Исследование зависимости вида $y=ax^2+bx+c$ и решение задач на прямолинейное равноускоренное движение

Искандярова О.Р.

- Автор - Искандярова О.Р.
- Класс – 11 Б
- Научный руководитель – Тамарлакова Л.И.
- Консультант по математической части – Белобородова В.А.
- Тип проекта - интегративный
- Форма проекта – компьютерная презентация

дальше

назад

- Если ученику с легкостью даются построения графиков, нахождение производных и решение уравнений с параметрами в математике, то он так же легко сделает это и в физике.

дальше

назад

Изучение многих физических процессов часто

приводит к решению задач с параметрами.

«Параметр» с греч. parametron-отмеривающий.

Параметр - это постоянная величина, выраженная

буквой, сохраняющая своё постоянное значение в

условиях данной задачи.

дальше

назад

С параметрами мы встречались, когда вводили понятия:

- функция прямая пропорциональность: $y=kx$ (x и y-переменные, k-параметр, $k \neq 0$);
- линейная функция: $y=kx+b$ (x и y-переменные, k и b- параметры);
- линейное уравнение: $ax+b=0$ (x-переменная, a и b-параметры);
- квадратное уравнение: $ax^2+bx+c=0$ (x - переменная, a, b и c-параметры, $a \neq 0$).

дальше

назад

- Многочлен ax^2+bx+c, где $a \neq 0$ и

a, b, c- действительные числа, называют квадратным трехчленом.

- Функция $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a \neq 0)$- квадратичная, ее график- парабола.
- Координаты вершины параболы:

$$X_0= - b/2a; \; y_0=f(x_0).$$

- Если $a>0$, ветви параболы направлены вверх, если $a<0$ – вниз.

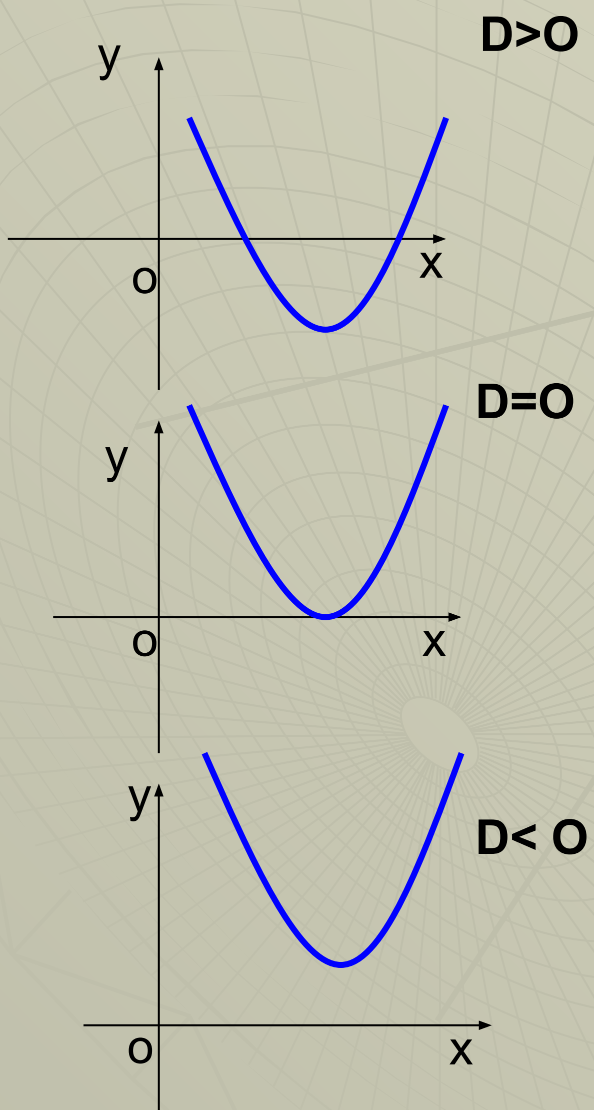
$$D=b^2- 4ac.$$

- Если $D>0$, парабола пересекает ось х в двух точках.
- Если $D=0$, парабола касается оси х.
- Если $D<0$, парабола не пересекает ось х.

