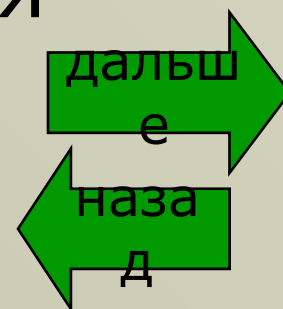


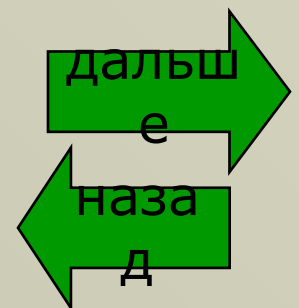
Исследование  
зависимости вида  
 $y=ax^2+bx+c$  и  
решение задач на  
прямолинейное  
равноускоренное  
движение

Искандярова О.Р.

- ◆ **Автор** - Искандярова О.Р.
- ◆ **Класс** – 11 Б
- ◆ **Научный руководитель** – Тamarлакова Л.И.
- ◆ **Консультант по математической части** – Белобородова В.А.
- ◆ **Тип проекта** - интегративный
- ◆ **Форма проекта** – компьютерная презентация



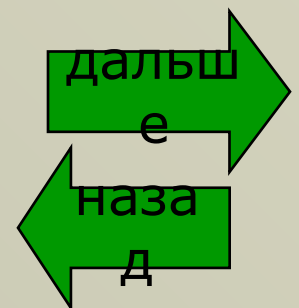
- ◆ Если ученику с легкостью даются построения графиков, нахождение производных и решение уравнений с параметрами в математике, то он так же легко сделает это и в физике.



Изучение многих физических процессов часто приводит к решению задач с параметрами.

«**Параметр**» с греч. parametron-отмеривающий.

**Параметр** - это постоянная величина, выраженная буквой, сохраняющая своё постоянное значение в условиях данной задачи.



*С параметрами мы встречались,  
когда вводили понятия:*

- ♦ функция прямая пропорциональность:  $y=kx$   
( $x$  и  $y$ -переменные,  $k$ -параметр,  $k \neq 0$ );
- ♦ линейная функция:  $y=kx+b$   
( $x$  и  $y$ -переменные,  $k$  и  $b$ - параметры);
- ♦ линейное уравнение:  $ax+b=0$   
( $x$ -переменная,  $a$  и  $b$ -параметры);
- ♦ квадратное уравнение:  $ax^2+bx+c=0$   
( $x$  - переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$ -параметры,  $a \neq 0$ ).

дальше

е

назад

д



- ◆ Многочлен  $ax^2+bx+c$ , где  $a \neq 0$  и  $a, b, c$  - действительные числа, называют квадратным трехчленом.
- ◆ Функция  $f(x)=ax^2+bx+c$ , ( $a \neq 0$ )- квадратичная, ее график- парабола.
- ◆ Координаты вершины параболы:  
 $x_0 = -b/2a; y_0 = f(x_0)$ .
- ◆ Если  $a > 0$ , ветви параболы направлены вверх, если  $a < 0$  – вниз.

$$D = b^2 - 4ac.$$

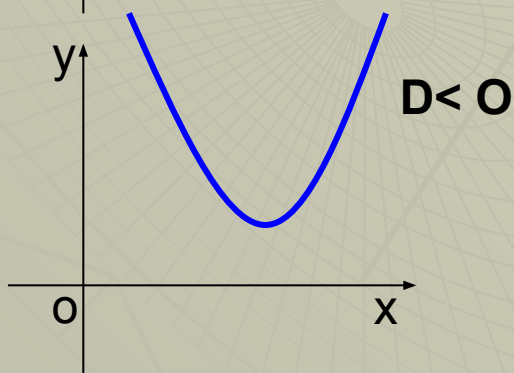
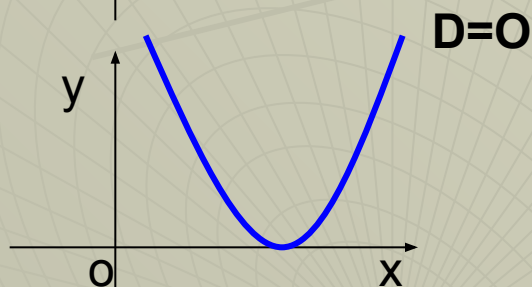
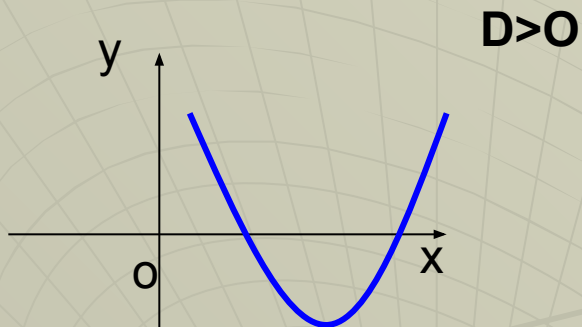
- ◆ Если  $D > 0$ , парабола пересекает ось  $x$  в двух точках.
- ◆ Если  $D = 0$ , парабола касается оси  $x$ .
- ◆ Если  $D < 0$ , парабола не пересекает ось  $x$ .

