

***ИЗОБРАЖЕНИЕ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР НА  
ПЛОСКОСТИ***

## ***ЦЕЛЬ УРОКА***

***Повторить свойства параллельных прямых и плоскостей, свойства параллельного проецирования, научиться правильно изображать плоские фигуры и объёмные тела на плоскости.***

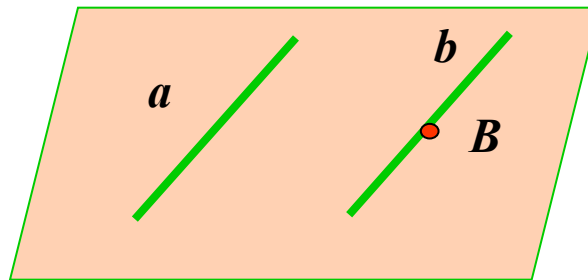
# **ВЕРНО - НЕВЕРНО ?**

*1. Верно ли, что через любую точку пространства можно провести множество прямых параллельных данной прямой?*

# ОТВЕТЫ И ПОДСКАЗКИ

- **Ответ: Неверно.**

*По теореме о существовании прямой, параллельной данной прямой, через точку пространства можно провести единственную прямую.*



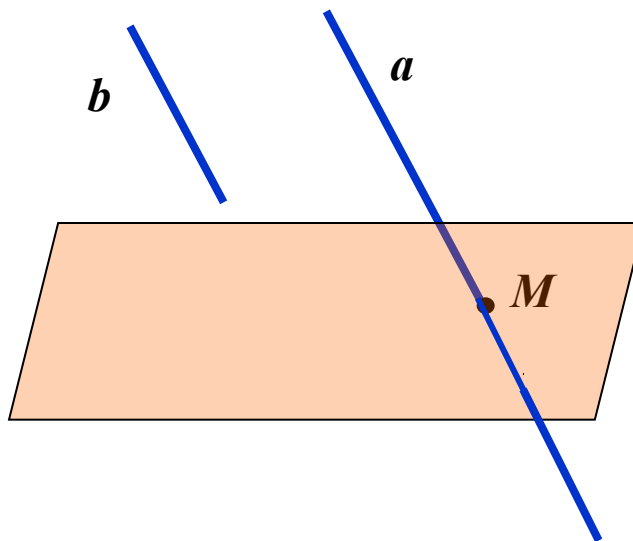
## **ВЕРНО - НЕВЕРНО ?**

*2. Верно ли, что если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая тоже пересекает эту плоскость?*

## ОТВЕТЫ И ПОДСКАЗКИ

*Ответ: Верно.*

*По лемме о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми, если одна из параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.*



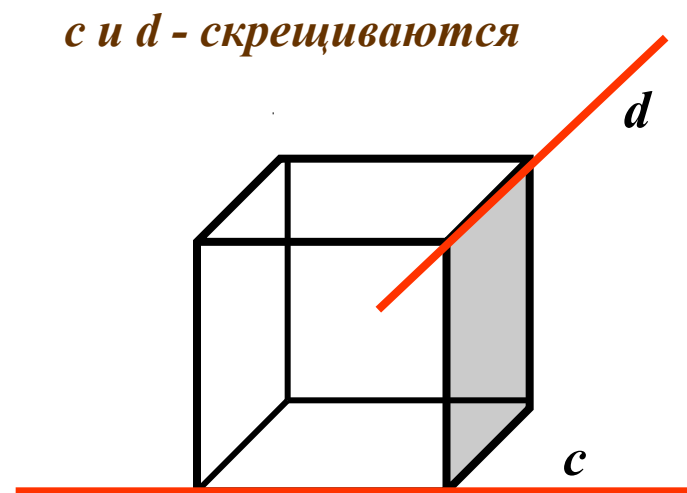
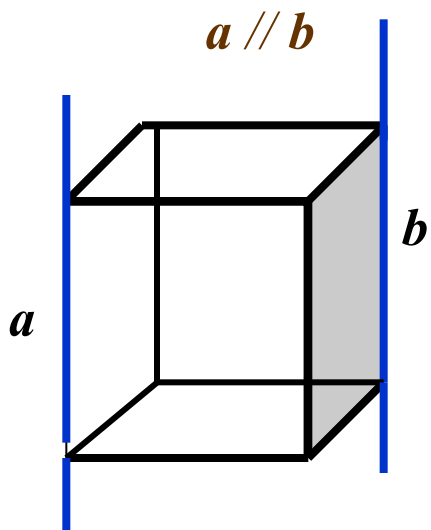
# **ВЕРНО - НЕВЕРНО ?**