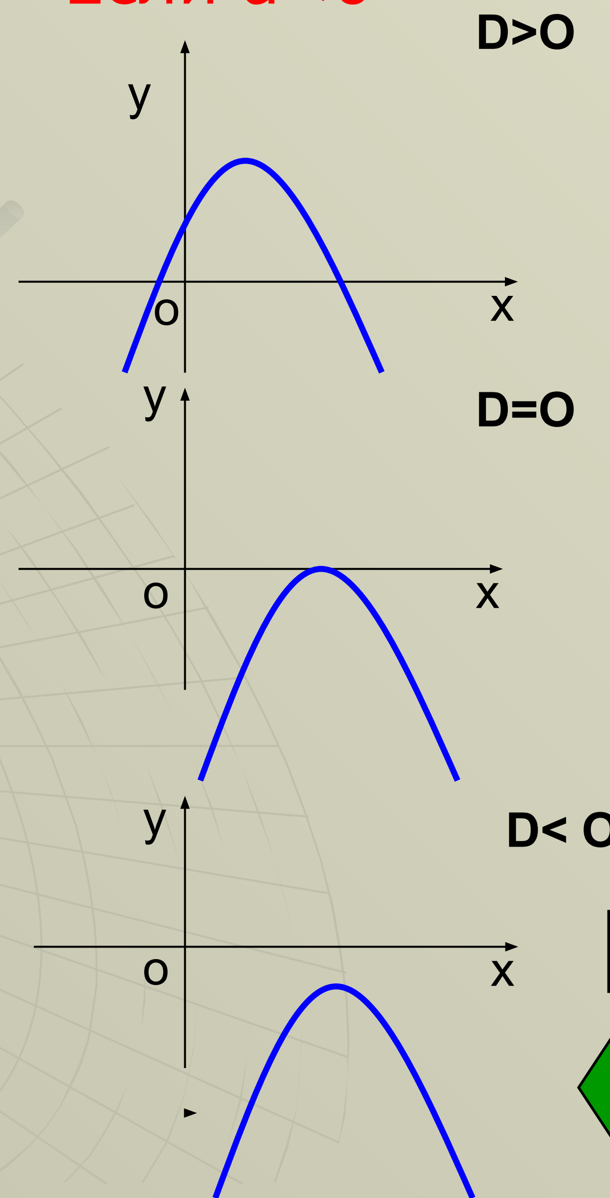
дальше
назад

Расположение параболы относительно системы координат.

- Если a>0



Если a<0



дальше

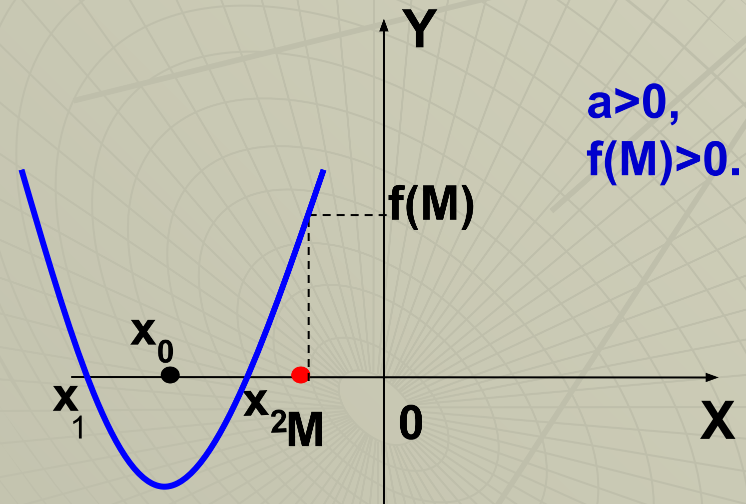
назад

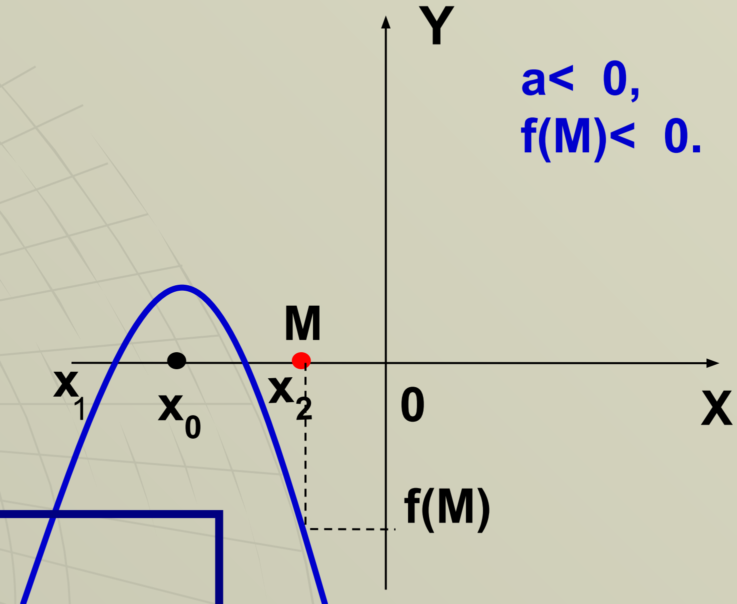
I. $f(x)=ax^2+bx+c$

M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа М,
$X_1 < X_2 < M$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0<M, \\ f(M)>0. \end{cases} \qquad \begin{cases} a<0, \\ D\geq 0, \\ X_0<M, \\ f(M)<0. \end{cases}$$





