

Тема:  
История теоремы Пифагора.

## Цели:

1. Расширить свои знания по истории математики.
2. Узнать больше информации, легенд, мифов о Пифагоре и его теореме.
3. Ознакомиться с другими способами доказательства теоремы Пифагора.
4. Рассмотреть применение теоремы Пифагора при решении задач из различных разделов геометрии.

## План:

1. Введение
2. Биография Пифагора.
3. Пифагор и теория чисел.
4. Из истории теоремы Пифагора.
5. Способы доказательства теоремы Пифагора.
6. Решение задач.
7. Стихи о Пифагоре.
8. Ученические Шаржи.
9. Заключение.
10. Использованная литература.

## Введение.

Теорема Пифагора издавна широко применялась в разных областях науки, техники и практической жизни.

О ней писали в своих произведениях римский архитектор и инженер Витрувий, греческий писатель-моралист Плутарх, греческий учёный III в. Диоген Лаэртский, математик V в. Прокл и многие другие. Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принёс в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в рассказах писателей и в стихах поэтов.

Поэт Генрих Гейне (1797-1856), известный своими антирелигиозными взглядами и язвительными насмешками над суевериями, в одном из своих произведений высмеивает «учение» о переселении душ следующим образом:

«Кто знает! Кто знает! Душа Пифагора поселилась, быть может, бедняку - кандидата, не сумевшего доказать теоремы Пифагора и поэтому провалившегося на экзамене, тогда как в его экзаменаторах обитают души тех самых быков, которых некогда Пифагор принес в жертву бессмертным богам, обрадованный открытием своей теоремы». История Пифагоровой теоремы начинается задолго до Пифагора. На протяжении веков были даны многочисленные разные доказательства теоремы Пифагора.

## Из истории теоремы Пифагора.

Исторический обзор начнем с *древнего Китая*. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4"*. В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

- Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство  $3^2 + 4^2 = 5^2$  было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора гарпедонапты, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5. Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиной в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становится излишним, если воспользоваться, например, деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент, например рисунки, изображающие столярную мастерскую.

- Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой-на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод: *"Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."* Геометрия у индусов, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.

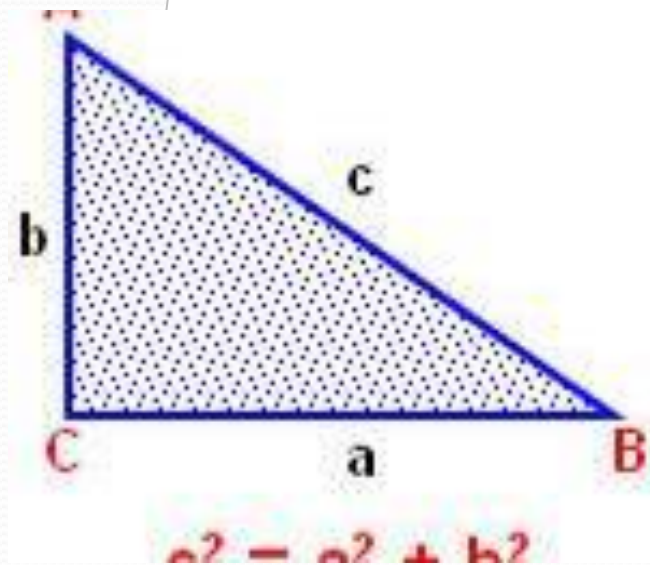
- В первом русском переводе евклидовых "Начал", сделанном Ф. И. Петрушевским, теорема Пифагора изложена так: *"В прямоугольных треугольниках квадрат из стороны, противоположащей прямому углу, равен сумме квадратов из сторон, содержащих прямой угол"*. В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако одни полагают, что Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих "Начал". С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в "Началах" принадлежит самому Евклиду. Как мы видим, история математики почти не сохранила достоверных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности. Зато легенда сообщает, даже ближайшие обстоятельства, сопровождавшие открытие теоремы. Рассказывают, что в честь этого открытия Пифагор принес в жертву 100 быков.



