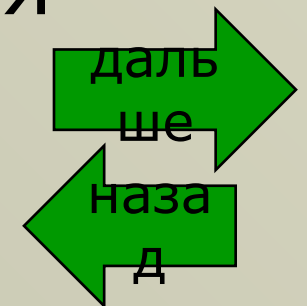


Исследование
зависимости вида
 $y=ax^2+bx+c$ и
решение задач на
прямолинейное
равноускоренное
движение

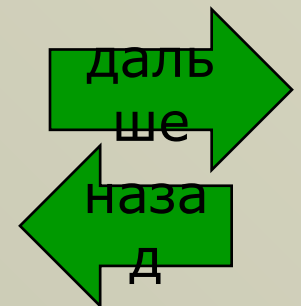
Искандярова О.Р.

дальше

- ◆ **Автор** - Искандярова О.Р.
- ◆ **Класс** – 11 Б
- ◆ **Научный руководитель** – Тamarлакова Л.И.
- ◆ **Консультант по математической части** – Белобородова В.А.
- ◆ **Тип проекта** - интегративный
- ◆ **Форма проекта** – компьютерная презентация



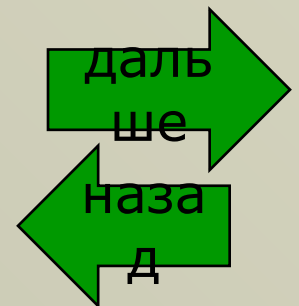
- ◆ Если ученику с легкостью даются построения графиков, нахождение производных и решение уравнений с параметрами в математике, то он так же легко сделает это и в физике.



Изучение многих физических процессов часто приводит к решению задач с параметрами.

«**Параметр**» с греч. parametron-отмеривающий.

Параметр - это постоянная величина, выраженная буквой, сохраняющая своё постоянное значение в условиях данной задачи.



*С параметрами мы встречались,
когда вводили понятия:*

- ♦ функция прямая пропорциональность: $y=kx$
(x и y -переменные, k -параметр, $k \neq 0$);
- ♦ линейная функция: $y=kx+b$
(x и y -переменные, k и b - параметры);
- ♦ линейное уравнение: $ax+b=0$
(x -переменная, a и b -параметры);
- ♦ квадратное уравнение: $ax^2+bx+c=0$
(x - переменная, a , b и c -параметры, $a \neq 0$).

даль
ше

наза
д

- ◆ Многочлен ax^2+bx+c , где $a \neq 0$ и a, b, c - действительные числа, называют квадратным трехчленом.
- ◆ Функция $f(x)=ax^2+bx+c$, ($a \neq 0$)- квадратичная, ее график- парабола.
- ◆ Координаты вершины параболы:
$$X_0 = -b/2a; y_0 = f(x_0).$$
- ◆ Если $a > 0$, ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$ – вниз.

$$D = b^2 - 4ac.$$

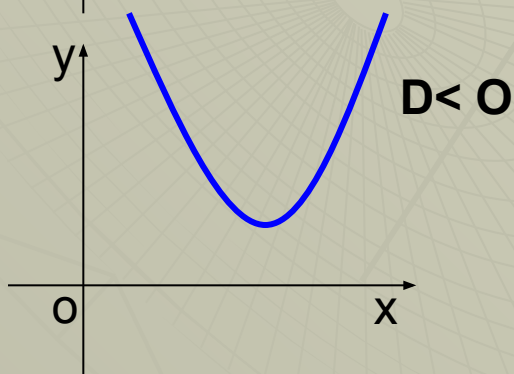
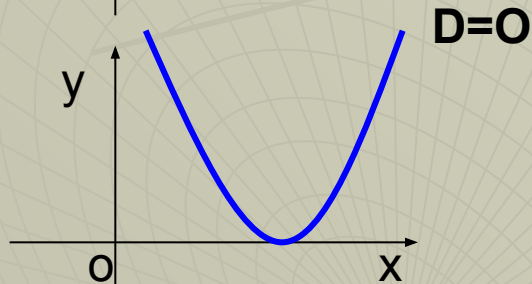
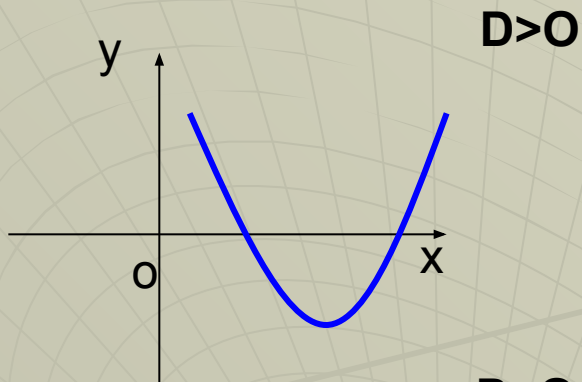
- ◆ Если $D > 0$, парабола пересекает ось x в двух точках.
- ◆ Если $D = 0$, парабола касается оси x .
- ◆ Если $D < 0$, парабола не пересекает ось x .