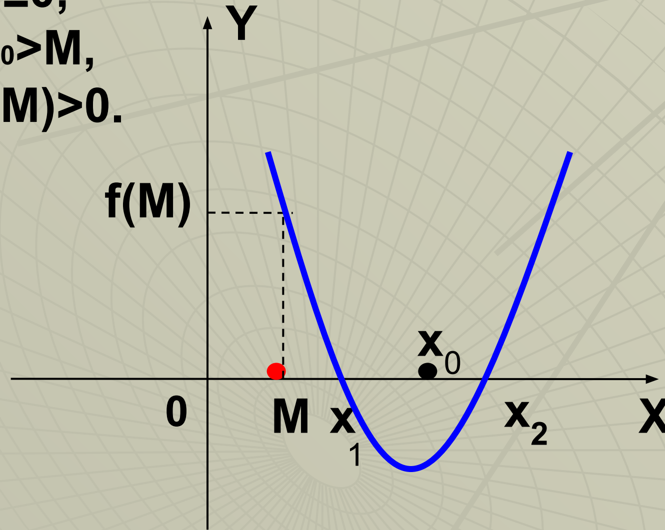
Эти два случая можно объединить:

$$\begin{cases} D\geq 0, \\ X_0<M, \\ a \times f(M)>0; \end{cases}$$ здесь $f(M)=aM^2+bM+c$.

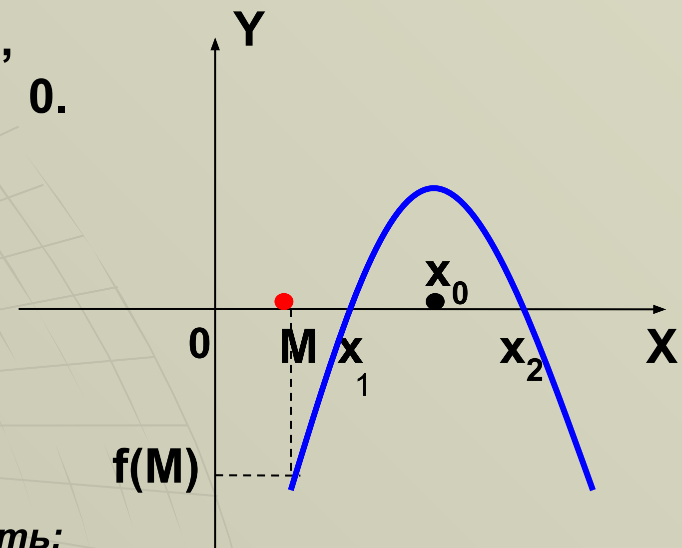
II. $f(x)=ax^2+bx+c$

M- точка на оси абсцисс.
Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа M,
$M< X_1< X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0>M, \\ f(M)>0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} a< 0, \\ D\geq 0, \\ X_0>M, \\ f(M)< 0. \end{cases}$$



Эти два случая можно объединить:

$$\begin{cases} D\geq 0, \\ X_0>M, \\ a\times f(M)>0, \end{cases}$$ здесь $f(M)=aM^2+bM+c$.

назад
дальше

III. $f(x)=ax^2+bx+c$

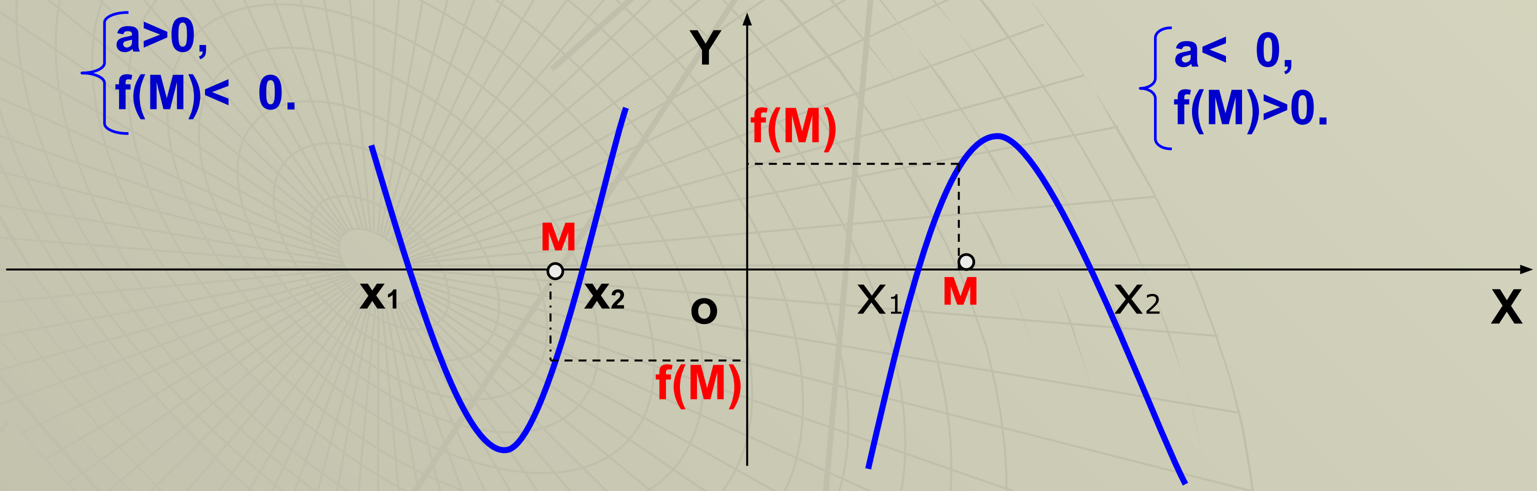
M- точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа M, а другой меньше M , $X_1 <$ M $< X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M)<0,$$