*3. Верно ли, что две непересекающиеся прямые в пространстве параллельны?*

# ОТВЕТЫ И ПОДСКАЗКИ

## 3. Ответ: неверно.

*В пространстве не имеют общих точек параллельные и скрещивающиеся прямые.*





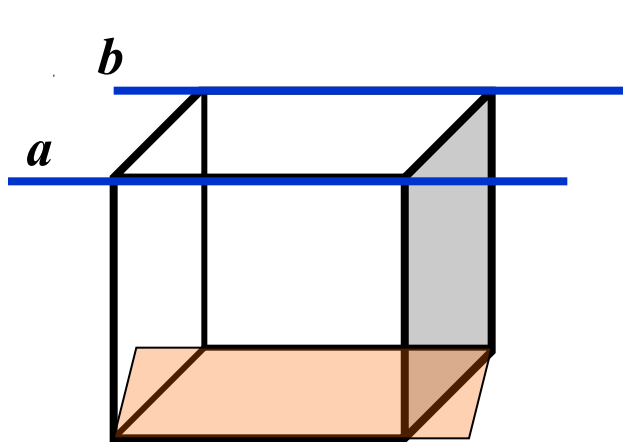
# **ВЕРНО – НЕВЕРНО?**

*4. Верно ли, что если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?*

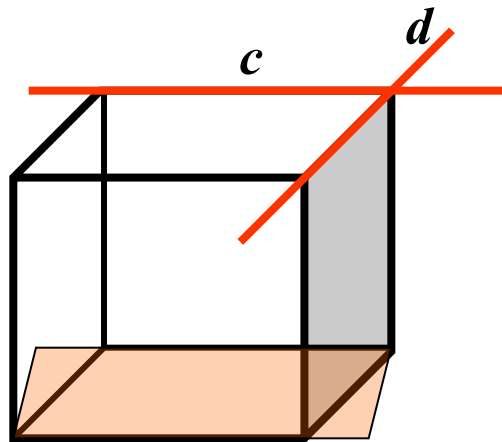
# ОТВЕТЫ И ПОДСКАЗКИ

## 4. Ответ: неверно.

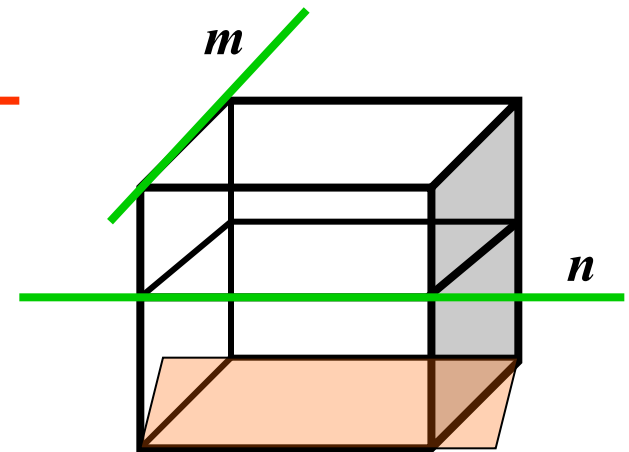
*Эти прямые могут быть не только параллельными, но и пересекаться, а также они могут быть скрещивающимися.*



*a и b параллельны*



*c и d пересекаются*



*m и n скрещиваются*

## **ВЕРНО – НЕВЕРНО?**

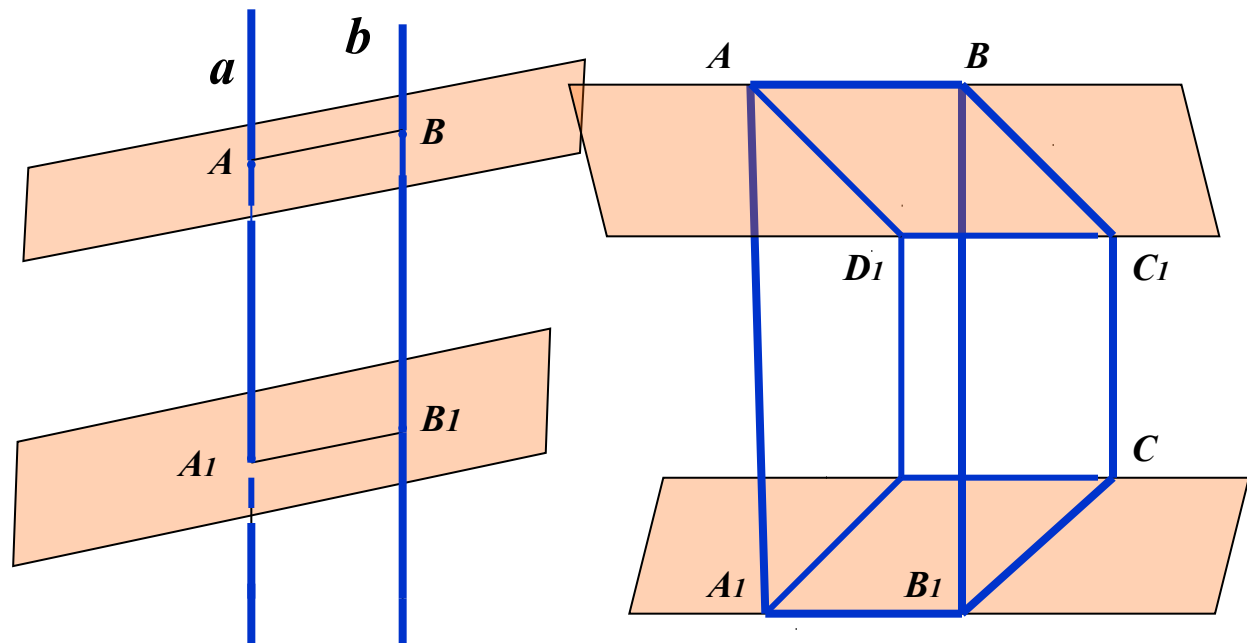
*5. Верно ли, что если две плоскости пересечены двумя параллельными прямыми и отрезки данных прямых, заключённых между ними равны, то плоскости параллельны?*