- Долгое время считали, что до Пифагора эта теорема не была известна и названа ее потому «теоремой Пифагора». Это название сохранилось поныне. Однако в настоящее время установлено, что эта важнейшая теорема встречается в вавилонских текстах, написанных за 1200 лет до Пифагора.
- О том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 есть прямоугольник, знали за 2000 лет до н.э. египтяне, которые, вероятно пользовались этим отношением для построения прямых углов при сооружении зданий. В Китае предложение о квадрате гипотенузы было известно, по крайней мере, за 500 лет до Пифагора. Эта теорема была известна и в Древней , Индии; об этом свидетельствуют следующие предложения, содержащиеся в «Сутрах».

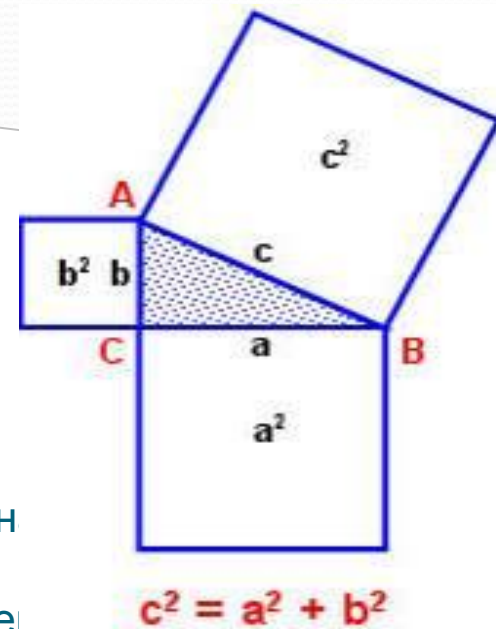


Пифагор сделал много важных открытий, но наибольшую славу учёному принесла доказанная им теорема, которая сейчас носит его имя. Действительно, это шуточная формулировка теоремы. В современных учебниках теорема сформулирована так: "В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов". — Как записать теорему Пифагора для прямоугольного треугольника  $ABC$  с катетами  $a$ ,  $b$  и гипотенузой  $c$ .



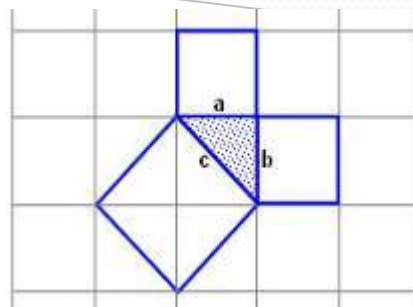
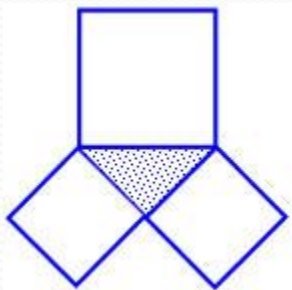
Предполагают, что во времена Пифагора теорема звучала по-другому: "Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах". Действительно,  $c^2$  – площадь квадрата, построенного на гипотенузе,  $a^2$  и  $b^2$  – площади квадратов, построенных на катетах.

Вероятно, факт, изложенный в теореме Пифагора, был установлен для равнобедренных прямоугольных треугольников. Квадрат, построенный на гипотенузе, содержит четыре треугольника. А на каждом катете построен квадрат, содержащий два треугольника. Из рисунка 9 видно, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

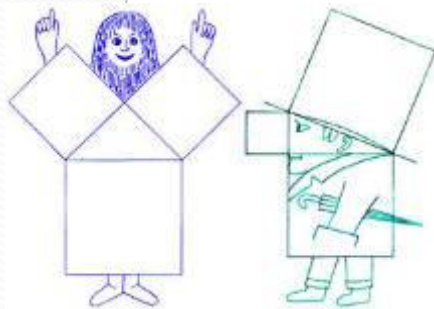


# Ученические шаржи.

Смотрите, а вот и "Пифагоровы штаны во все стороны равны"



Такие стишки придумывали учащиеся средних веков при изучении теоремы; рисовали шаржи.