здесь $f(M)=a*M^2+b*M+c$.

$$\begin{cases} a>0, \\ f(M)<0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} a<0, \\ f(M)>0. \end{cases}$$

Задача

назад

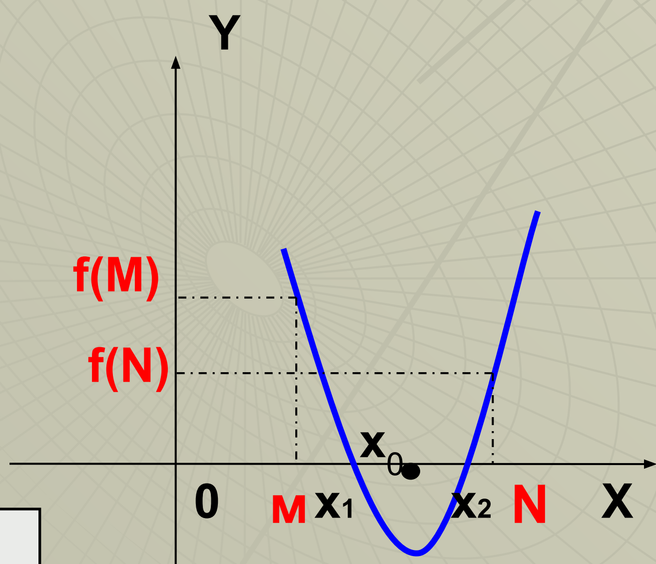
дальше

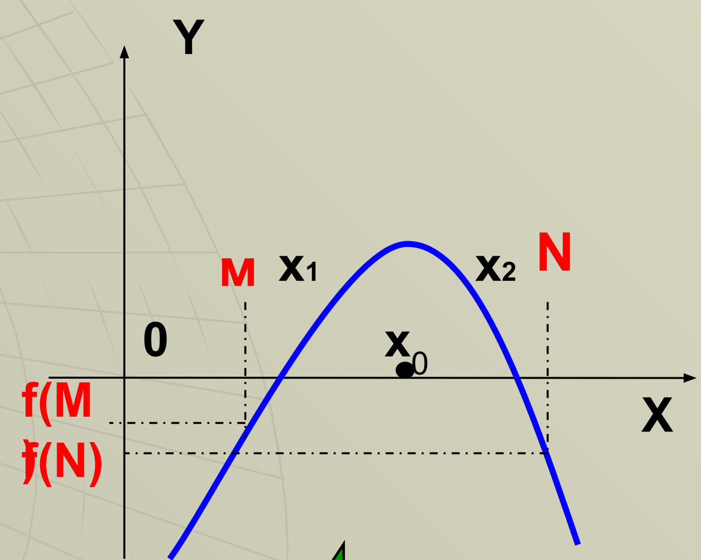
IV. $f(x)=ax^2+bx+c$

M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале (M,N), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M)>0, \\ f(N)>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a<0, \\ D\geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M)<0, \\ f(N)<0 \end{cases}$$