дальше  
е

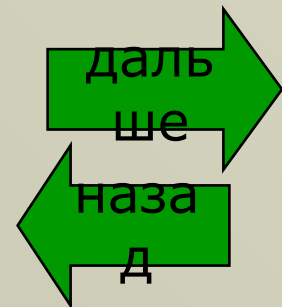
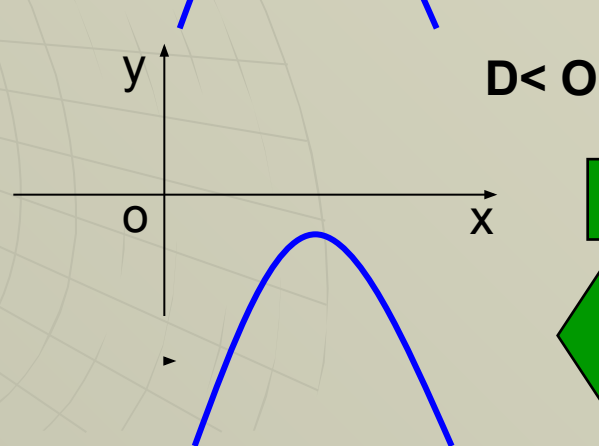
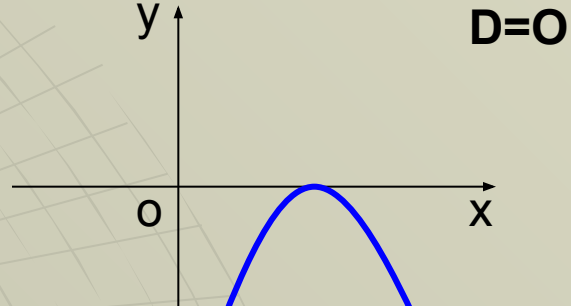
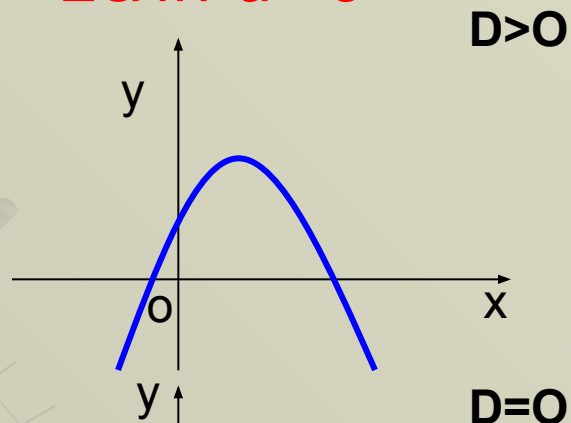
назад  
д

# Расположение параболы относительно системы координат.

◆ Если  $a > 0$



Если  $a < 0$



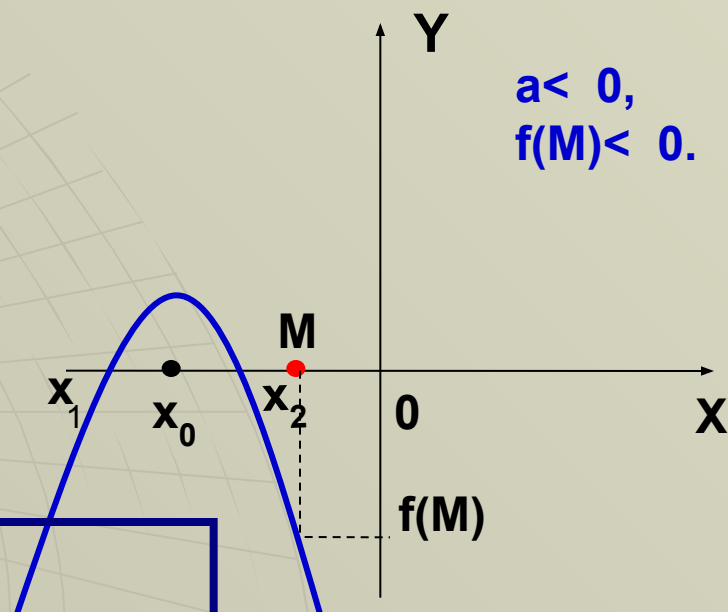
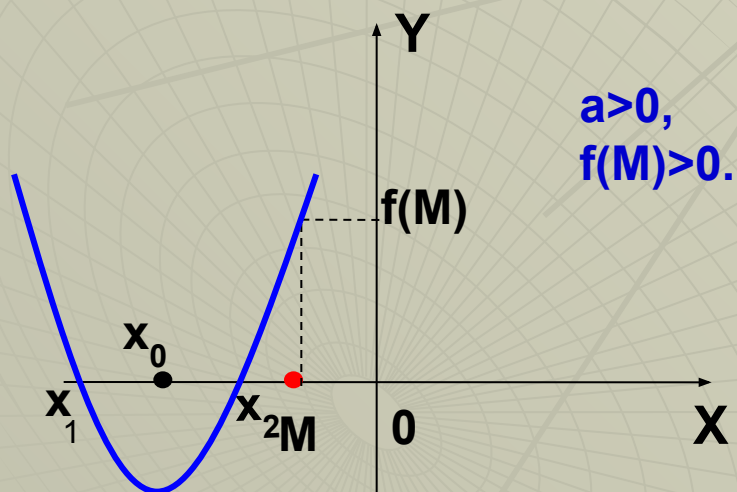
# I. $f(x)=ax^2+bx+c$

$M$  - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа  $M$ ,  
 $X_1 < X_2 < M$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