даль
ше

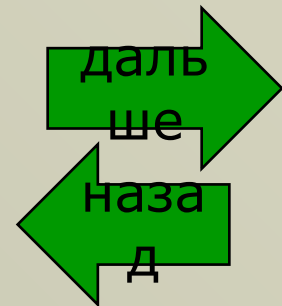
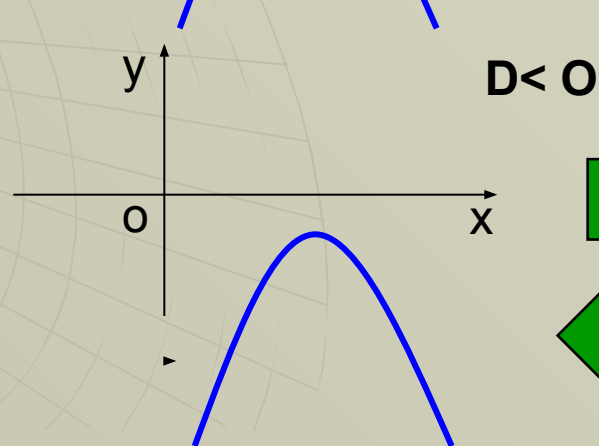
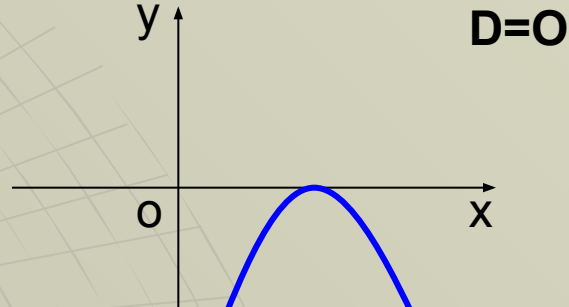
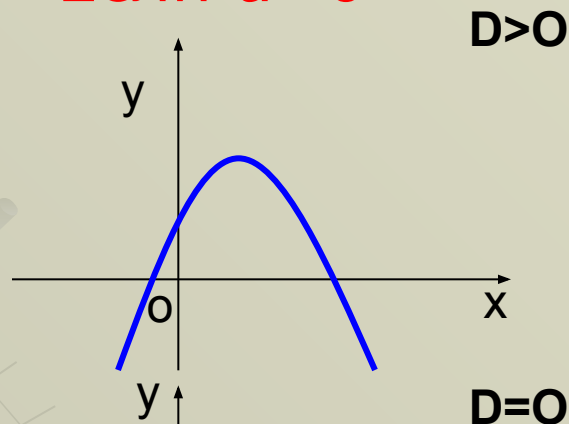
наза
д

Расположение параболы относительно системы координат.

◆ Если $a > 0$



Если $a < 0$



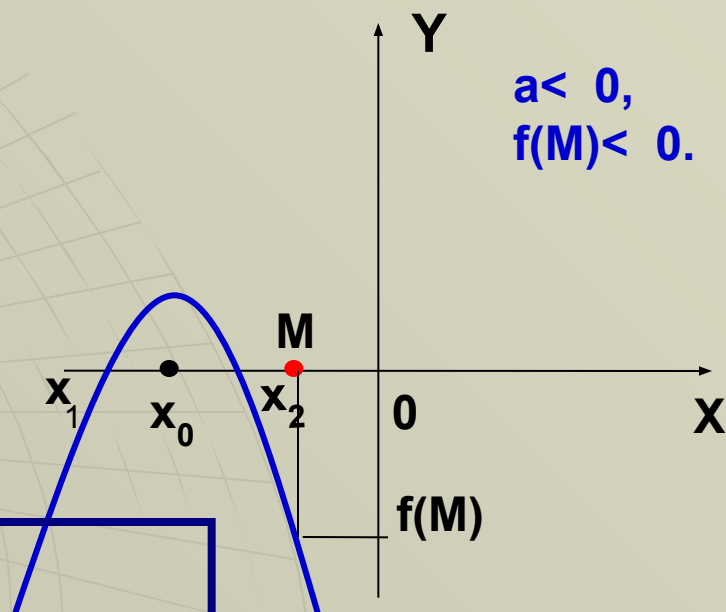
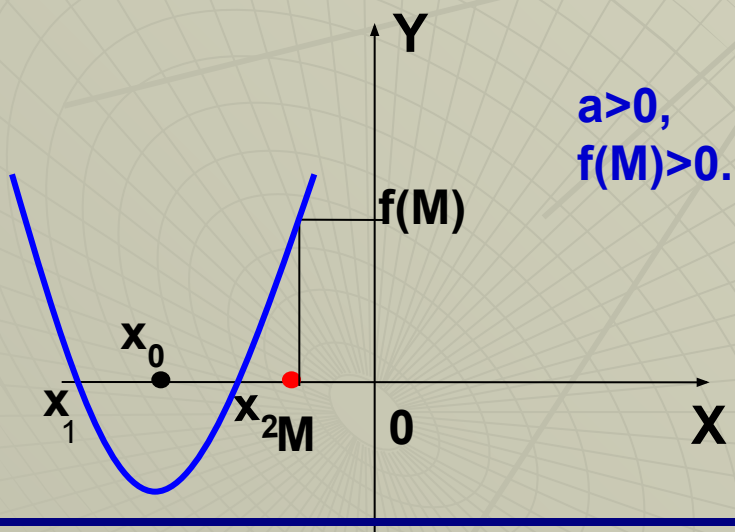
I. $f(x)=ax^2+bx+c$

M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа M ,
 $X_1 < X_2 < M$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

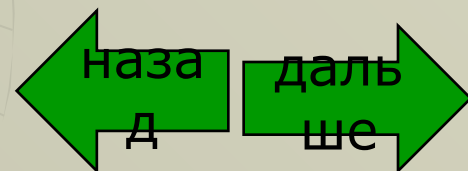
$$\left[\begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