Задача

назад

дальше

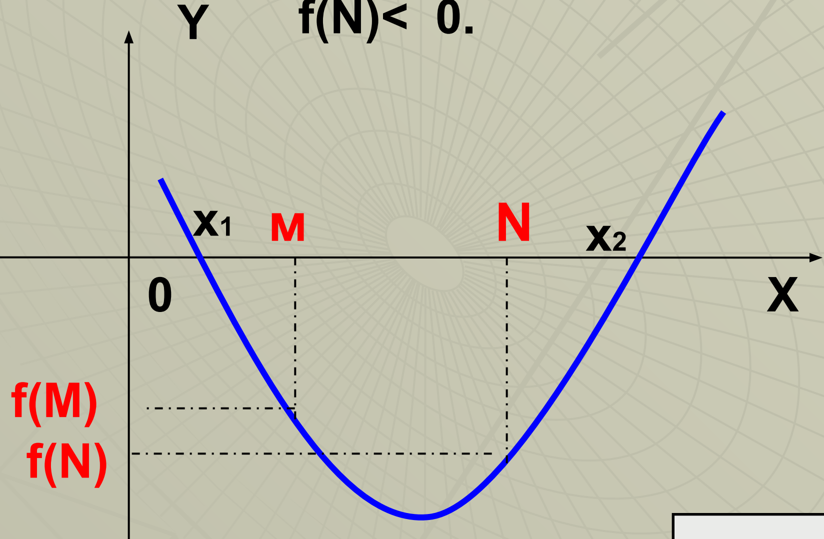
V. $f(x)=ax^2+bx+c$

M и N - точки на оси абсцисс.

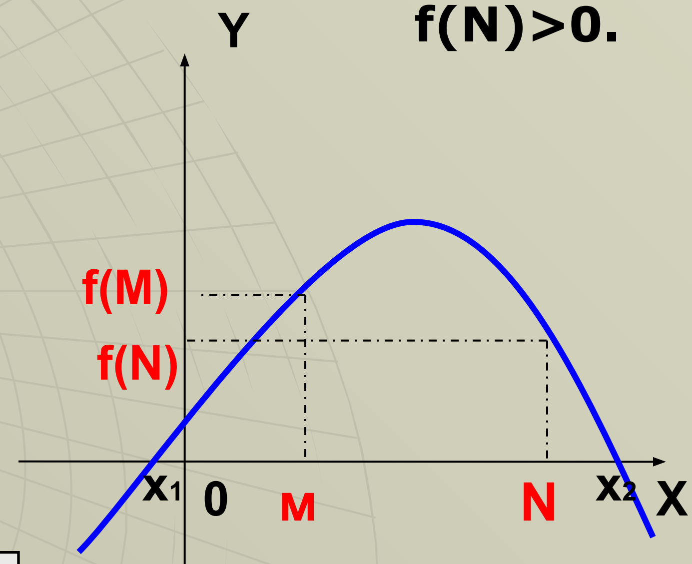
Чтобы отрезок [M,N] целиком лежал на интервале (x_1;x_2), необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a*f(M)<0,$$
$$a*f(N)<0.$$

a>0,
f(M)< 0,
f(N)< 0.



a< 0,
f(M)>0,
f(N)>0.



Задача

назад

дальше

Задача

При каких ***a*** один корень уравнения $ax^2+x+1=0$
больше 2,
а другой меньше 2?

Решение.

Чтобы выполнялось условие $x_1<2<x_2$ необходимо и достаточно, чтобы $a \times f(2)<0$, здесь $f(2)=4a+2+1=4a+3$
(*смотри сюда -* <u>*СЛУЧАЙ III*</u>).
Решим неравенство $a(4a+3)<0$ методом интервалов:

$-3/4<a<0$

***Ответ:* - 3/4<a<0.**

Задача

При каких ***а*** оба корня уравнения x^2-ax+2=0 лежат на интервале (0;3)?

Решение

Коэффициент при x^2 положителен(a>0). Чтобы x1 и x2 принадлежали интервалу (0;3) необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\begin{cases} D \ge 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M)>0, \\ f(N)>0. \end{cases}$$

здесь D=a2-8, x0=a/2 и f(3)=9-3a+2 (смотри сюда – <u>СЛУЧАЙ IV</u>). Решим получившуюся систему

$$\begin{cases} a^2-8 \ge 0, \\ a/2 \in (0;3), \\ 9-3a+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| \ge \sqrt{8}, \\ a \in (0;6), \\ a < 11/3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge 2\sqrt{2}, \\ a \in (0;6), \\ a < 11/3. \end{cases}$$

Ответ: **$2\sqrt{2} \le a \le 11/3$**

Задача

При каких ***a*** один корень уравнения $ax^2+x+1=0$ меньше 0, а второй корень больше 3?

