

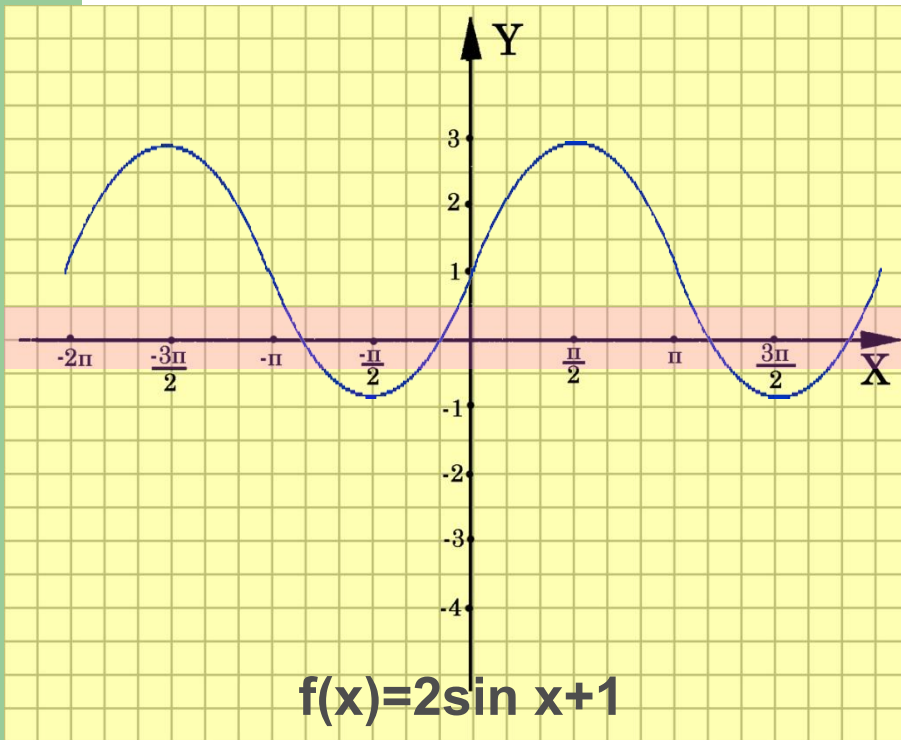
# **Исследование тригонометрических функций.**



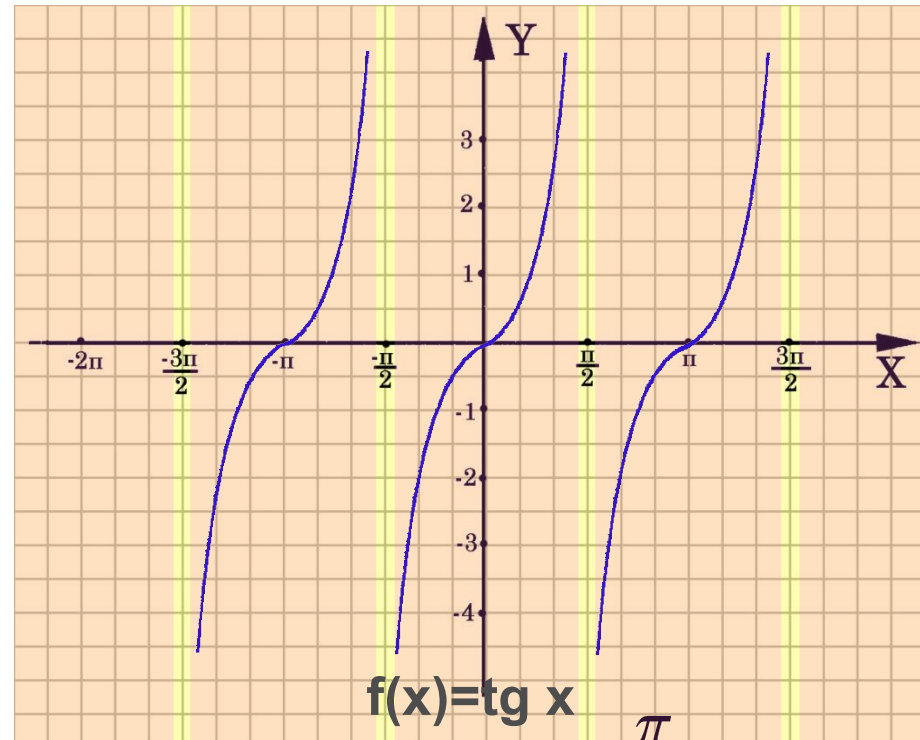
# Содержание

- Область определения функции
- Область значения функции
- Периодичность
- Промежутки знакопостоянства
- Четность и нечетность функций
- Возрастание и убывание функций
- План исследования функции
- Экстремумы

Областью определения функции  $f(x)$  называют множество всех значений, которые может принимать независимая переменная  $x$ .