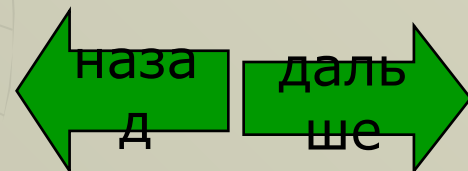
$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



*Эти два случая можно объединить:*

$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0 \\ X_0 < M, \\ a \times f(M) > 0; \text{ здесь } f(M) = aM^2 + bM + c. \end{array} \right.$$



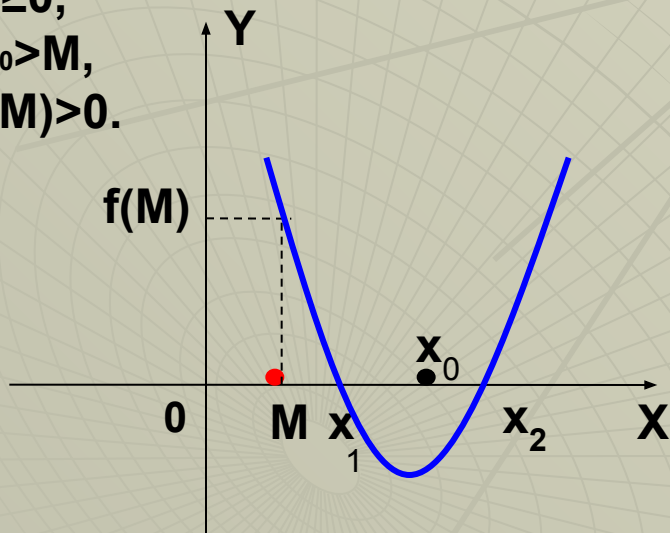


# II. $f(x)=ax^2+bx+c$

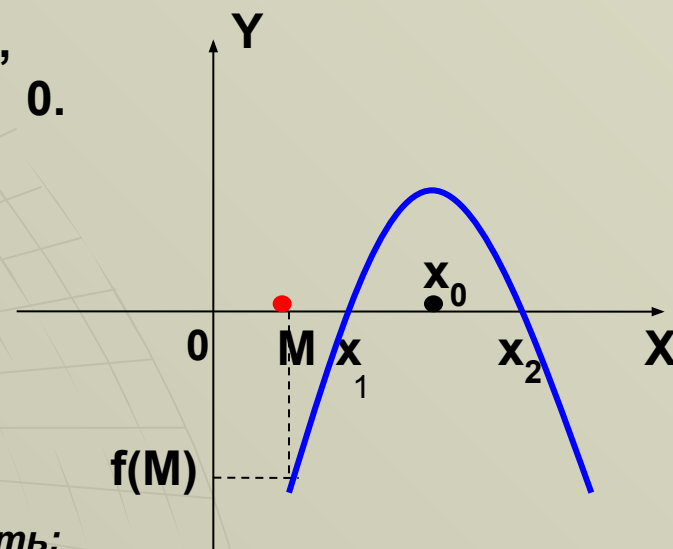
$M$ - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа  $M$ ,  $M < x_1 < x_2$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) > 0. \end{cases}$$



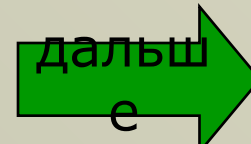
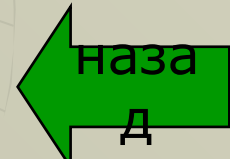
$$\begin{cases} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) < 0. \end{cases}$$



Эти два случая можно объединить:

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ a \cdot f(M) > 0, \end{cases}$$

здесь  $f(M) = aM^2 + bM + c$ .