Решение

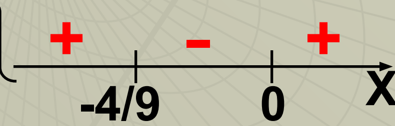
- **Коэффициент при x^2 положителен ($a>0$). Чтобы $x1$ был меньше 0, а $x2$ больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие** $\begin{cases} a*f(0)<0, \\ a*f(3)<0. \end{cases}$ **(смотри сюда – СЛУЧАЙ V)**

$f(0)=1$

$f(3)=9a+4$

$$\begin{cases} a*1<0, \\ a*(9a+4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a*1<0, \\ a*(9a+4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ 9a^2+4a<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ \quad \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ -4/9<a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad -4/9<a<0.$$

Ответ: **$-4/9<a<0.$**

Прямолинейное равномерное движение

назад

дальше

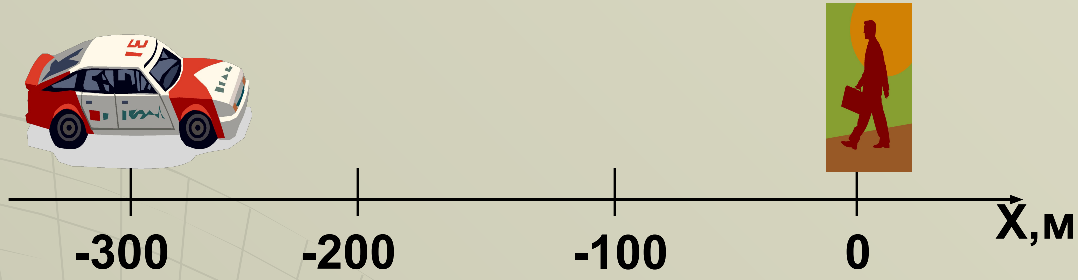
1) $x_1=-270+12t$ –движение грузового автомобиля

$x_2=-1.5t$ – движение пешехода

Вопрос: с какими скоростями и в каком направлении они двигались? Когда и где они встретились?

назад

дальше



Дано

x_1=-270+12t

x_2=-1.5t

$V_{авт}$-?

$V_{пеш}$-?

$t_{встречи}$ -?

$x_{встречи}$ -?

Решение

$x=x_0+vt$ ⇨

(Знак говорит о направлении!)

$V_{пеш}$=1,5 м/с - влево

$V_{авт}$=12 м/с - вправо

Когда они встретятся их координаты х будут равны, поэтому:

-270+12t=- 1.5t => t=20c

Далее подставляем в одно из уравнений найденное t, получаем:

-1.5*20=-30м

Ответ: через 20 с в точке с координатой -30м

назад

дальше

2) $x_1=5t$ - движение одного велосипедиста

$x_2=150-10t$ – движение второго велосипедиста

Задание: построить графики зависимости x(t). Найти время и место встречи.

назад

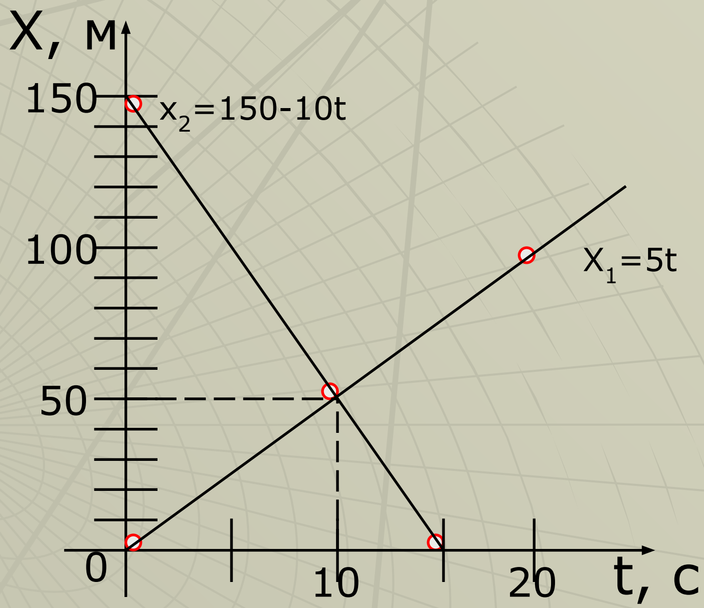
дальше

$X_1=5t$

t	0	20
x	0	100

$x_2=150-10t$

t	0	15
x	150	0



назад

дальше

Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м

Перемещение при равноускоренном движении

назад

дальше

1) Уравнение движения материальной точки имеет вид $x=-0,2t^2$. Какое это движение? Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время. Построить график зависимости x от t.