$f(x) = 2\sin x + 1$   
 $D(f): (-\infty ; +\infty)$



$f(x) = \operatorname{tg} x$   
 $D(f): x \neq \frac{\pi}{2}n; n \in \mathbb{Z}$

# Задание

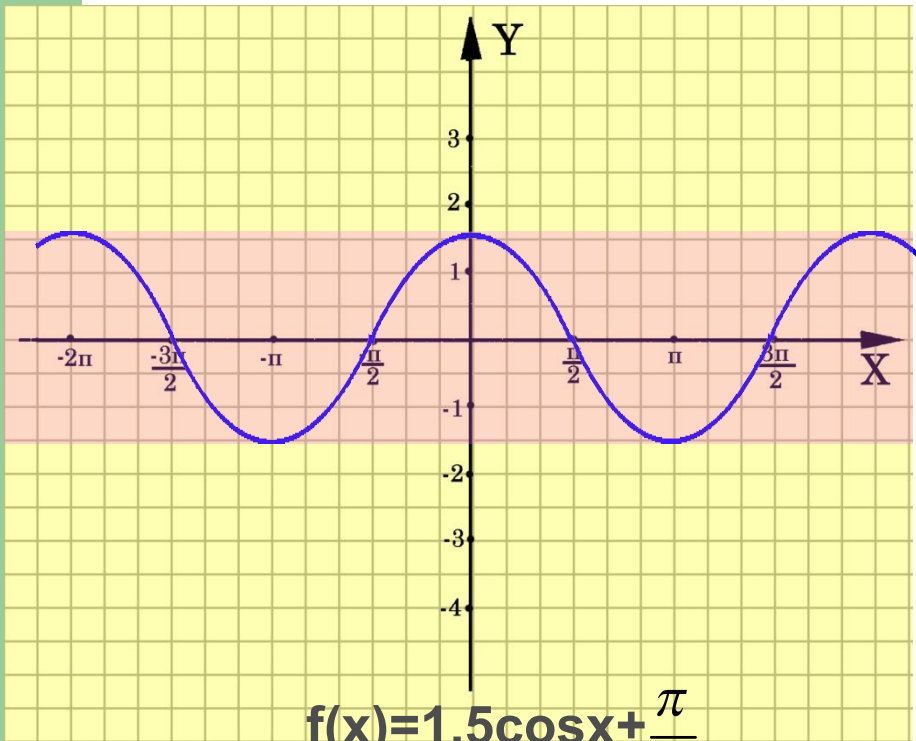
- Найдите область определения функции:

$$f(x) = 1 + \operatorname{ctg} x$$

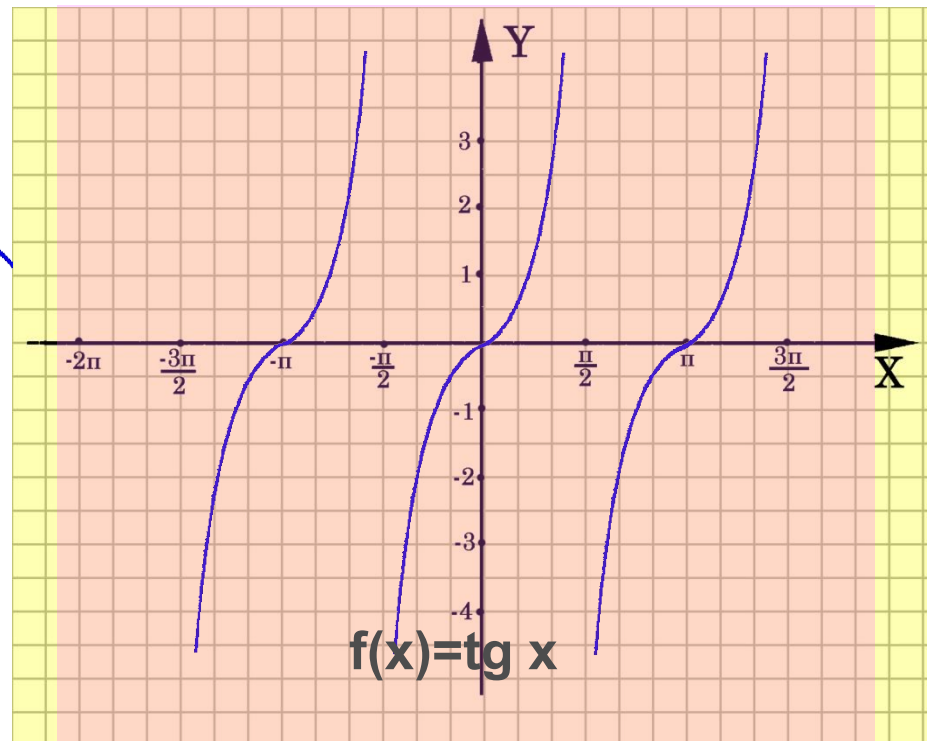
$$f(x) = 1 + \sin^2 x$$

$$f(x) = 2\cos(x - \pi/3)$$

Множество, состоящее из всех чисел  $f(x)$ , таких, что  $x$  принадлежит области определения функции  $f$ , называют областью значений функции  $F$ .



$$f(x) = 1,5 \cos x + \frac{\pi}{6}$$
$$E(f) = [-1,5; 1,5]$$



$$f(x) = \operatorname{tg} x$$
$$E(f) = (-\infty ; +\infty)$$

## Задание

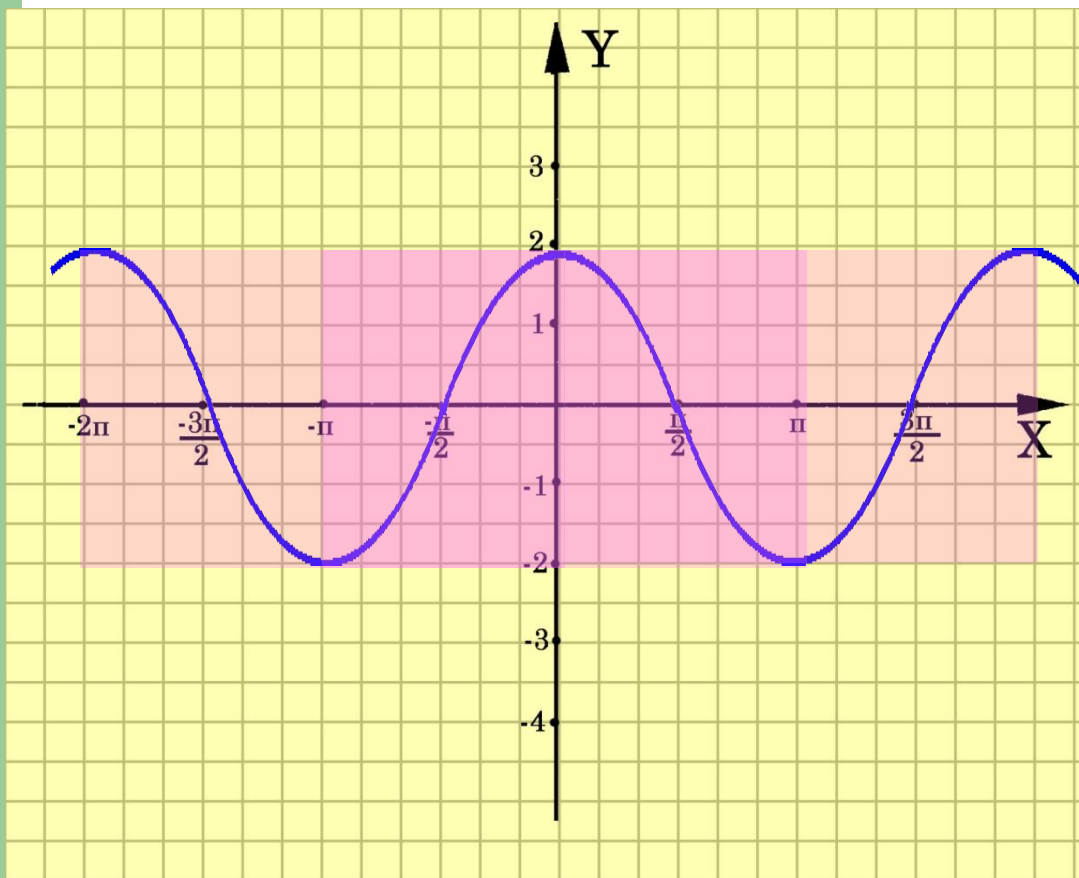
- Найдите область значений функции:

$$f(x) = 3 + 0,5 \sin(x + \pi/4)$$

$$f(x) = 1,5 - 0,5 \cos^2 x$$

$$f(x) = 1 + 2 \sin x$$

Функцию  $f$  называют периодической с периодом  $T \neq 0$ , если для любого  $x$  из области определения  $f(x+T)=f(x)=f(x+T)$ .