Эти два случая можно объединить:

$$\left[\begin{array}{l} D \geq 0 \\ X_0 < M, \\ a \times f(M) > 0; \text{ здесь } f(M) = aM^2 + bM + c. \end{array} \right.$$

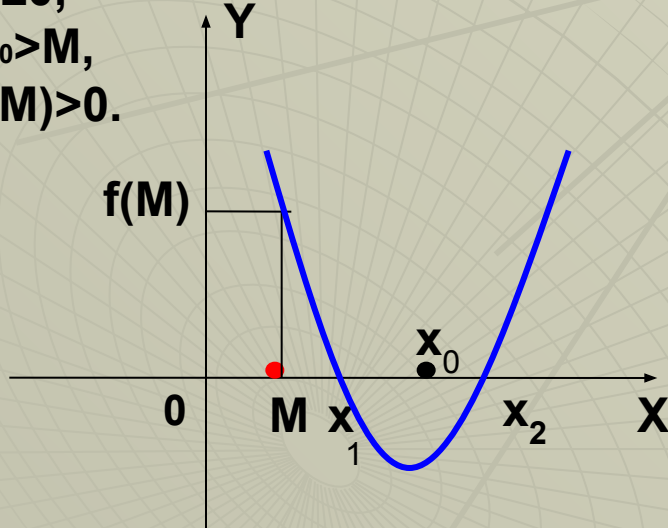


II. $f(x)=ax^2+bx+c$

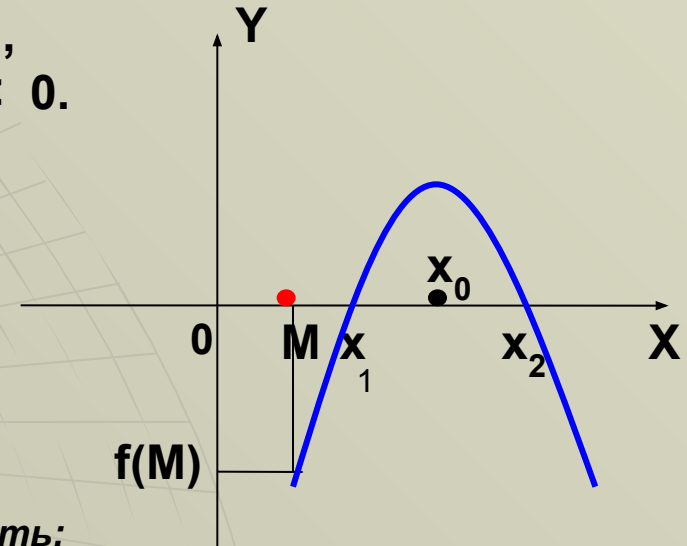
M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа M ,
 $M < x_1 < x_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left[\begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$



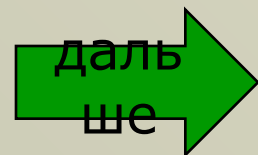
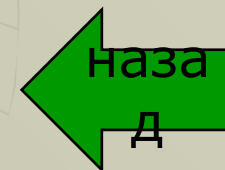
$$\left[\begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



Эти два случая можно объединить:

$$\left[\begin{array}{l} D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ a \times f(M) > 0, \end{array} \right.$$

здесь $f(M) = aM^2 + bM + c$.



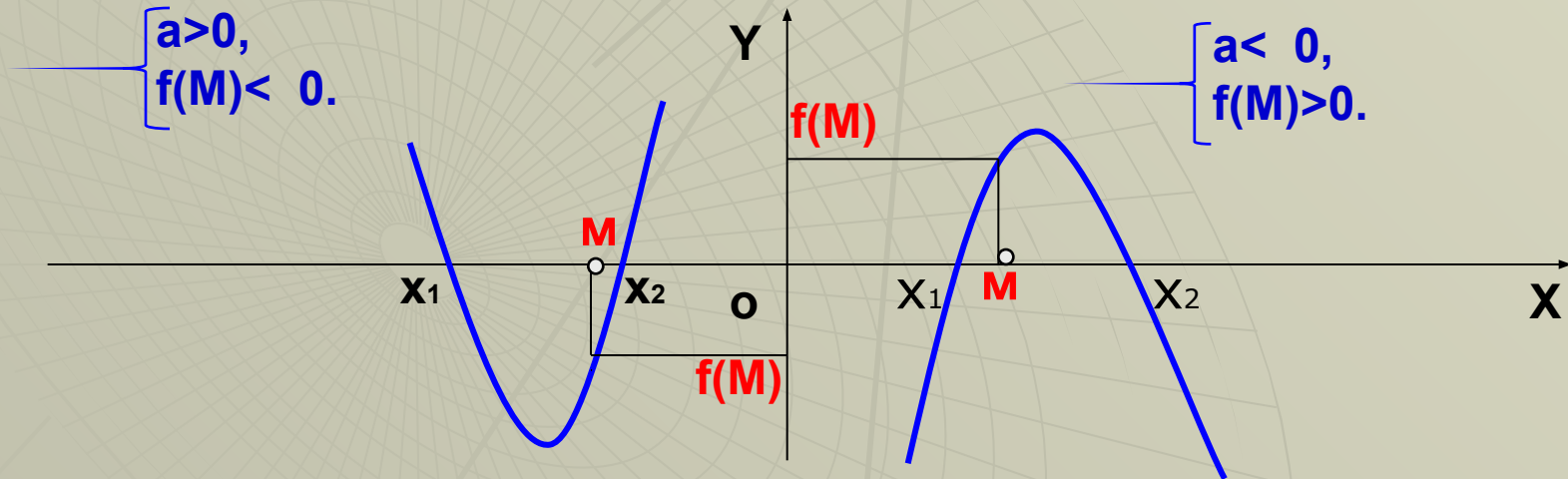
III. $f(x)=ax^2+bx+c$

M - точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа M , а другой меньше M , $X_1 < M < X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M) < 0,$$

здесь $f(M)=a \cdot M^2+b \cdot M+c$.