назад дальше

Дано:

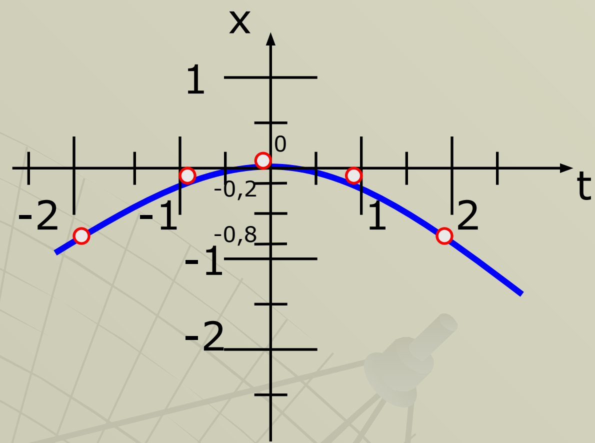
$x=-0{,}2t^2$

t=5c

x-?

s-?

Решение:



t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8

Классический вид уравнения

$x=x_0 + v_{0x}*t + g*t^2 / 2$

у нас $x_0=0$, $v_0=0$ поэтому наше уравнение принимает вид

$x=g*t^2 / 2$

$x=-0{,}2*5^2=-5$ м

$s=|x-x_0|=5$ м

Ответ: движение равноускоренное; координата точки через заданное время -5 м, пройденный путь 5 м

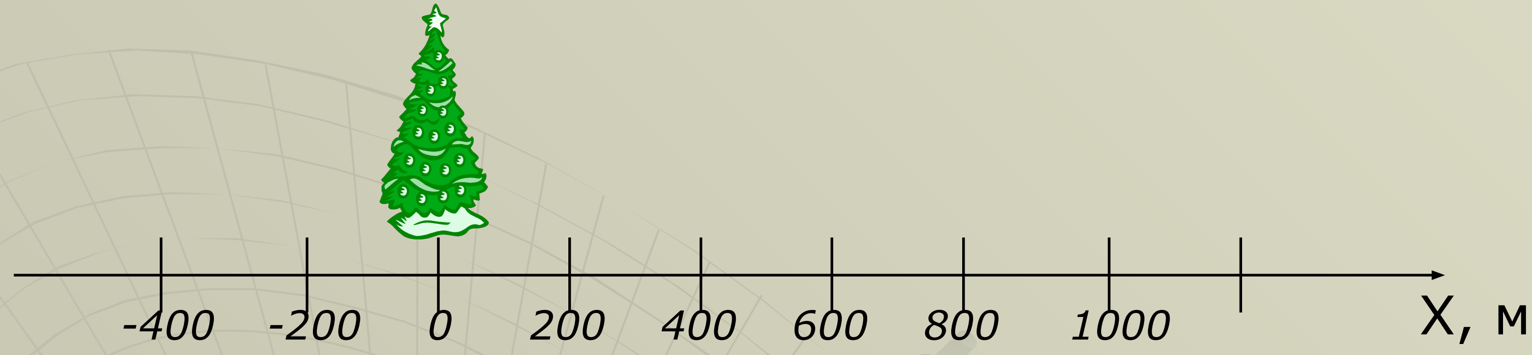
назад

дальше

2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и пешехода имеют вид: $x_1=-0.4t^2$, $x_2=400-0.6t$ и $x_3=-300$ соответственно. Найти для каждого из тел: координату в момент начала наблюдения, проекции начальной скорости и ускорения, а также направление и вид движения.

назад

дальше



I. Координаты в момент начала наблюдения:

Моменту начала наблюдения соответствует t=0

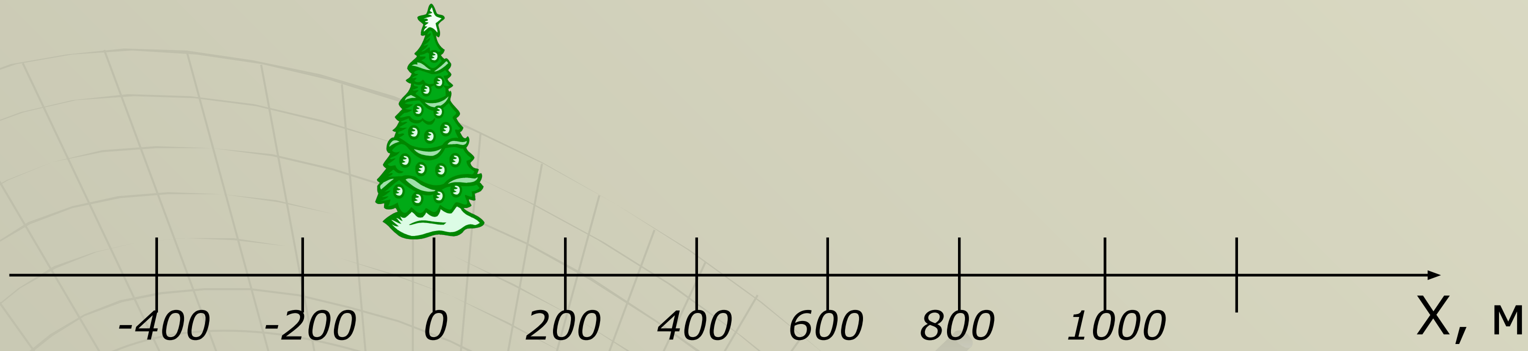
1. x_1=-0.4*0=0 м;