# ОТВЕТЫ И ПОДСКАЗКИ

## 5. Ответ: Неверно.

*Это утверждение неверно, так как нет условий для выполнения признака параллельности плоскостей.*

*Если  $a \parallel b$  и  $AA_1=BB_1$ , то плоскости могут быть параллельны, а могут пересекаться*



# ЖЕРАР ДЕЗАРГ

*(2 марта 1593 – 8 октября 1662)*



*Французский математик. Был военным инженером. Заложил основы проективной и начертательной геометрии. В своих исследованиях систематически применял перспективное изображение. Первым ввёл понятие бесконечно удалённых элементов. В своих сочинениях о резьбе по камню и о солнечных часах Ж.Дезарг даёт геометрическое обоснование практическим операциям.*

# ГАСПАР МОНЖ

*(10 мая 1746 – 28 июня 1818)*

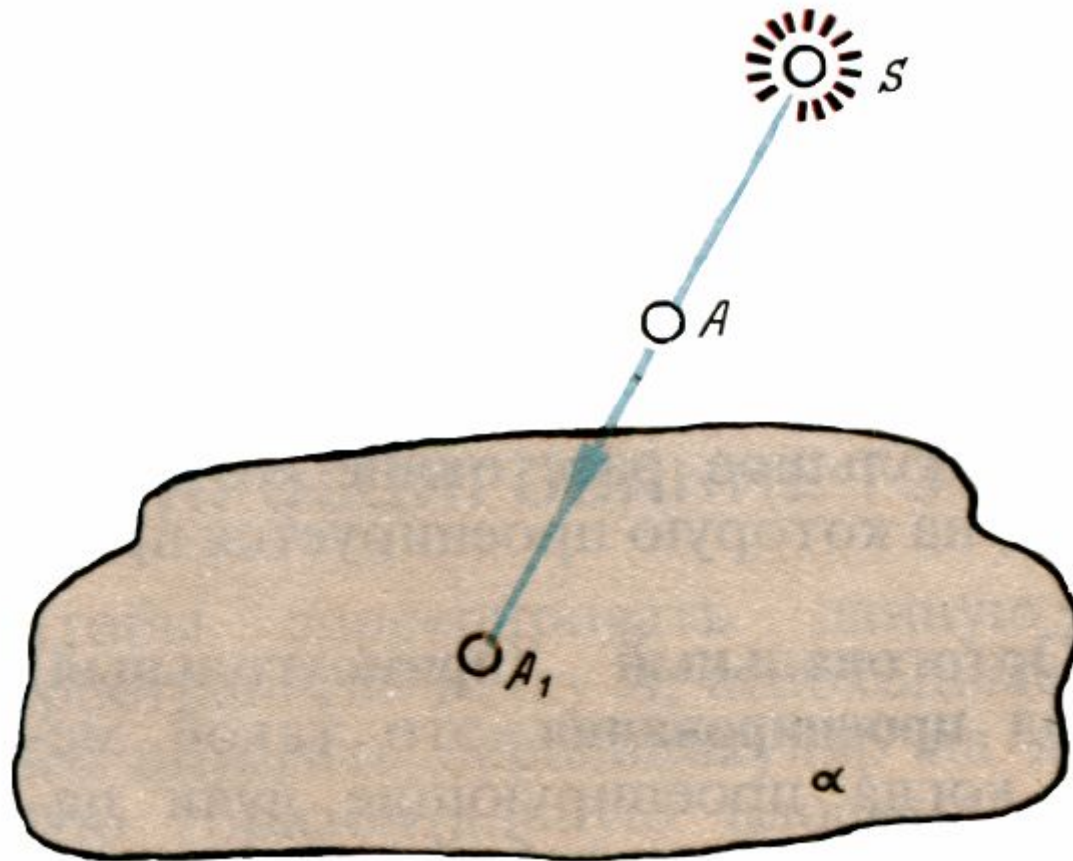


*Французский математик и общественный деятель, член Парижской академии наук. Профессор Мезьерской военно-инженерной школы Политехнической школы в Париже. Основные интересы учёного лежали в области геометрии. Он создал общий метод изображения пространственных фигур на плоскости, изучал пространственные кривые и поверхности.*