Каким образом по графику определить период?

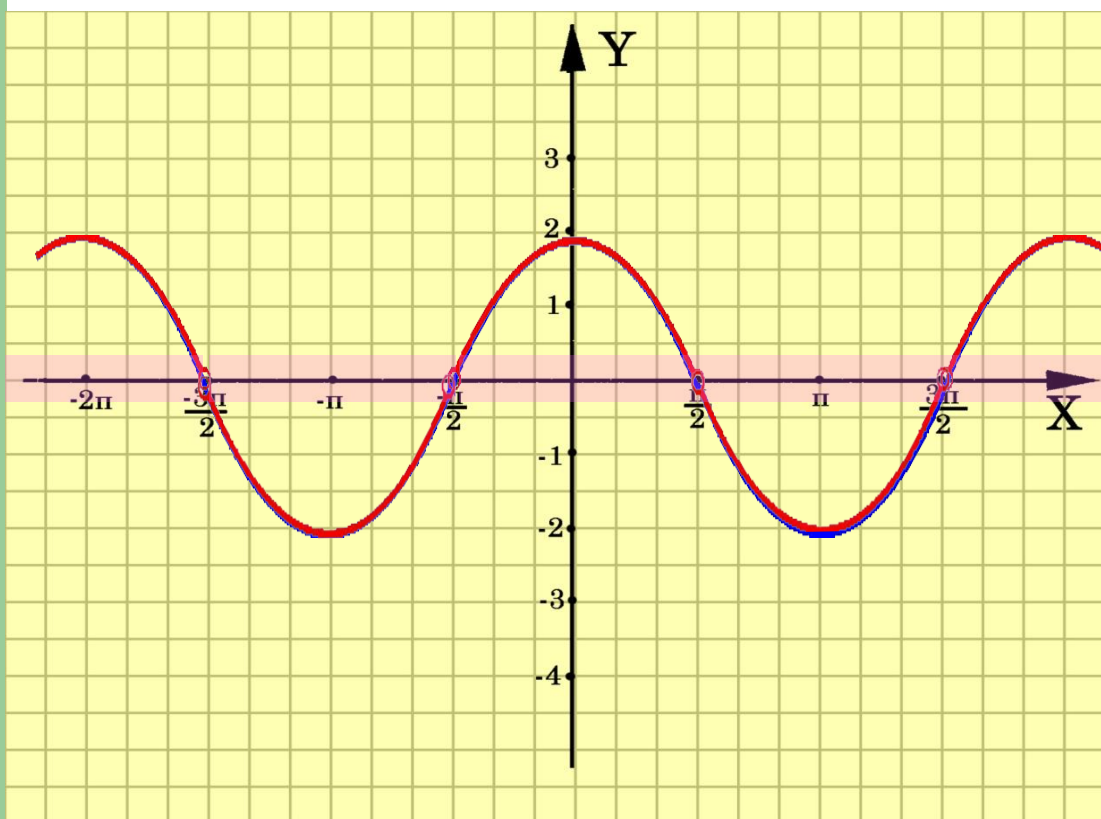
Если  $T$ -период функции, то при любом целом значении  $k$  число  $kT$  так же является ее периодом.

# Задание

- Найдите наименьший положительный период каждой из функций:
- $y = 1/2 \sin x/4$
- $y = 4 \cos 2x$
- $y = 3 \operatorname{tg} 1,5x$



# При каких значениях $x$ функция принимает положительные (отрицательные) значения?



$f(x) > 0$ , если  $x$ , принадлежит промежутку  $(-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k)$

$f(x) < 0$ , если  $x$ , принадлежит промежутку  $(\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k)$

