИЮ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ,
  - **ЗНАТЬ** Достаточный признак возрастания
  - (убывания) функции.
  - Признак максимума (минимума) функции.
  - **СФОРМИРОВАТЬ** ПОНЯТИЕ ОБ АЛГОРИТМЕ, СПОСОБАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ .
-

## **Знаете ли вы, что...**

---

**Исследование функций с помощью производной позволяет более точно строить их графики, которые применяются для решения многих алгебраических задач.**

---

# *План работы на уроке*

---

1. Повторение
  2. Изучение нового материала
  3. Закрепление
  4. Проверочная работа
  5. Обобщение изученного материала
  6. Домашнее задание
  7. Итог урока
-

## **Давайте вспомним...**

---

- Достаточный признак возрастания функции
- Достаточный признак убывания функции
- Необходимое условие экстремума
- Признак максимума функции
- Признак минимума функции



# Изучение нового материала

---

- 1) Область определения
- 2) Чётность, нечётность; периодичность
- 3) Точки пересечения графика с осями координат
- 4) Промежутки знакопостоянства
- 5) Промежутки возрастания и убывания
- 6) Точки экстремума и значения  $f$  в этих точках
- 7) Поведение функции в окрестности "особых" точек и при больших по модулю  $x$ .



# Выполните устно:

---

1) Выполните устно:

- a) Для функции  $f(x)=x^3$  определить  $D(f)$ , четность, возрастание, убывание.
- b) Ответ:  $D(f)=\mathbb{R}$ , нечётная, возрастающая.
- c) Докажите, что функция  $f(x)=x^5+4x$  возрастает на множестве  $\mathbb{R}$ .

2) Пример исследования функции

---

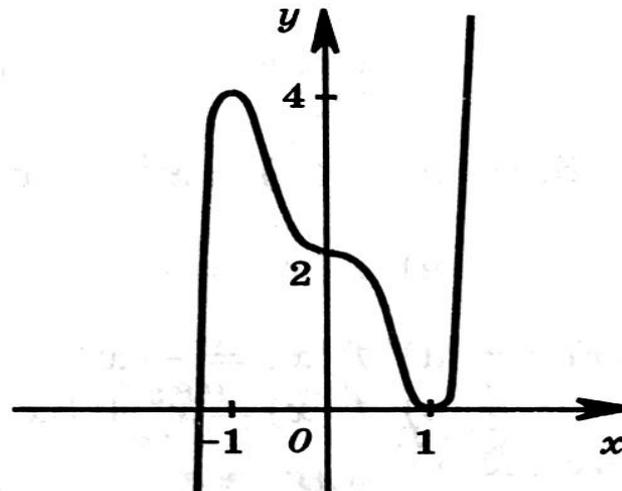
$$\underline{f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2}$$

- 1)  $D(f) = R$ , так как  $f$  – многочлен
- 2)  $f(-x) = -3x^5 + 5x^3 + 2$ , значит  $f(x)$  ни чётная, ни нечётная; не периодическая
- 3) Пересечение с осью  $Oy$ :  $3x^5 - 5x^3 + 2 = 0$ , отсюда  $x = 1$
- 5), 6)  $f'(x) = 15x^4 - 15x^2 = 15x^2(x^2 - 1)$   
 $D(f) = R$ , поэтому критических точек, для которых  $f'(x)$  не существует, нет  
 $f'(x) = 0$ , если  $x^2(x^2 - 1) = 0$ , т.е. при  $x = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$



$$\underline{f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2}$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 1)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$2$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$
		$max$				$min$	



## **Задание**

---

- Используя схему исследования функции выполните задание:
- п. 24;
- №296 (а; б), №299 (а; б).



## Проверочная работа:

---

Исследовать функцию и построить её график:

*Вариант 1*

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2 .$$

Решение

*Вариант 2*

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$$

Решение



# Вариант 1

---

1)  $D(f)=R$

2)  $f(-x)=x^3-3x-2$ , значит  $f(x)$  ни чётная, ни нечётная; не периодическая

3)  $f(x)=0: (x-1)(x^2+x-2)=0; x=1, x=-2;$   
 $f(0)=-2$

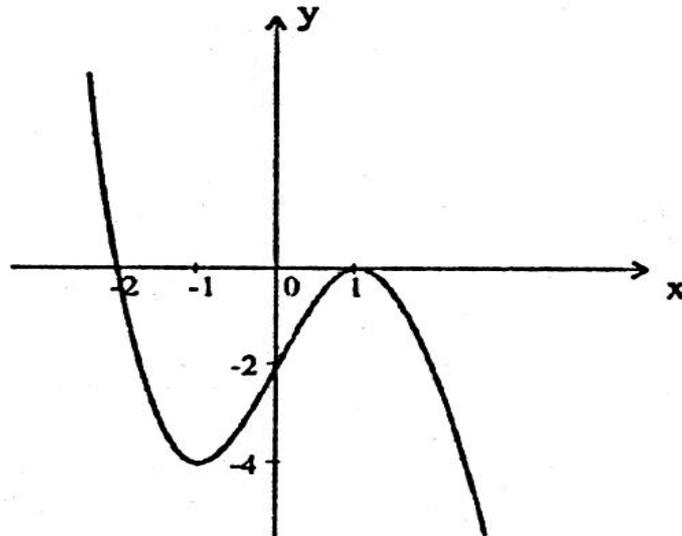
5), 6)  $f'(x)=-3x^2+3=-3(x-1)(x+1)$

Таблица, график



# Вариант 1

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		-4		0	
		<i>min</i>		<i>max</i>	



## Вариант 2

---

1)  $D(f)=R$

2)  $f(-x)=x^4-2x^2-3$ , значит  $f(-x)=f(x)$  для любого  $x$ , принадлежащего  $D(f)$  – функция является чётной.

3)  $f(x)=0: (x^2-3)(x^2+1)=0; x=\pm\sqrt{3};$   
 $f(0)=-3$

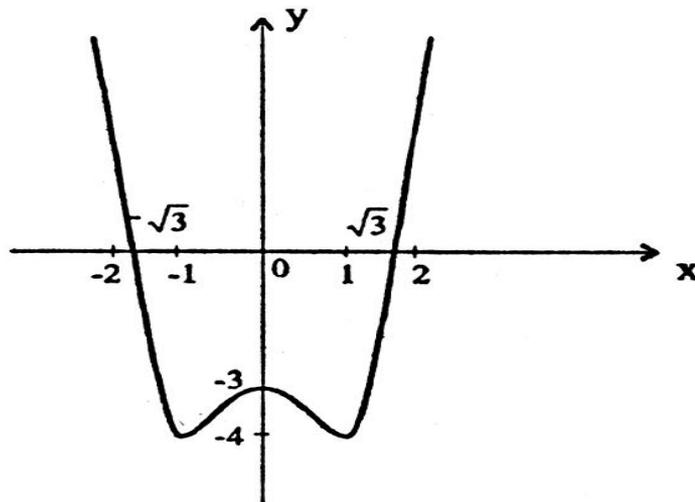
5), 6)  $f'(x)=4x^3-4x=4x(x-1)(x+1)$

Таблица, график



# Вариант 2

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$		-4		-3		-4	
		<i>min</i>		<i>max</i>		<i>min</i>	



## **Подведём итоги:**

---

- Новый материал полностью усвоен, урок понравился.
- Тема усвоена не полностью.
- Ничего не было понятно.



## **Домашнее задание**

---

- Повторить схему исследования функции.
- п. 24;
- №296 (в), №299 (в).