Задача

← назад
д

дальше →
е

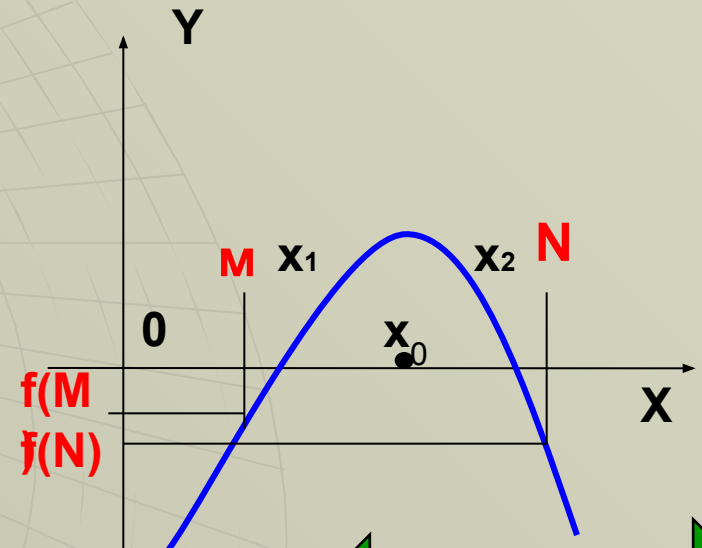
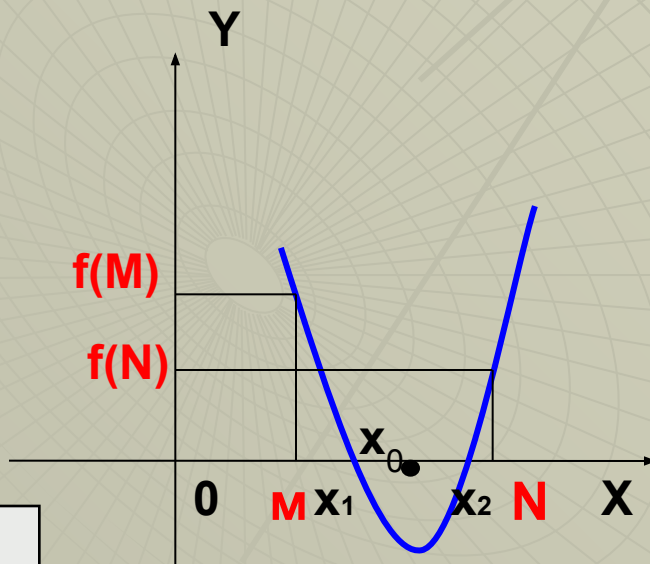
IV. $f(x)=ax^2+bx+c$

M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале (M,N) , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0 \end{array} \right.$$



Задача

назад

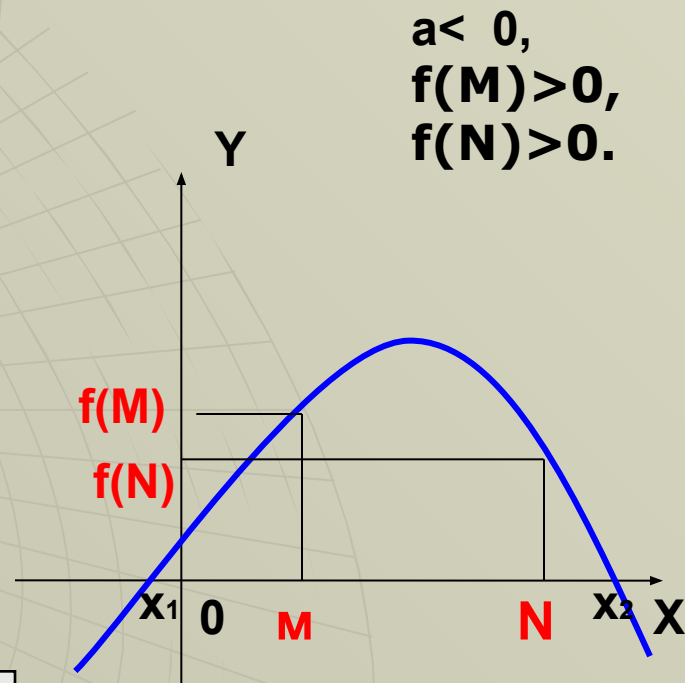
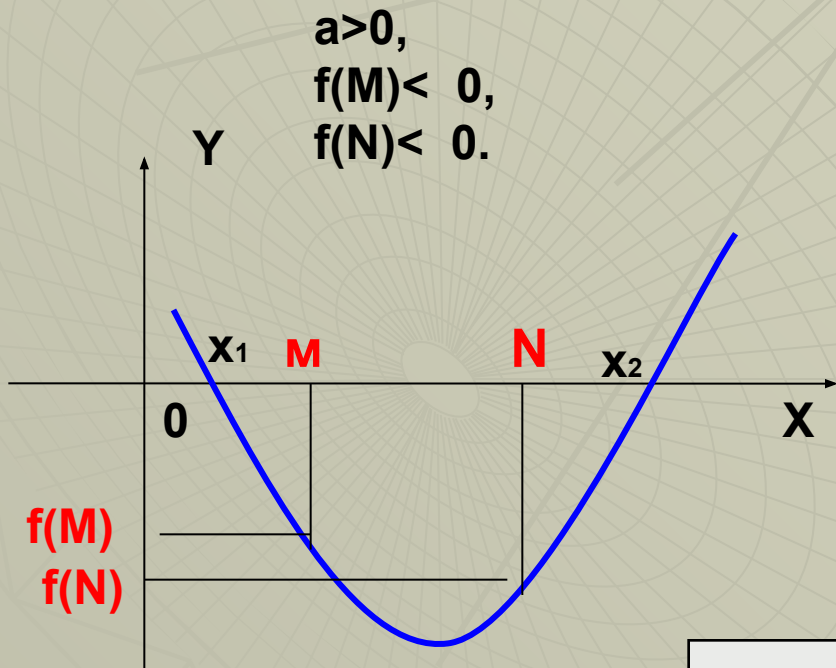
дальше