# Задание

- Найдите промежутки знакопостоянства:

$$y = -\sin 3x$$

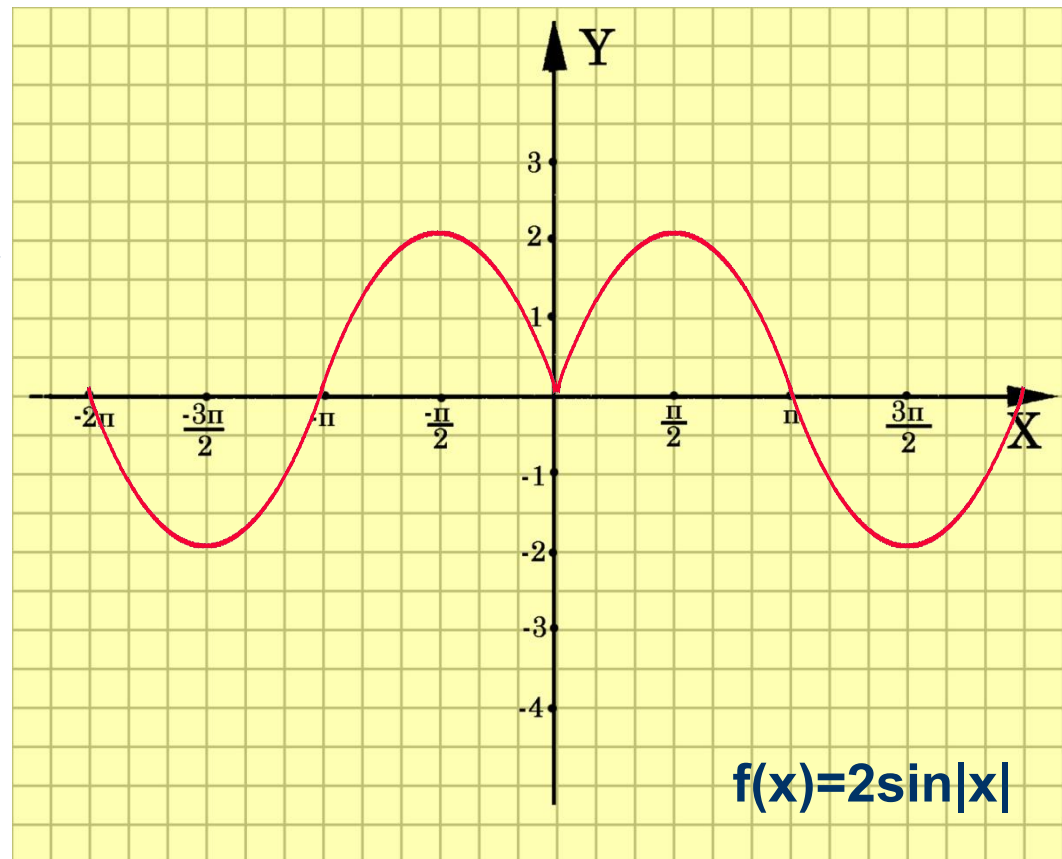
$$y = \cos x/2$$

$$y = \operatorname{tg} 2x/3$$

# График четной функции симметричен относительно оси ординат. ( $f(-x)=f(x)$ )

На рисунке изображен график четной функции. Достройте график на промежутке  $(-\pi/2; 0)$ .