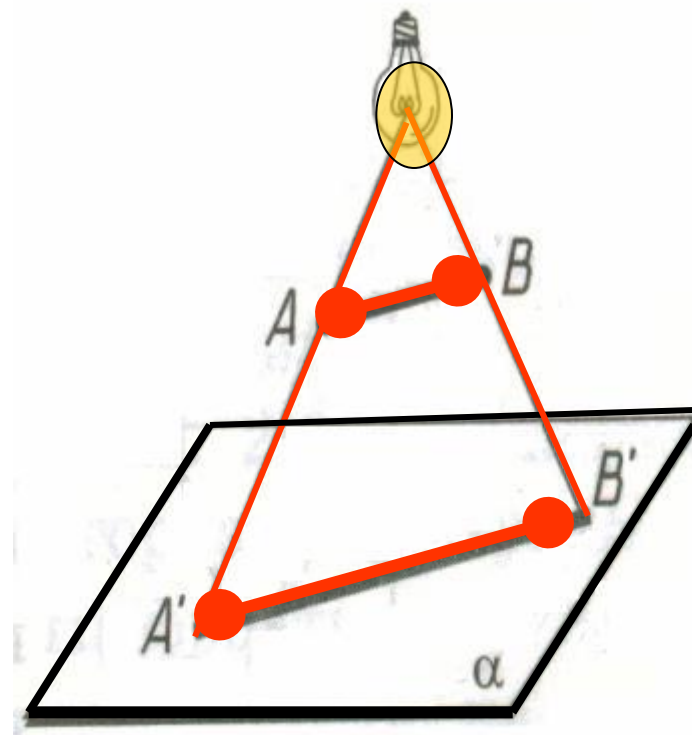
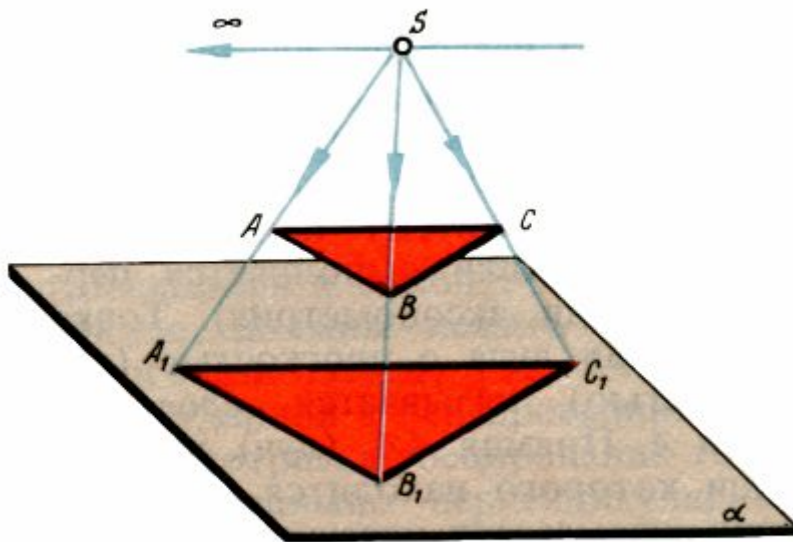
*В 1799 году была издана книга «Начертательная геометрия», где он изложил свою теорию. Гаспару Монжу также принадлежат работы по математическому анализу, химии, оптике, метеорологии и практической механике.*

*В 1792-1793 был морским министром, а затем заведовал пороховыми и пушечными заводами республики. Участвовал в Египетской экспедиции Наполеона Бонапарта в 1798-1801. Стал сенатором и графом, но в период Реставрации Монж был лишен всех прав и изгнан из Академии наук.*

# МЕТОД ПРОЕЦИРОВАНИЯ



# ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ



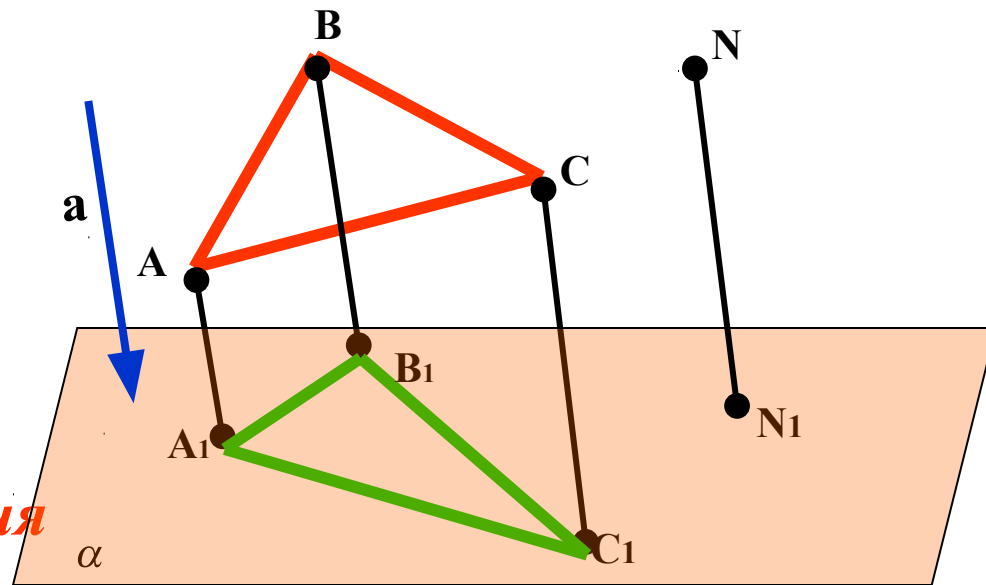


# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

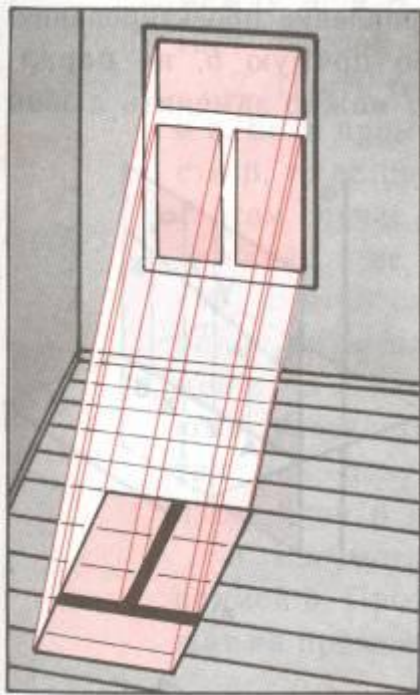
*Проекция (от лат. projectio – бросание вперёд, выбрасывание).*