## Задачи по теме « Теорема Пифагора».

### Задача №1

#### Решение

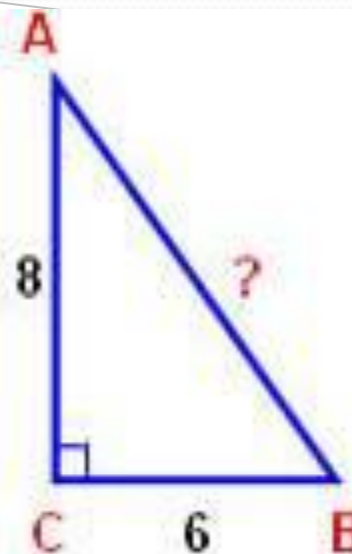
$\triangle ABC$  – прямоугольный с гипотенузой  $AB$ ,  
по теореме Пифагора:  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ,  
 $AB^2 = 8^2 + 6^2$ ,  $AB^2 = 64 + 36$ ,  
 $AB^2 = 100$ ,  $AB = 10$ .

#### Ответ:

$AB = 10$

**Замечание.** Из курса алгебры известно, что уравнение  $AB^2 = 100$  имеет два корня:  $AB = \pm 10$ . А 10 не удовлетворяет условию задачи, так как длина стороны треугольника всегда положительна. Значит,  $AB = 10$ .

Давайте договоримся, что в дальнейшем, при решении уравнений в подобных задачах, будем ограничиваться только положительными корнями, и каждый раз не будем пояснять, почему отрицательные корни отбрасываются.



## Стихи о Пифагоре.

Немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. Участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле «Рюрик», написал следующие стихи:

Пребудет вечной истина, как скоро  
Её познает слабый человек!  
И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и его далёкий век.  
Обильно было жертвоприношение  
Богам от Пифагора. Сто быков  
Он отдал на закланье и сожженье  
За света луч, пришедший с облаков.  
Поэтому всегда с тех самых пор,  
Чуть истина рождается на свет,  
Быки ревут, её почуя, вслед.  
Они не в силах свету помешать,  
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать  
От страха, что вселил в них Пифагор

**В III- IV вв. до н. э. появилась компиляция высказываний Пифагора, известная под названием «Священное слово», из которой позднее возникли так называемые «Золотые стихи».**

**Заключительный отрывок из «Золотых стихов» в переводе И. Петер:**

Ты же будь твёрдым: божественный род присутствует в смертных,  
Им, возвещая, священная всё открывает природа.

Если не чуждо это тебе, ты наказы исполнишь,  
Душу свою исцелишь и от множества бедствий избавишь.

Яства, сказал я, оставь те, что я указал в очищеньях.

И в избавленье души ко всему подходи с размышленьем.

И руководствуйся подлинным знанием — лучшим возничим.

Если ты, тело покинув, в свободный эфир вознесёшься,

Станешь нетленным, и вечным, и смерти не знающим богом.

## Способ доказательства теоремы Пифагора.

**Теорема.** В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

**Дано:**  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ .

**Доказать:**  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ .

**Доказательство**

Проведём высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе, поэтому в  $\triangle ACD$   $\cos A = AD / AC$ , а в  $\triangle ABC$   $\cos A = AC / AB$ .

Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно,  $AD / AC = AC / AB$ .

Отсюда, по свойству пропорции, получаем:  $AC^2 = AD \cdot AB$ .(1)

Аналогично, в  $\triangle BCD$   $\cos B = BD / BC$ , а в  $\triangle ABC$   $\cos B = BC / AB$ .