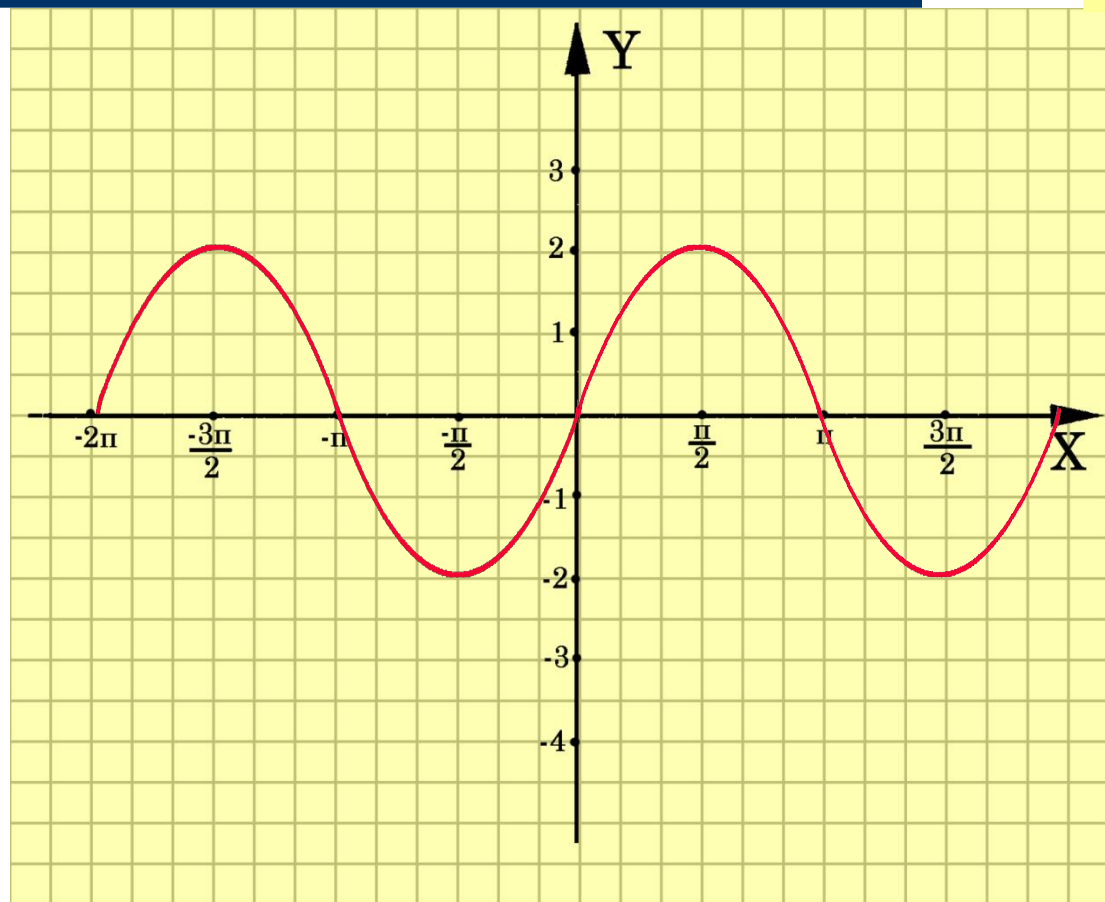
График какой функции получился?



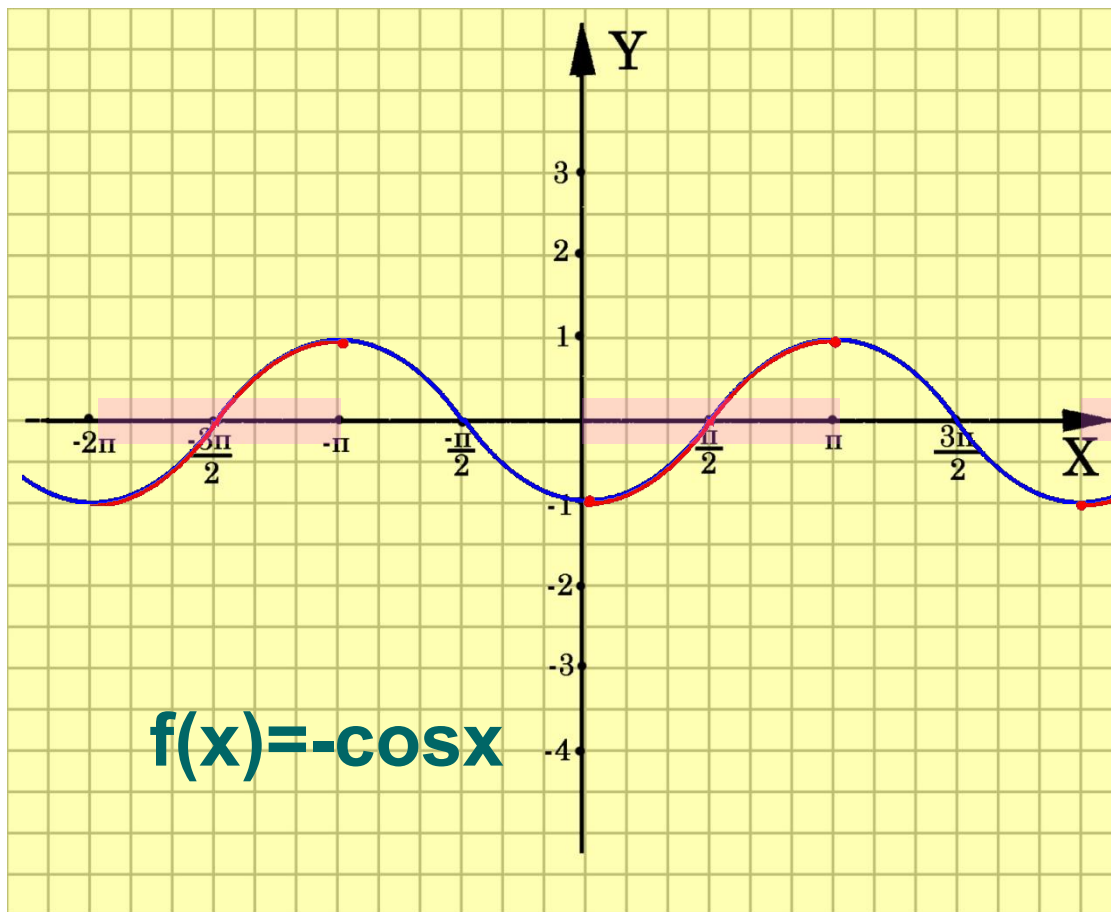
# График нечетной функции симметричен относительно начала координат. ( $f(-x) = -f(x)$ )