*$N_1$  – параллельная проекция точки  $N$*

*Треугольник  $A_1B_1C_1$  – параллельная проекция треугольника  $ABC$*



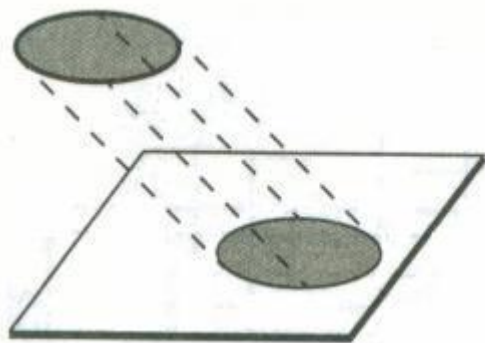
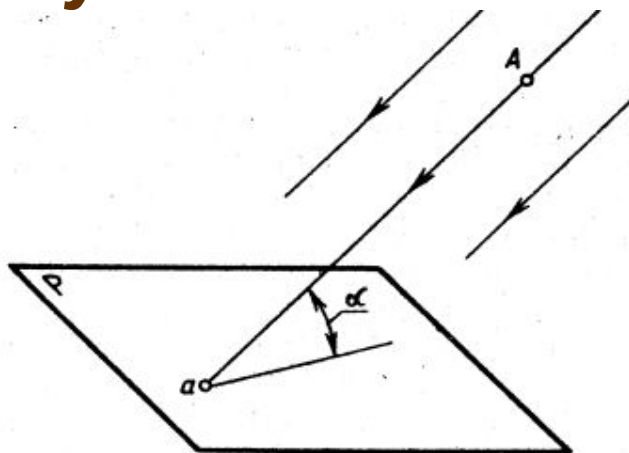
# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ



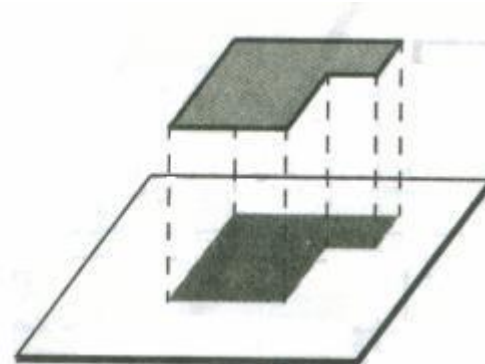
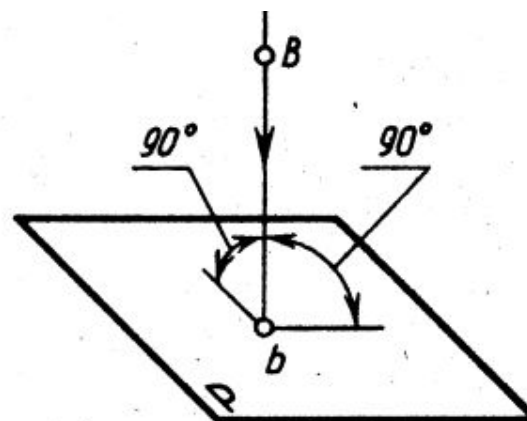
*Параллельную проекцию реальной фигуры представляет, например, её тень, падающая на плоскую поверхность при солнечном освещении, поскольку солнечные лучи можно считать параллельными.*

# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

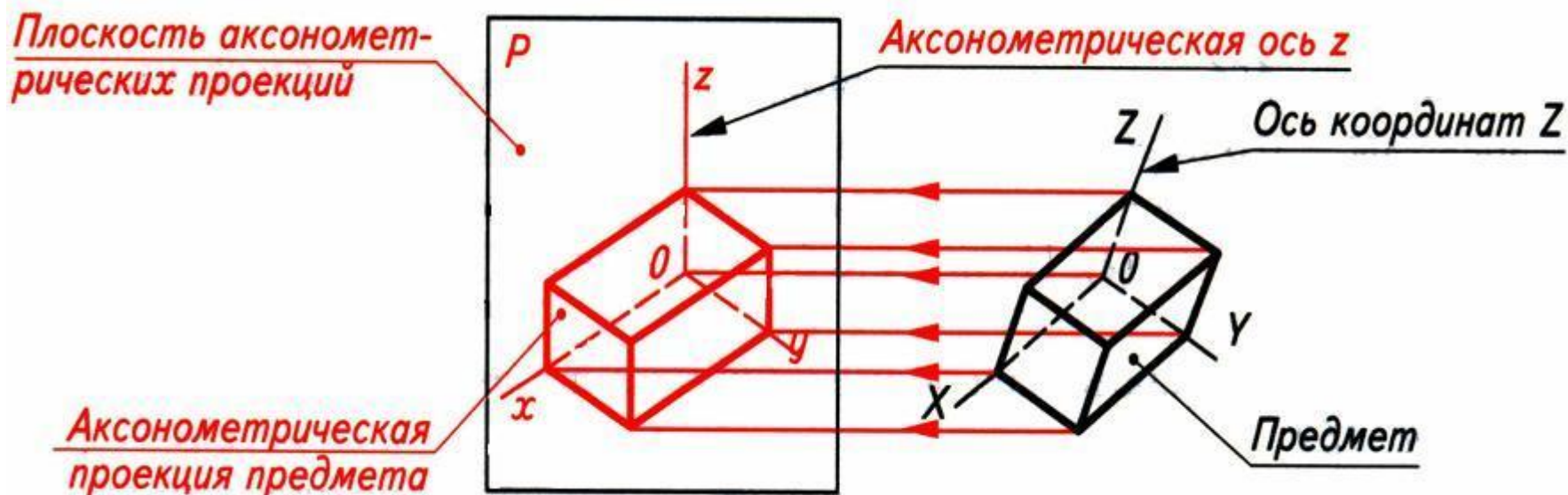
↓  
**косоугольное**



↓  
**прямоугольное**



# ПОЛУЧЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ



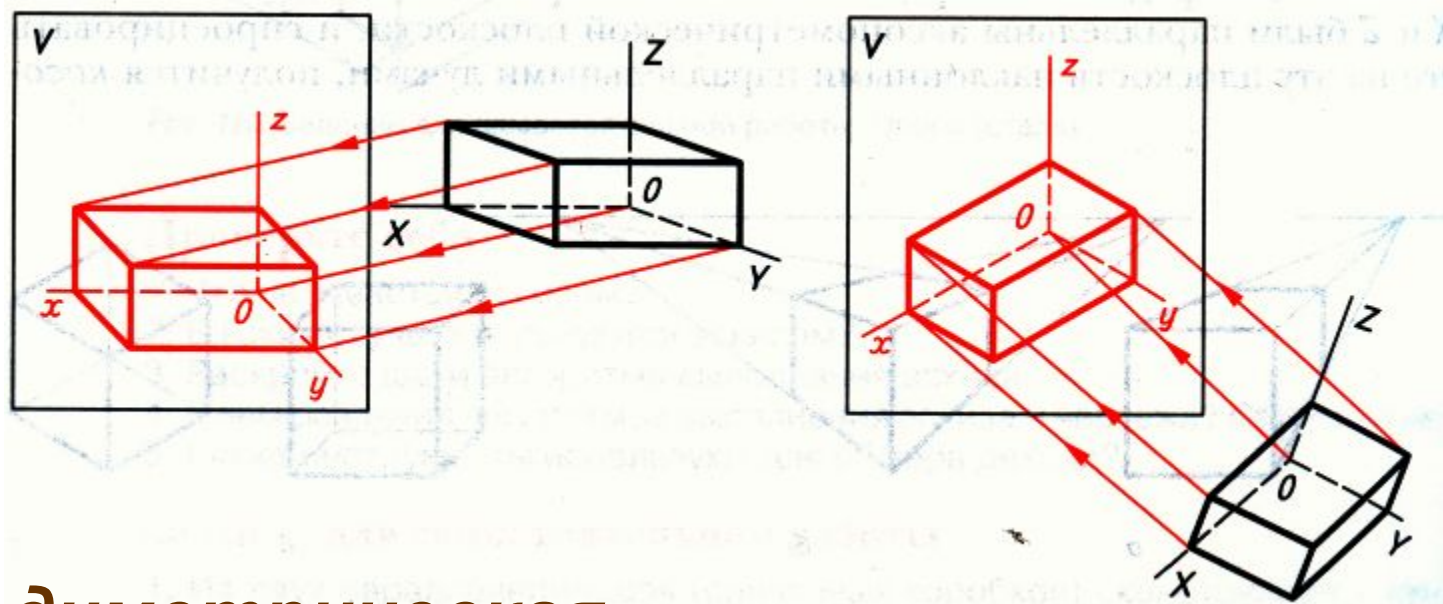
# АКСОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ



*косоугольная*



*прямоугольная*



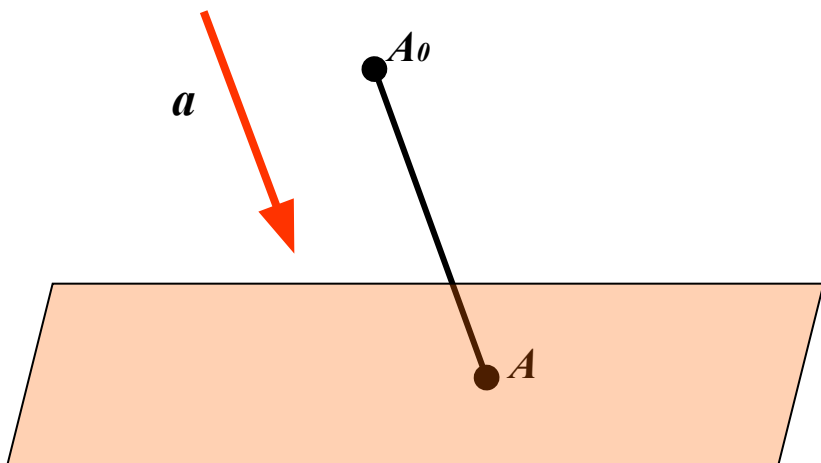
*диметрическая*  
*изометрическая*



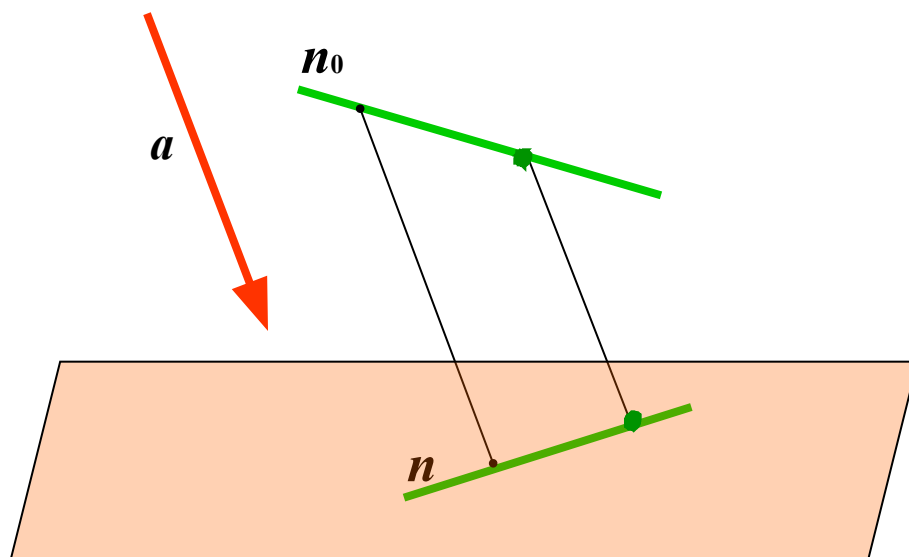
# ***ТЕАТР ТЕНЕЙ***

# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1. Проекция точки есть точка.



2. Проекция прямой есть прямая.



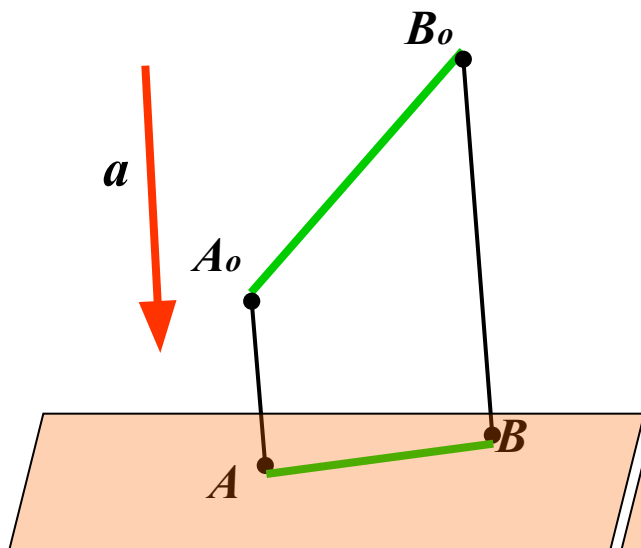


# *ТЕАТР ТЕНЕЙ*

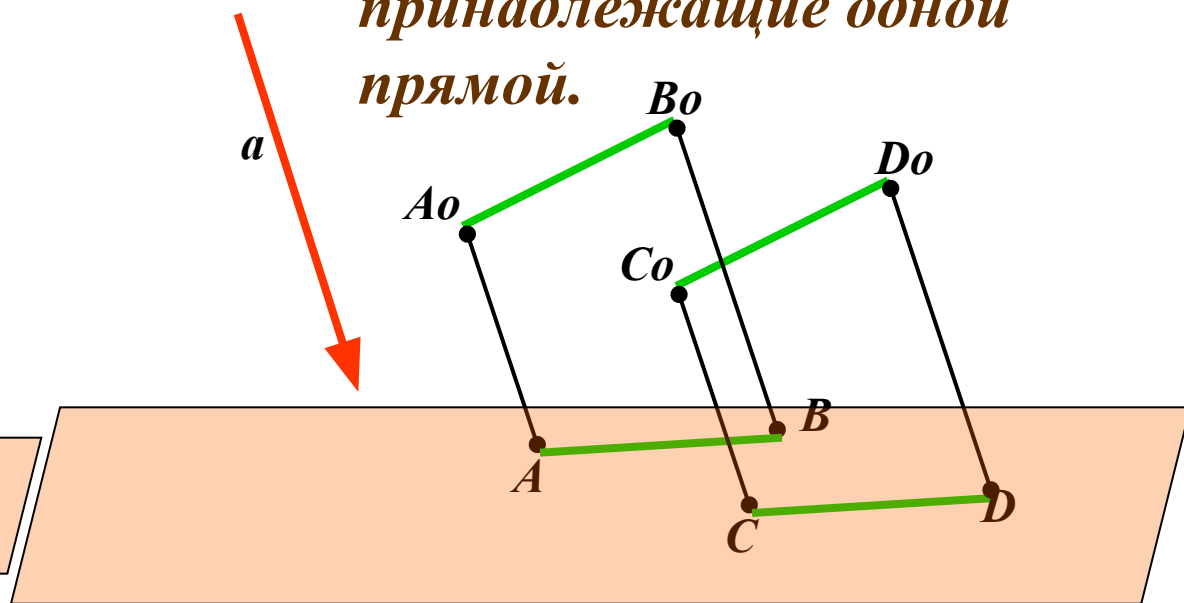


# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

3. Проекция отрезка есть отрезок.