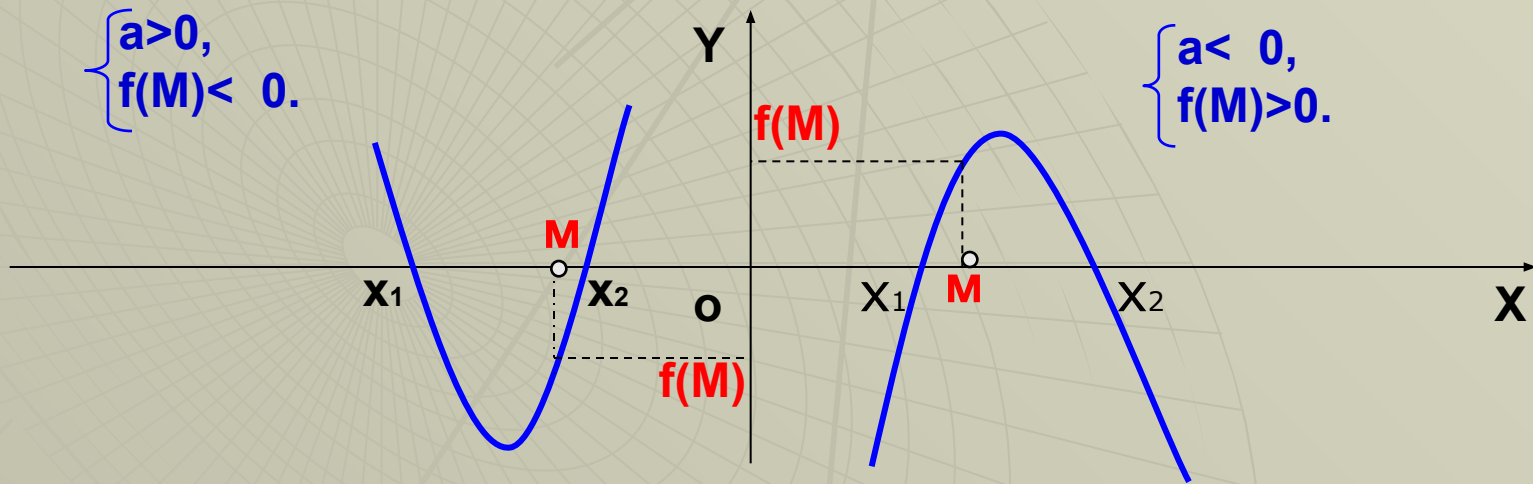
# III. $f(x)=ax^2+bx+c$

$M$ - точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа  $M$ , а другой меньше  $M$ ,  $X_1 < M < X_2$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M) < 0,$$

здесь  $f(M)=a \cdot M^2+b \cdot M+c$ .



Задача

← назад  
д

дальше →  
е

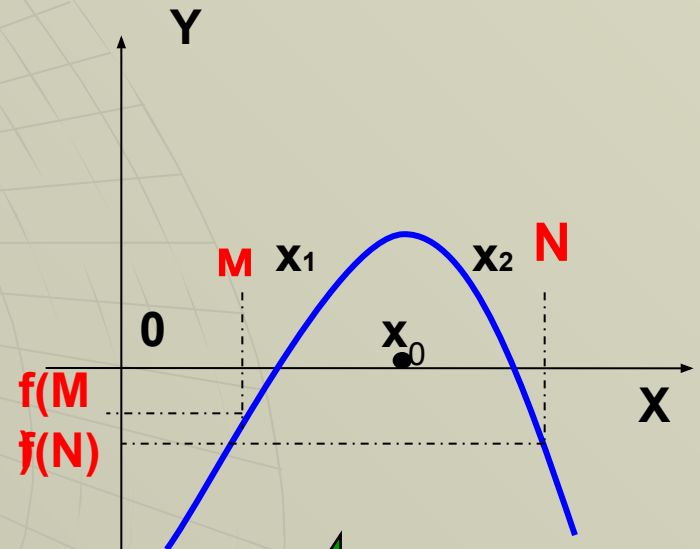
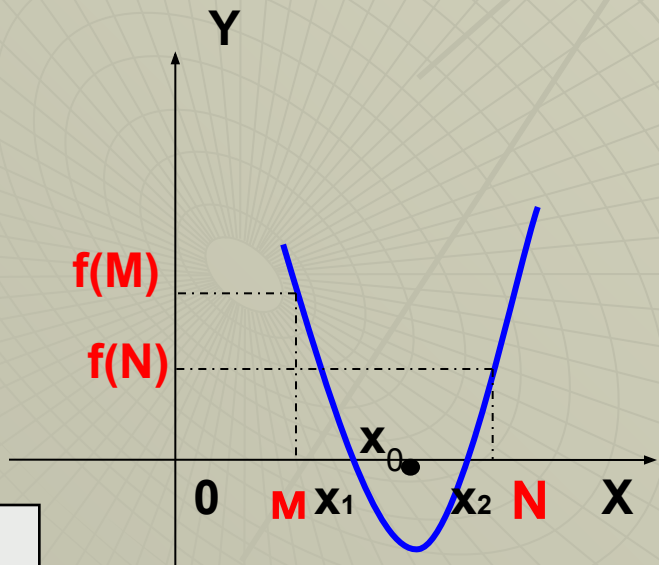
# IV. $f(x)=ax^2+bx+c$

$M$  и  $N$  - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале  $(M,N)$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0 \end{array} \right.$$



Задача

← назад  
д

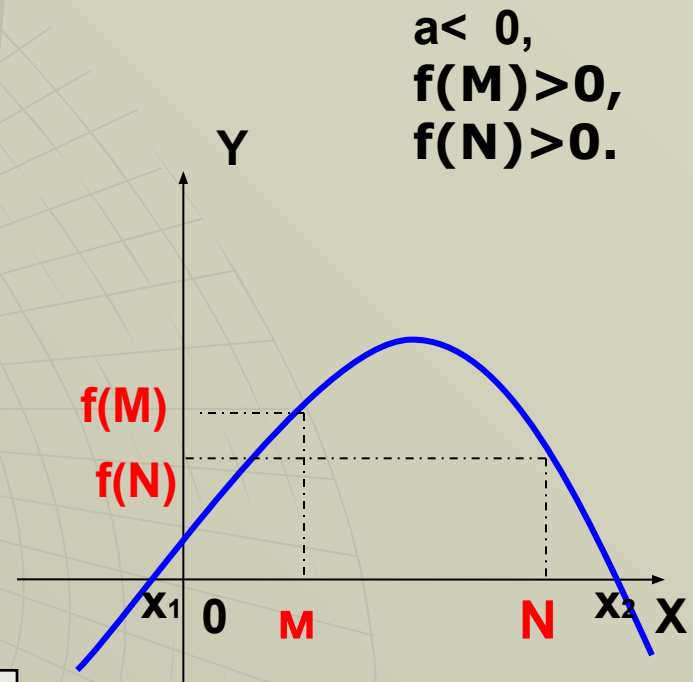
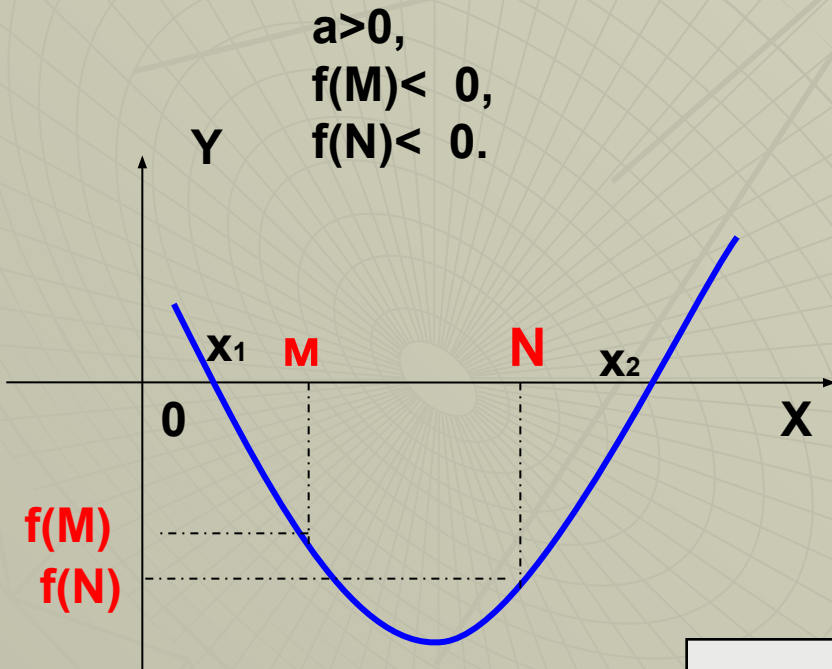
дальше →  
е