V. $f(x)=ax^2+bx+c$

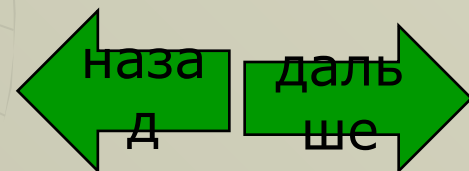
M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы отрезок $[M,N]$ целиком лежал на интервале $(x_1;x_2)$, необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a \cdot f(M) < 0,$$
$$a \cdot f(N) < 0.$$



Задача



Задача

При каких a один корень уравнения $ax^2+x+1=0$
больше 2 ,
а другой меньше 2 ?

Решение.

Чтобы выполнялось условие $x_1 < 2 < x_2$ необходимо и достаточно, чтобы $af(2) < 0$, здесь $f(2) = 4a + 2 + 1 = 4a + 3$
(смотри сюда - [СЛУЧАЙ III](#)).

Решим неравенство $a(4a+3) < 0$ методом интервалов:



$$-3/4 < a < 0$$

Ответ: - $3/4 < a < 0$.

Задача

При каких a оба корня уравнения $x^2 - ax + 2 = 0$ лежат на интервале $(0; 3)$?

Решение

Коэффициент при x^2 положителен ($a > 0$). Чтобы x_1 и x_2 принадлежали интервалу $(0; 3)$ необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\left. \begin{array}{l} D \geq 0, \\ x_0 \in (M, N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{array} \right\}$$

здесь $D = a^2 - 8$, $x_0 = a/2$ и $f(3) = 9 - 3a + 2$ (смотри сюда – [СЛУЧАЙ IV](#)).
Решим получившуюся систему

$$\left[\begin{array}{l} a^2 - 8 \geq 0, \\ a/2 \in (0; 3), \\ 9 - 3a + 2 > 0 \end{array} \right.$$

\Leftrightarrow

$$\left[\begin{array}{l} |a| \geq \sqrt{8}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3 \end{array} \right.$$

\Leftrightarrow

$$\left[\begin{array}{l} a \geq 2\sqrt{2}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3. \end{array} \right.$$

Ответ: $2\sqrt{2} \leq a \leq 11/3$

При каких a один корень уравнения $ax^2+x+1=0$ меньше 0, а второй корень больше 3?

Решение

- ♦ Коэффициент при x^2 положителен ($a > 0$). Чтобы x_1 был меньше 0, а x_2 больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие $\begin{cases} a \cdot f(0) < 0, \\ a \cdot f(3) < 0. \end{cases}$ (смотри сюда – случай V)

$$f(0) = 1$$

$$f(3) = 9a + 4$$

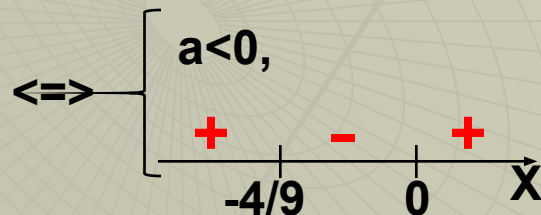
$$\begin{cases} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a + 4) < 0 \end{cases}$$

 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a + 4) < 0 \end{cases}$$

 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} a < 0, \\ 9a^2 + 4a < 0 \end{cases}$$

 \Leftrightarrow

 \Leftrightarrow

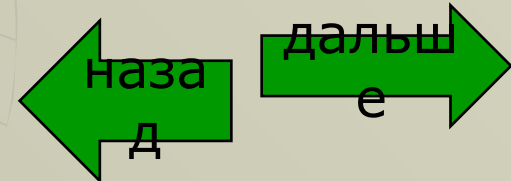
$$\begin{cases} a < 0, \\ -4/9 < a < 0 \end{cases}$$

 \Leftrightarrow

$$-4/9 < a < 0.$$

Ответ: $-4/9 < a < 0$.