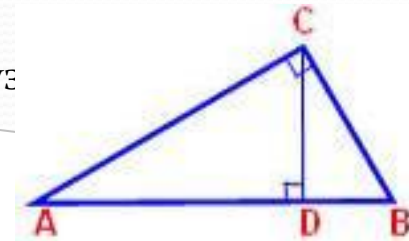
Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно,  $BD / BC = BC / AB$ .

Отсюда, по свойству пропорции, получаем:  $BC^2 = BD \cdot AB$ .(2)

Сложим почленно равенства (1) и (2), и вынесем общий множитель за скобки:  $AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + BD \cdot AB = AB \cdot (AD + BD)$ .

Так как  $AD + BD = AB$ , то  $AC^2 + BC^2 = AB \cdot AB = AB^2$ .

Получили, что  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ .



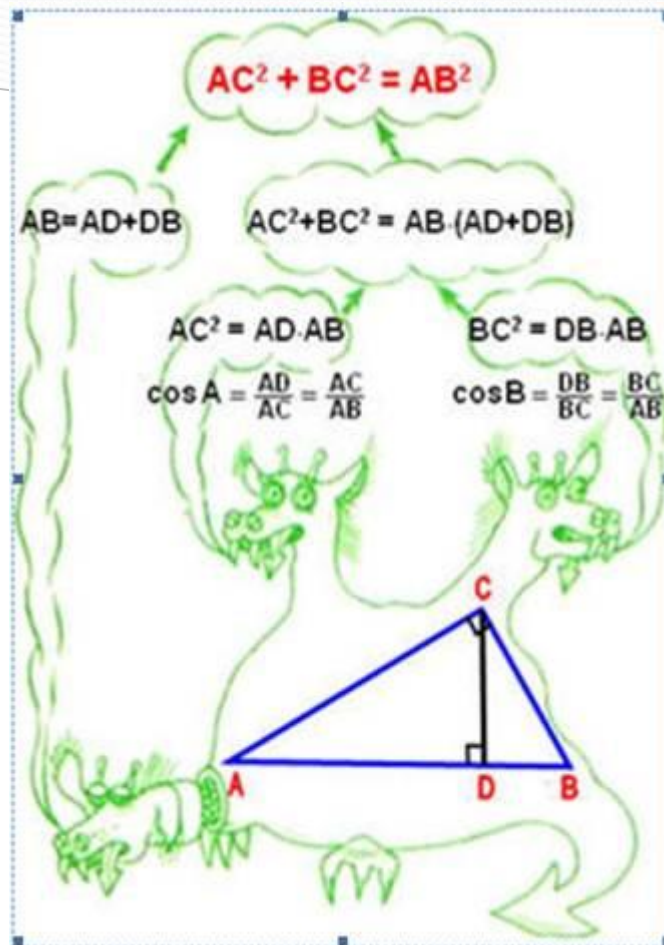


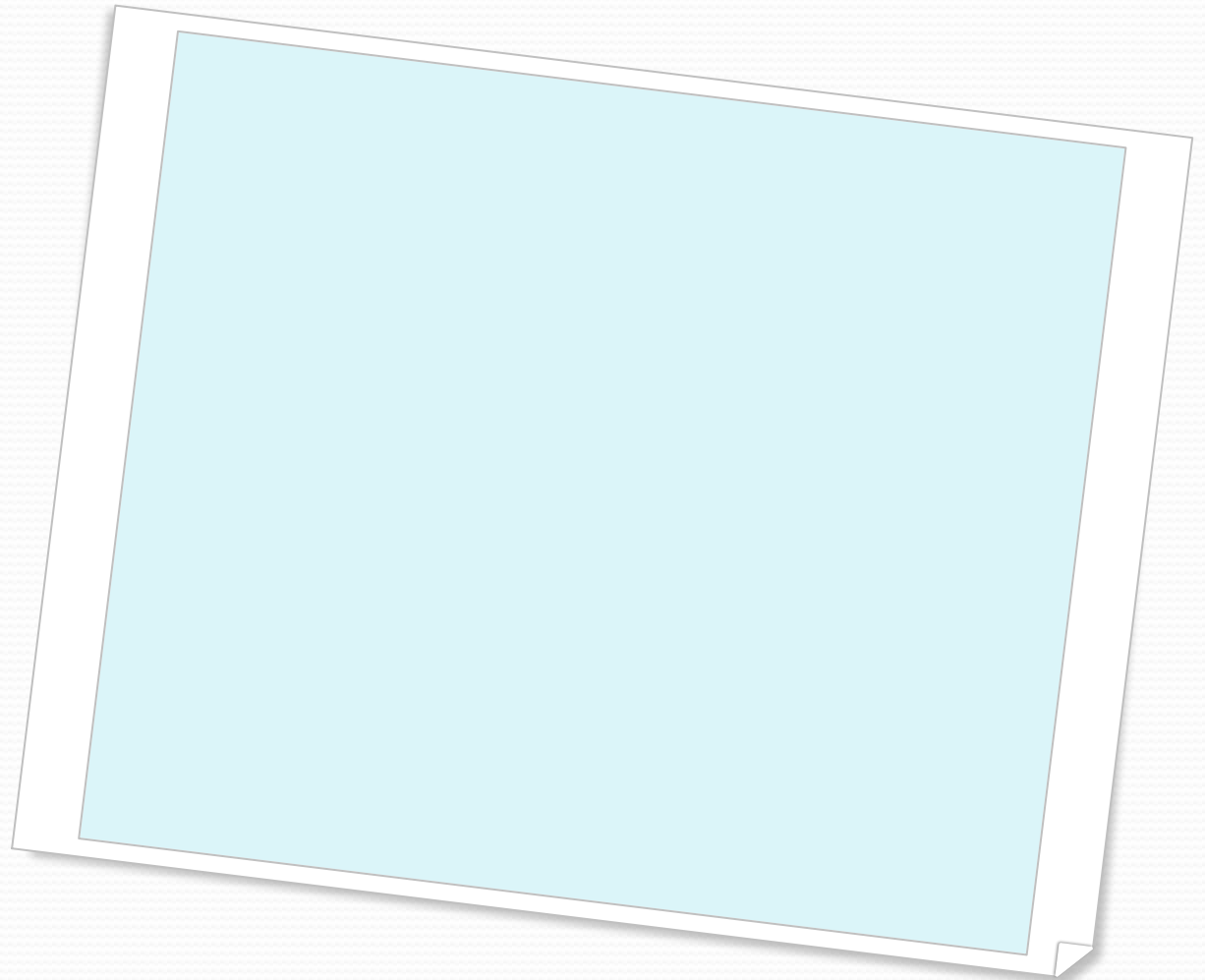
## Подводим итог:

Если дан нам треугольник  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдём:  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим  
И таким простым путём  
К результату мы придём.

Приближается зачёт по геометрии, а на зачётах и экзаменах иногда бывают случаи, когда ученики, вытянув билет, помнят формулировку теоремы, но забывают с чего начать доказательство. Чтобы этого не произошло с вами, предлагаю рисунок – опорный сигнал (рис. 14) и, думаю, он надолго останется в вашей памяти.

Отрубил Иван-царевич дракону голову, а у него две новые выросли. На математическом языке это означает: провели в  $\triangle ABC$  высоту  $CD$ , и образовалось два новых прямоугольных треугольника  $ADC$  и  $BDC$ .





## **Заключение.**

После изучения построенного материала можно заключить, что теорема Пифагора- одна из самых главных теорем геометрии потому, что с её помощью можно доказать много других теорем и решить множество задач.

Пифагор и школа Пифагора сыграли большую роль в усовершенствовании методов решения научных проблем: в математику твёрдо вошло положение о необходимости строгих доказательств, что и придало ей значение особой науки.