# V. $f(x)=ax^2+bx+c$

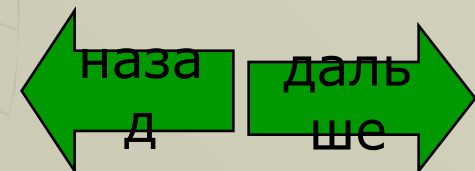
M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы отрезок  $[M,N]$  целиком лежал на интервале  $(x_1;x_2)$ , необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a \cdot f(M) < 0,$$
$$a \cdot f(N) < 0.$$



Задача



# Задача

При каких  $a$  один корень уравнения  $ax^2+x+1=0$  больше 2, а другой меньше 2?

## Решение.

Чтобы выполнялось условие  $x_1 < 2 < x_2$  необходимо и достаточно, чтобы  $axf(2) < 0$ , здесь  $f(2) = 4a + 2 + 1 = 4a + 3$  (смотри сюда - СЛУЧАЙ III).

Решим неравенство  $a(4a+3) < 0$  методом интервалов:



$$-3/4 < a < 0$$

**Ответ:** -  $3/4 < a < 0$ .



# Задача

При каких  $a$  оба корня уравнения  $x^2 - ax + 2 = 0$  лежат на интервале  $(0; 3)$ ?

## Решение

Коэффициент при  $x^2$  положителен ( $a > 0$ ). Чтобы  $x_1$  и  $x_2$  принадлежали интервалу  $(0; 3)$  необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0, \\ x_0 \in (M, N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{array} \right.$$

здесь  $D = a^2 - 8$ ,  $x_0 = a/2$  и  $f(3) = 9 - 3a + 2$  (смотри сюда – [СЛУЧАЙ IV](#)).  
Решим получившуюся систему

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 - 8 \geq 0, \\ a/2 \in (0; 3), \\ 9 - 3a + 2 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| \geq \sqrt{8}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \geq 2\sqrt{2}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3. \end{array} \right.$$

Ответ:  $2\sqrt{2} \leq a \leq 11/3$

# Задача

При каких  $a$  один корень уравнения  $ax^2+x+1=0$  меньше 0, а второй корень больше 3?

## Решение

- ♦ Коэффициент при  $x^2$  положителен ( $a > 0$ ). Чтобы  $x_1$  был меньше 0, а  $x_2$  больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие  $\begin{cases} a \cdot f(0) < 0, \\ a \cdot f(3) < 0. \end{cases}$  (смотри сюда – случай v)

$$f(0)=1$$

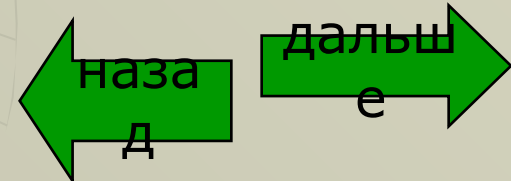
$$f(3)=9a+4$$

$$\begin{cases} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ 9a^2+4a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ -4/9 < a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4/9 < a < 0.$$

Ответ:  $-4/9 < a < 0$ .

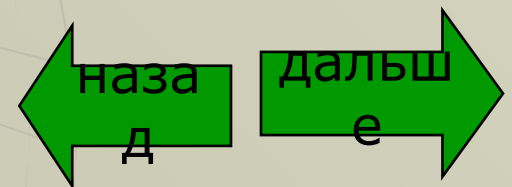
# Прямолинейное равномерное движение

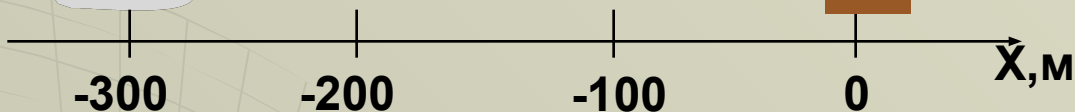


1)  $x_1 = -270 + 12t$  – движение  
грузового автомобиля

$x_2 = -1.5t$  – движение пешехода

Вопрос: с какими скоростями и в  
каком направлении они  
двигались? Когда и где они  
встретились?