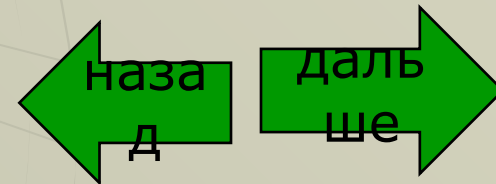
Прямолинейное равномерное движение

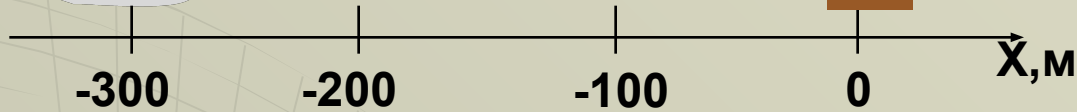


1) $x_1 = -270 + 12t$ – движение
грузового автомобиля

$x_2 = -1.5t$ – движение пешехода

Вопрос: с какими скоростями и в
каком направлении они
двигались? Когда и где они
встретились?





Дано

$$x_1 = -270 + 12t$$

$$x_2 = -1.5t$$

$$V_{\text{авт}} \text{ -?}$$

$$V_{\text{пеш}} \text{ -?}$$

$$t_{\text{встречи}} \text{ -?}$$

$$x_{\text{встречи}} \text{ -?}$$

Решение

$$x = x_0 + vt \implies$$

(Знак говорит о направлении!)

$$V_{\text{пеш}} = 1,5 \text{ м/с - влево}$$

$$V_{\text{авт}} = 12 \text{ м/с - вправо}$$

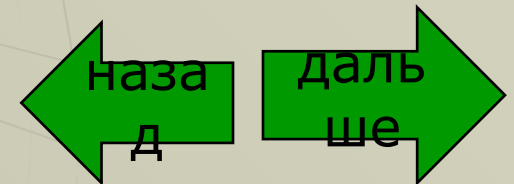
Когда они встретятся их координаты x будут равны, поэтому:

$$-270 + 12t = -1.5t \implies t = 20 \text{ с}$$

Далее подставляем в одно из уравнений найденное t , получаем:

$$-1.5 * 20 = -30 \text{ м}$$

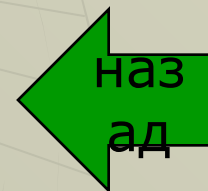
Ответ: через 20 с в точке с координатой -30 м



2) $x_1 = 5t$ - движение одного велосипедиста

$x_2 = 150 - 10t$ – движение второго велосипедиста

Задание: построить графики зависимости $x(t)$. Найти время и место встречи.

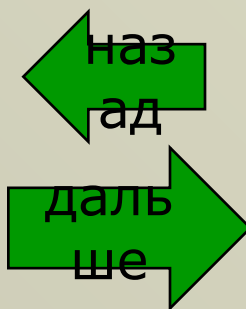
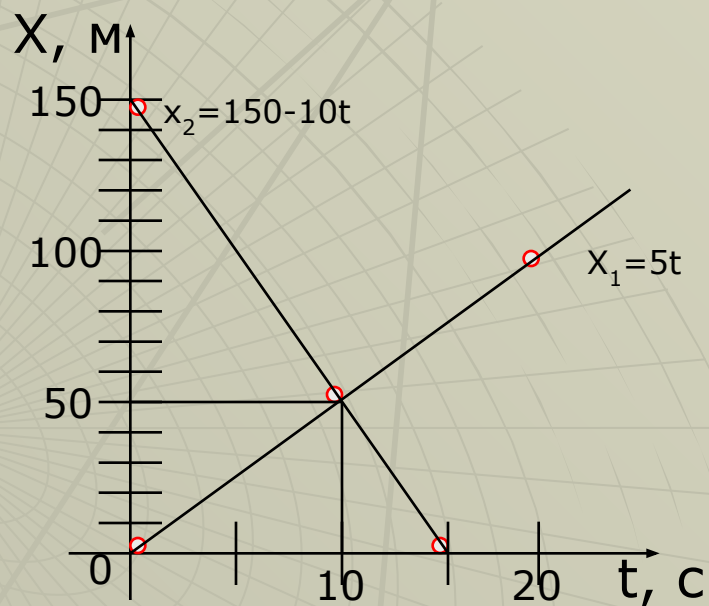


$$X_1 = 5t$$

t	0	20
x	0	100

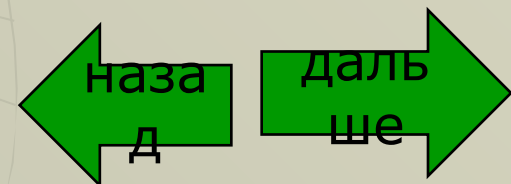
$$x_2 = 150 - 10t$$

t	0	15
x	150	0



Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м

Перемещение при равноускоренном движении



1) Уравнение движения материальной точки имеет вид $x = -0,2t^2$. Какое это движение? Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время. Построить график зависимости x от t .