2. x_2=400-0.6*0=400 м;

3. x_3=-300 м

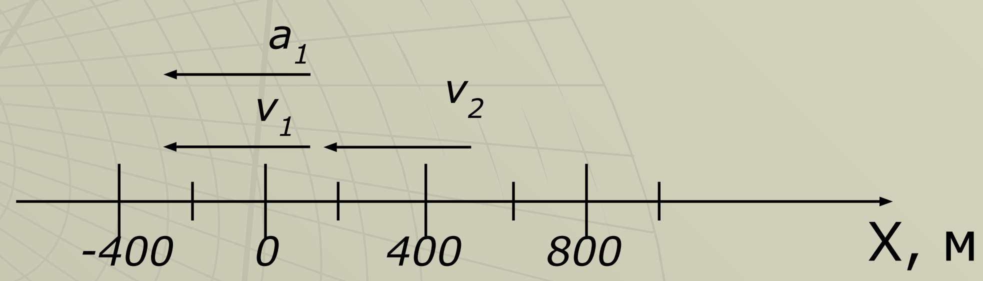
назад

дальше



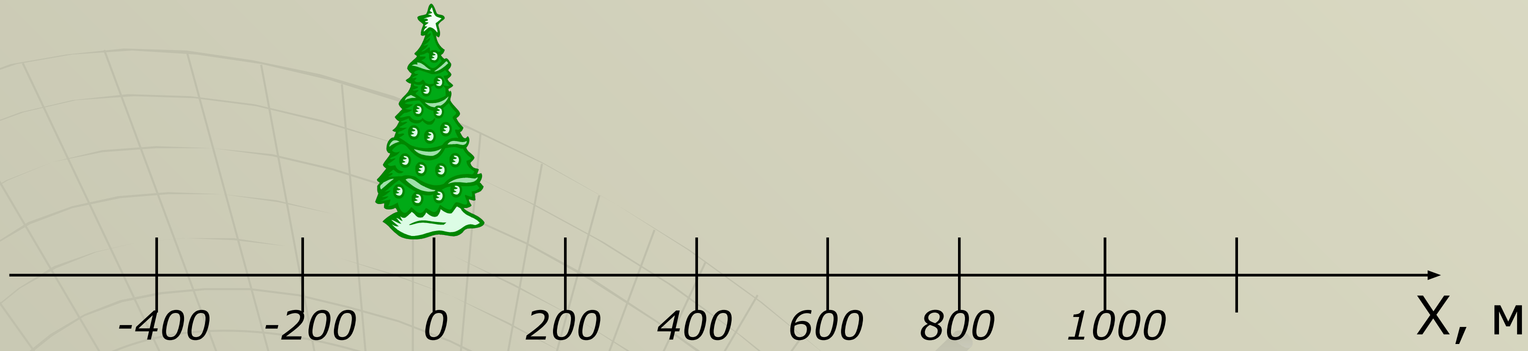
II. Проекции начальной скорости и ускорения:

1) $v_{0x}=0$, $a_x=-0.8$ м/с^2;
2) $v_{0x}=-0.6$ м/с, $a_x=0,3$ м/с^2;
3) $v_{ox}=0$, $a_x=0$



назад

дальше



III. Направление и вид движения:
Вид уравнения определяет вид движения

1) $x_1=-0.4t^2$ влево, равноускоренное;

2) $x_2=400-0.6t$ влево, равномерное;

3) $x_3=-300$ покой

назад

дальше

3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями $x_1=2t+0.2t^2$ и $x_2=80-4t$. Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.

назад дальше

Дано

$x_1=2t+0.2t^2$
$x_2=80-4t$

а) t-?
x-?

б) $x_2(5)-x_1(5)$-?

в) $x_1(t_2)$-?
если $x_2=0$

Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$$x_1=x_2$$
$$2t+0.2t^2=80-4t$$
$$0.2t^2+6t-80=0$$
$$t=10\ с$$

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время t

$$x=80-4*10=40\ м$$

б) $x_1=2*5+0.2*5^2=15$ м

$x_2=80-4*5=60$ м

$x_2 - x_1=60-15=45$ м

в) $x_2=0 \Rightarrow 0=80-4*t \Rightarrow t=20$

$x_1=2*20+0,2*20^2=120$ м

назад
дальше

- Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

назад