**Дано**

$$x_1 = -270 + 12t$$

$$x_2 = -1.5t$$

$$V_{\text{авт}} \text{ -?}$$

$$V_{\text{пеш}} \text{ -?}$$

$$t_{\text{встречи}} \text{ -?}$$

$$x_{\text{встречи}} \text{ -?}$$

**Решение**

$$x = x_0 + vt \implies$$

(Знак говорит о направлении!)

$$V_{\text{пеш}} = 1,5 \text{ м/с} \text{ - влево}$$

$$V_{\text{авт}} = 12 \text{ м/с} \text{ - вправо}$$

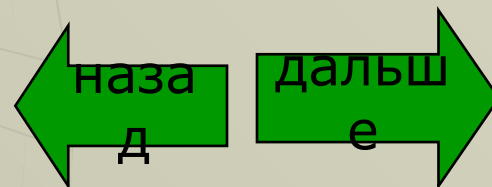
Когда они встретятся их координаты  $x$  будут равны, поэтому:

$$-270 + 12t = -1.5t \implies t = 20 \text{ с}$$

Далее подставляем в одно из уравнений найденное  $t$ , получаем:

$$-1.5 * 20 = -30 \text{ м}$$

Ответ: через 20 с в точке с координатой -30м

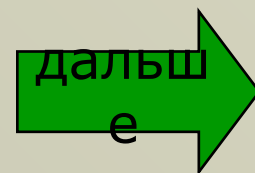




2)  $x_1 = 5t$  - движение одного велосипедиста

$x_2 = 150 - 10t$  – движение второго велосипедиста

Задание: построить графики зависимости  $x(t)$ . Найти время и место встречи.

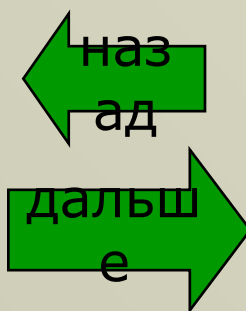
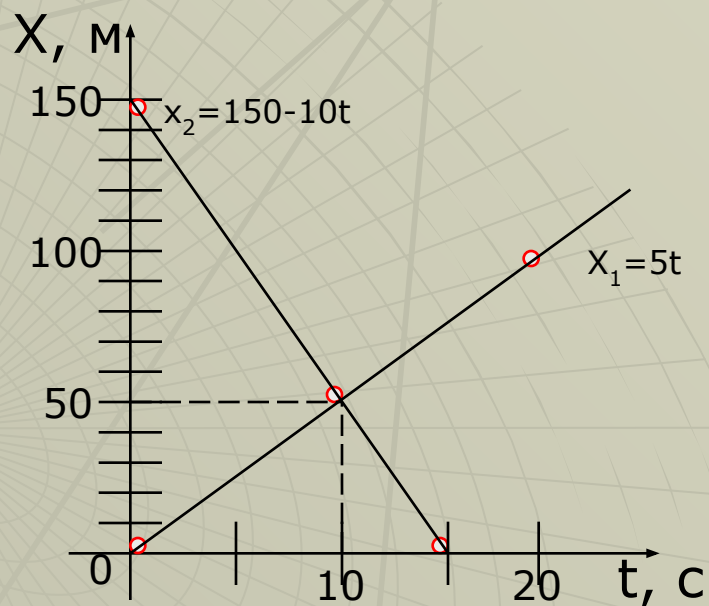


$$X_1 = 5t$$

t	0	20
x	0	100

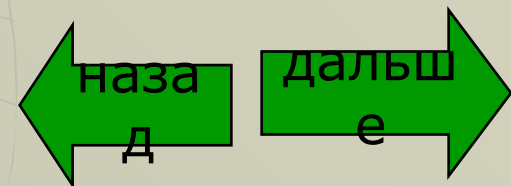
$$x_2 = 150 - 10t$$

t	0	15
x	150	0

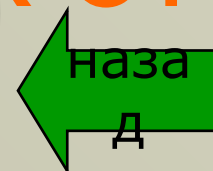


Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м

# Перемещение при равноускоренном движении



1) Уравнение движения материальной точки имеет вид  $x = -0,2t^2$ . Какое это движение? Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время. Построить график зависимости  $x$  от  $t$ .



Дано:

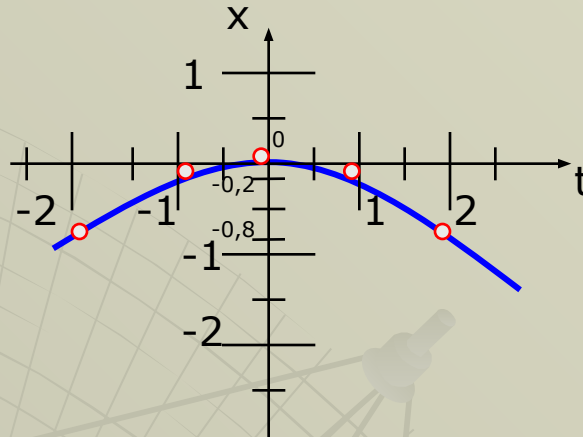
$$x = -0,2t^2$$

$$t = 5\text{с}$$

$x = ?$

$s = ?$

Решение:



t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8

Классический вид уравнения

$$x = x_0 + v_{0x} * t + g * t^2 / 2$$

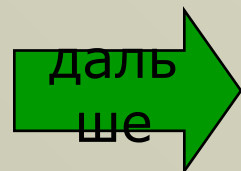
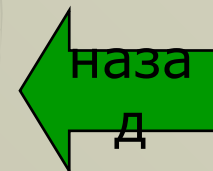
у нас  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$  поэтому наше уравнение принимает вид

$$x = g * t^2 / 2$$

$$x = -0,2 * 5^2 = -5 \text{ м}$$

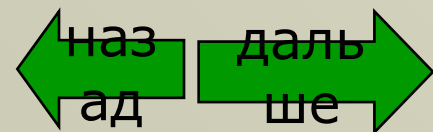
$$s = |x - x_0| = 5 \text{ м}$$

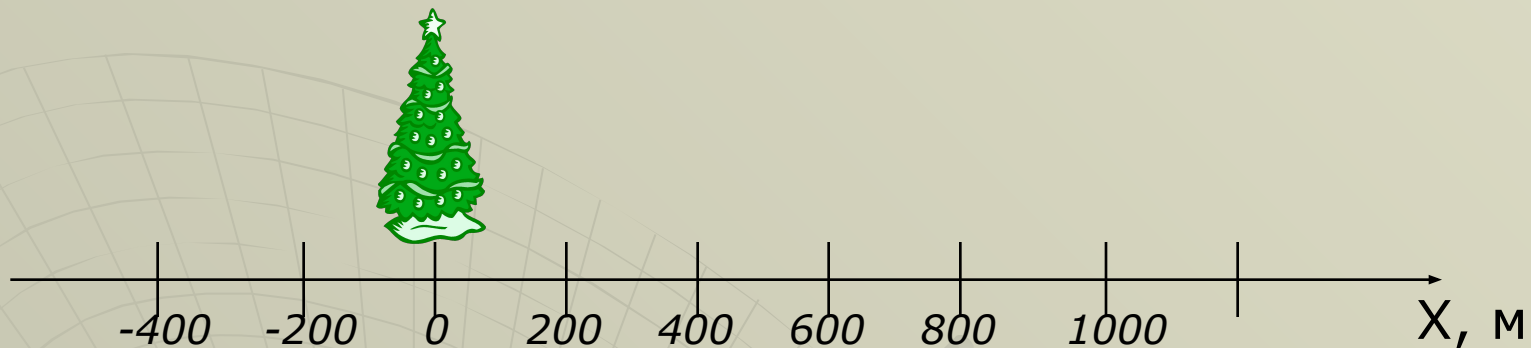
Ответ: движение равноускоренное;  
координата точки через заданное время -5 м,  
пройденный путь 5 м





2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и пешехода имеют вид:  $x_1 = -0.4t^2$ ,  $x_2 = 400 - 0.6t$  и  $x_3 = -300$  соответственно. Найти для каждого из тел: координату в момент начала наблюдения, проекции начальной скорости и ускорения, а также направление и вид движения.





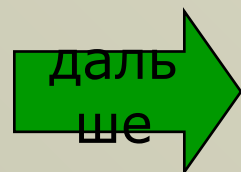
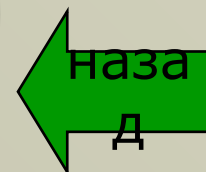
I. Координаты в момент начала наблюдения:

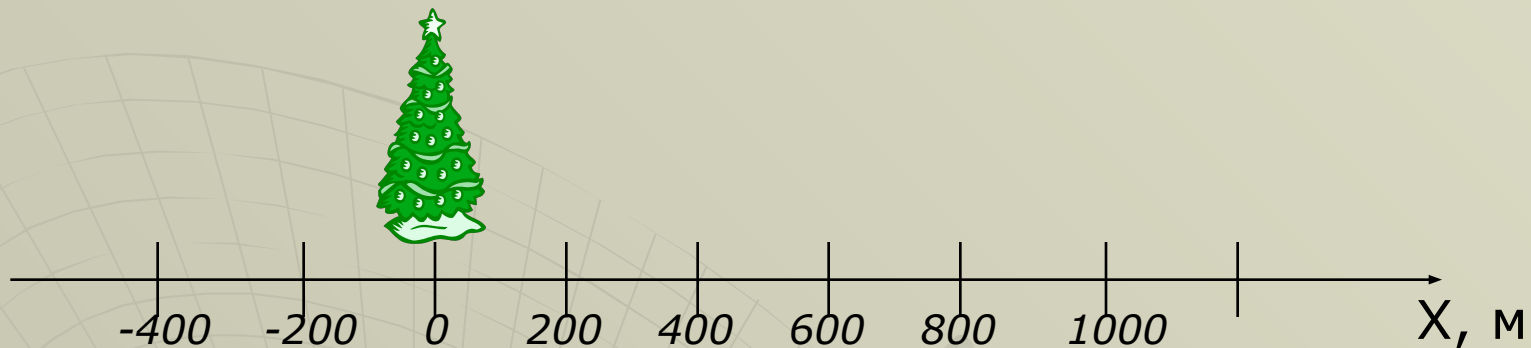
Моменту начала наблюдения соответствует  $t=0$

1.  $x_1 = -0.4 * 0 = 0$  м;

2.  $x_2 = 400 - 0.6 * 0 = 400$  м;