На рисунке  
Изображен график  
нечетной функции.  
Достройте график  
на промежутке  
( $-\pi/2; 0$ ).



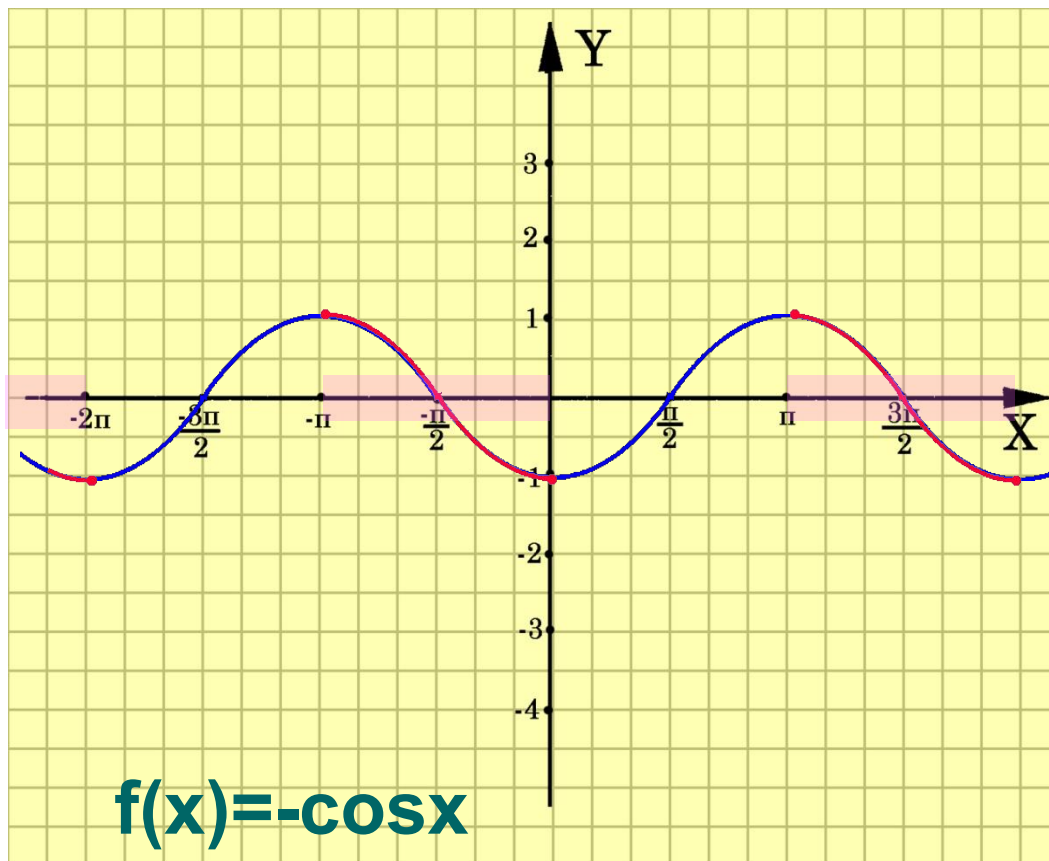
Функция  $f$  возрастает на множестве  $P$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$  из множества  $P$ , таких, что  $x_1 > x_2$ , выполнено неравенство  $f(x_1) > f(x_2)$ .



Определите промежутки возрастания функции.