Дано:

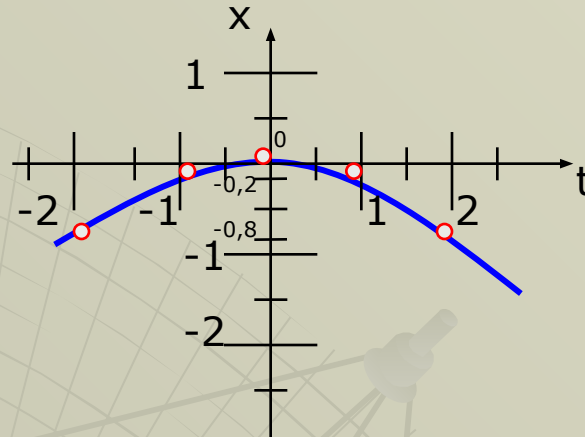
$$x = -0,2t^2$$

$$t = 5\text{с}$$

x-?

s-?

Решение:



t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8

Классический вид уравнения

$$x = x_0 + v_{0x} * t + g * t^2 / 2$$

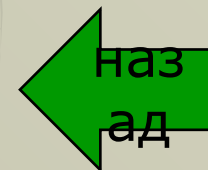
у нас $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ поэтому наше уравнение принимает вид

$$x = g * t^2 / 2$$

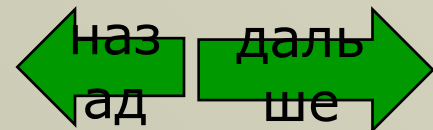
$$x = -0,2 * 5^2 = -5 \text{ м}$$

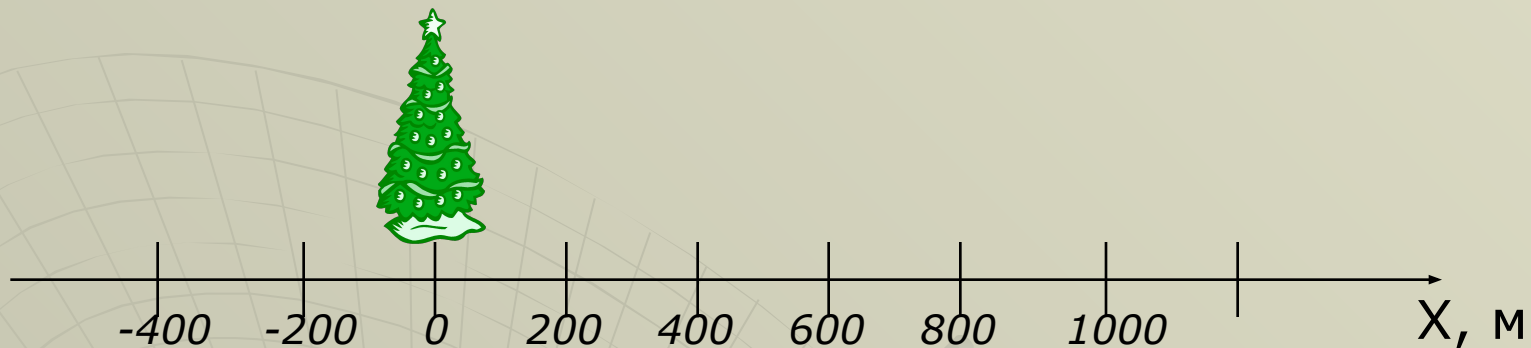
$$s = |x - x_0| = 5 \text{ м}$$

Ответ: движение равноускоренное;
координата точки через заданное время -5 м,
пройденный путь 5 м



2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и пешехода имеют вид: $x_1 = -0.4t^2$, $x_2 = 400 - 0.6t$ и $x_3 = -300$ соответственно. Найти для каждого из тел: координату в момент начала наблюдения, проекции начальной скорости и ускорения, а также направление и вид движения.





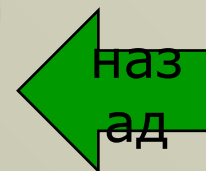
I. Координаты в момент начала наблюдения:

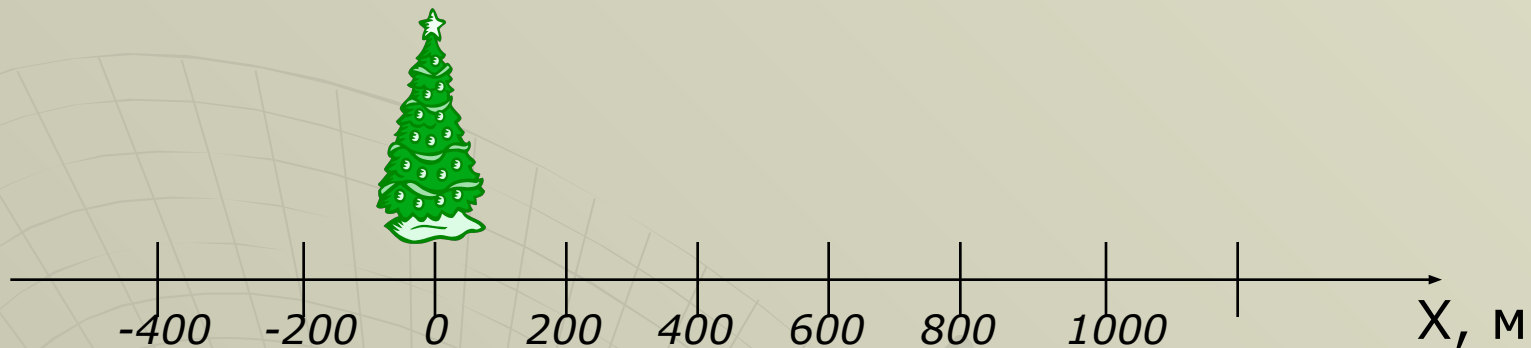
Моменту начала наблюдения соответствует $t=0$