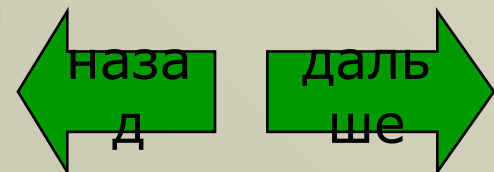
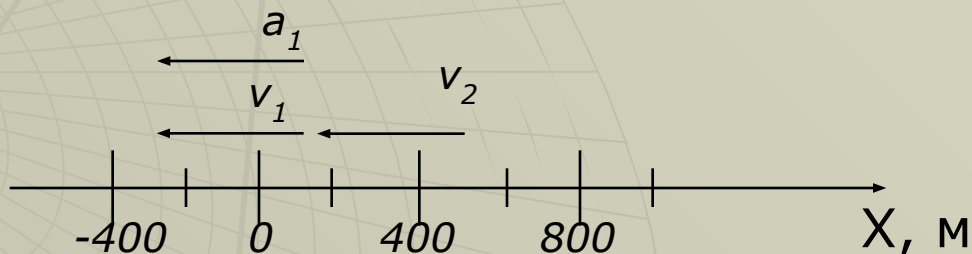
3.  $x_3 = -300$  м

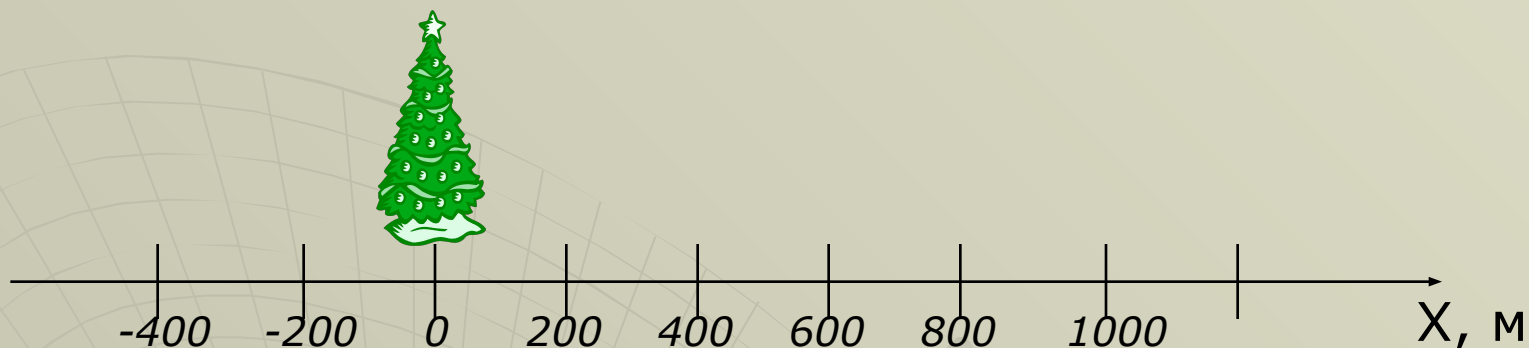




II. Проекции начальной скорости и ускорения:

- 1)  $v_{0x} = 0, a_x = -0.8 \text{ м/с}^2;$
- 2)  $v_{0x} = -0.6 \text{ м/с}, a_x = 0,3 \text{ м/с}^2;$
- 3)  $v_{0x} = 0, a_x = 0$





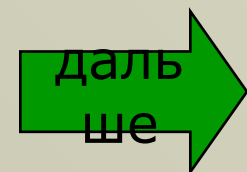
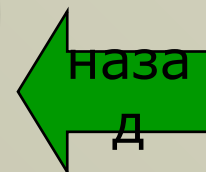
### III. Направление и вид движения:

Вид уравнения определяет вид движения

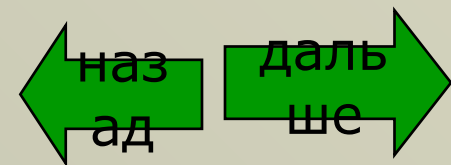
1)  $x_1 = -0.4t^2$  влево, равноускоренное;

2)  $x_2 = 400 - 0.6t$  влево, равномерное;

3)  $x_3 = -300$  покой



3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями  $x_1 = 2t + 0.2t^2$  и  $x_2 = 80 - 4t$ . Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.





# Дано

$$x_1 = 2t + 0.2t^2$$

$$x_2 = 80 - 4t$$

а)  $t$ -?

$x$ -?

б)  $x_2(5) - x_1(5)$ -?

в)  $x_1(t_2)$ -?

если  $x_2 = 0$

# Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$$x_1 = x_2$$

$$2t + 0.2t^2 = 80 - 4t$$

$$0.2t^2 + 6t - 80 = 0$$

$$t = 10 \text{ с}$$

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время  $t$

$$x = 80 - 4 * 10 = 40 \text{ м}$$

$$\text{б) } x_1 = 2 * 5 + 0.2 * 5^2 = 15 \text{ м}$$

$$x_2 = 80 - 4 * 5 = 60 \text{ м}$$

$$x_2 - x_1 = 60 - 15 = 45 \text{ м}$$

$$\text{в) } x_2 = 0 \Rightarrow 0 = 80 - 4 * t \Rightarrow t = 20$$

$$x_1 = 2 * 20 + 0.2 * 20^2 = 120 \text{ м}$$



- ◆ Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