[ $\pi k$ ;  $3\pi/2k$ ]

Функция  $f$  убывает на множестве  $P$ , если для любых  $x_1$  и  $x_2$  из множества  $P$ , таких, что  $x_1 > x_2$ , выполнено неравенство  $f(x_1) < f(x_2)$ .



Определите промежутки убывания функции.

$[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$

# Задание

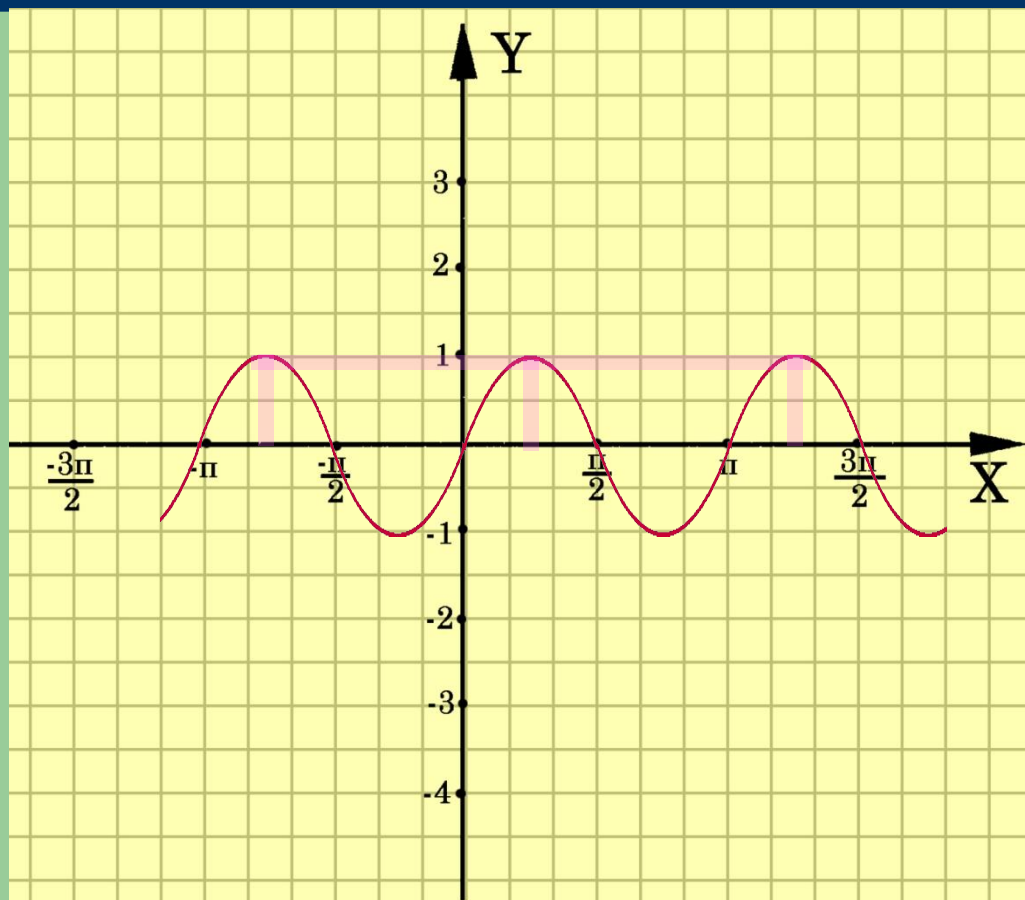
- Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

$$y=4 \cos 3x$$

$$y= 2 \operatorname{tg} x/2$$

$$y= 0,2 \sin 4x$$

# Экстремумы функции



$$\max f(x): \\ f(\pi/4 + \pi k) = 1$$

$\min f(x)$  определи  
самостоятельно



# Задание

- Найдите экстремумы функции:

$$y = \cos(x + \pi/4)$$

$$y = \sin(x + \pi/6)$$

$$y = 1 - \sin(x - \pi/3)$$

# “Чтение” графика



- Область определения функции
- Область значений функции
- Четность (нечетность) функции
- Периодичность (наименьший положительный период) функции
- Точки пересечения графика с осями
- Промежутки знакопостоянства
- Промежутки возрастания (убывания) функции
- Максимумы (минимумы)

# Если что-то не усвоил, вернись на нужную страницу.

- Область определения функции
- Область значения функции
- Периодичность
- Промежутки знакопостоянства
- Четность и нечетность функций
- Возрастание и убывание функций
- Максимумы (минимумы)
- План исследования функции