1. $x_1 = -0.4 * 0 = 0$ м;

2. $x_2 = 400 - 0.6 * 0 = 400$ м;

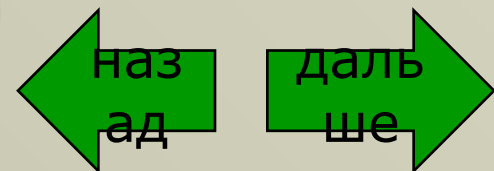
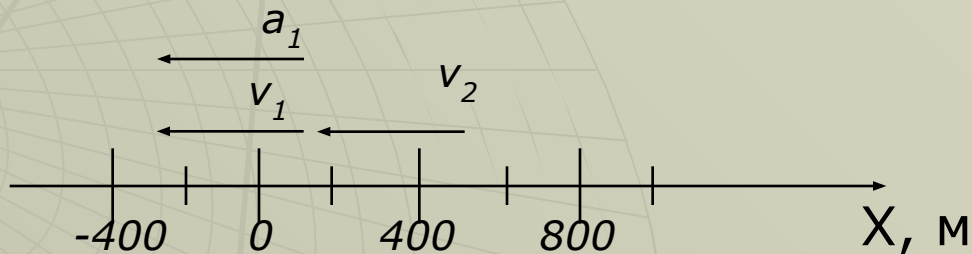
3. $x_3 = -300$ м

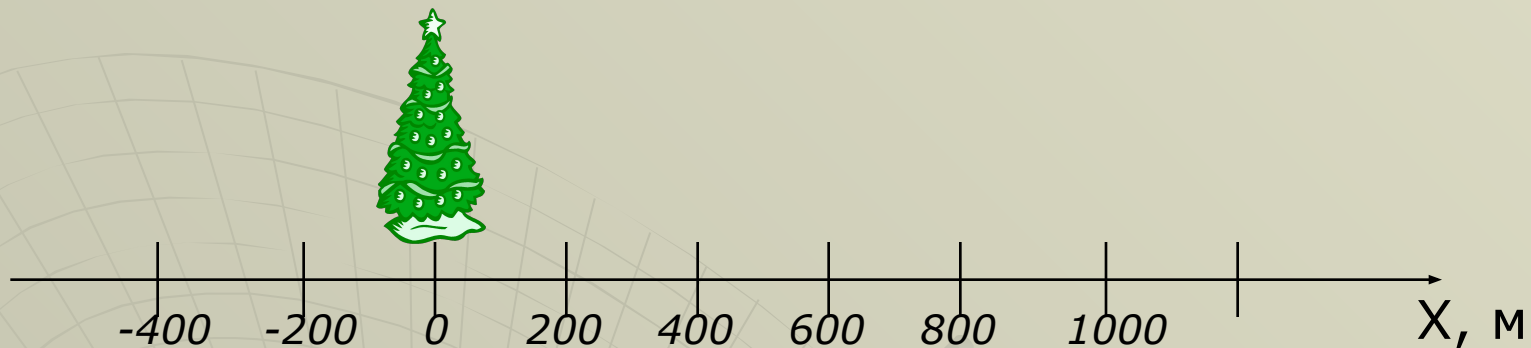




II. Проекции начальной скорости и ускорения:

- 1) $v_{0x} = 0, a_x = -0.8 \text{ м/с}^2;$
- 2) $v_{0x} = -0.6 \text{ м/с}, a_x = 0,3 \text{ м/с}^2;$
- 3) $v_{0x} = 0, a_x = 0$





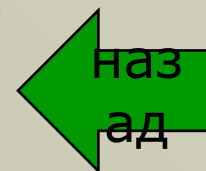
III. Направление и вид движения:

Вид уравнения определяет вид движения

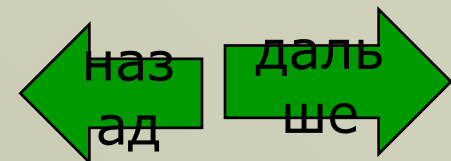
1) $x_1 = -0.4t^2$ влево, равноускоренное;

2) $x_2 = 400 - 0.6t$ влево, равномерное;

3) $x_3 = -300$ покой



3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями $x_1 = 2t + 0.2t^2$ и $x_2 = 80 - 4t$. Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.



Дано

$$x_1 = 2t + 0.2t^2$$

$$x_2 = 80 - 4t$$

а) t -?

x -?

б) $x_2(5) - x_1(5)$ -?

в) $x_1(t_2)$ -?

если $x_2 = 0$

Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$$x_1 = x_2$$

$$2t + 0.2t^2 = 80 - 4t$$

$$0.2t^2 + 6t - 80 = 0$$

$$t = 10 \text{ с}$$

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время t

$$x = 80 - 4 * 10 = 40 \text{ м}$$

$$\text{б) } x_1 = 2 * 5 + 0.2 * 5^2 = 15 \text{ м}$$

$$x_2 = 80 - 4 * 5 = 60 \text{ м}$$

$$x_2 - x_1 = 60 - 15 = 45 \text{ м}$$

$$\text{в) } x_2 = 0 \Rightarrow 0 = 80 - 4 * t \Rightarrow t = 20$$

$$x_1 = 2 * 20 + 0.2 * 20^2 = 120 \text{ м}$$



- ◆ Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