4. Проекции параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.

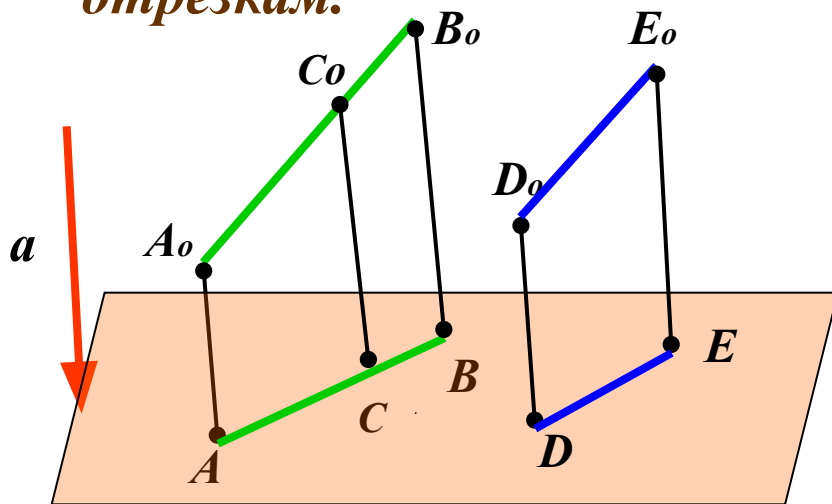




# *ТЕАТР ТЕНЕЙ*

# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

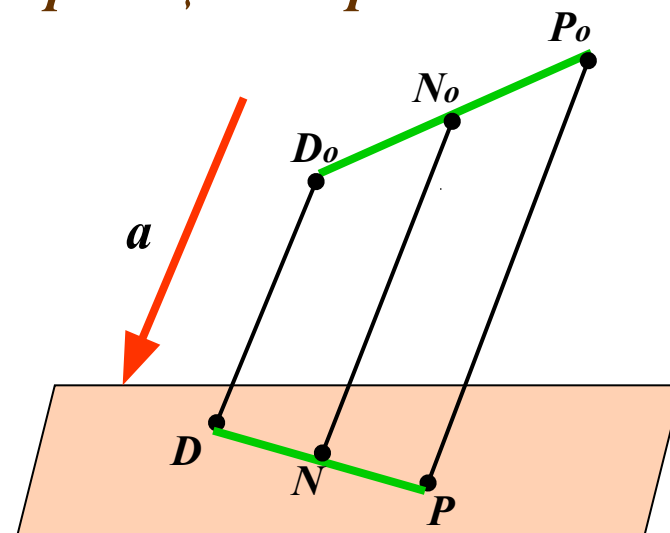
5. Проекция параллельных отрезков, а также проекции отрезков, лежащих на одной прямой, пропорциональны самим отрезкам.



$$A_0C_0:C_0B_0=AC:CB$$

$$A_0B_0:D_0E_0=AB:DE$$

Следствие из свойства 5:  
Проекция середины отрезка есть середина проекции отрезка.



$$D_0N_0:N_0P_0=DN:NP=1:1$$



---

# *ТЕАТР ТЕНЕЙ*

# **СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕКЦИРОВАНИЯ**

*При параллельном проецировании сохраняются следующие свойства фигур*

- 1. Свойство фигуры быть точкой, прямой и плоскостью.*
- 2. Свойство фигур иметь пересечение.*
- 3. Деление отрезка в данном отношении.*
- 4. Параллельность прямых и плоскостей.*
- 5. Свойство фигуры быть треугольником, параллелограммом, трапецией.*
- 6. Отношение длин параллельных отрезков.*
- 7. Отношение площадей двух фигур.*

# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

*При параллельном проецировании не сохраняются следующие свойства фигур:*

- 1. Свойство прямых и плоскостей образовывать между собой углы определенной градусной меры (в частности быть взаимно перпендикулярными).*
- 2. Отношение длин не параллельных отрезков.*
- 3. Отношение величин углов между прямыми (в частности, свойство луча быть биссектрисой угла).*

# ЗАДАЧИ

## Задача 1.

*Построить изображение правильного треугольника  $ABC$ , изображение высоты  $BH$  и биссектрисы  $AK$ .*

## Задача 2.

*Трапеция  $ABCD$  – параллельная проекция равнобедренной трапеции. Построить ось симметрии и высоту данной трапеции.*

## Задача 3.

*Начертите параллельную проекцию ромба  $ABCD$ , имеющего угол  $A = 60$ . Постройте изображение высоты этого ромба, проведенной из вершины острого угла.*

# КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1. Что является параллельной проекцией отрезка, треугольника, прямоугольника, квадрата, окружности?
- 2. Какие величины не изменяются при параллельном проецировании? (длина отрезка, градусная мера углов, отношения длин отрезков, отношение площадей двух фигур)?
- 3. Может ли при параллельном проецировании параллелограмма получиться трапеция и наоборот?