Площадь многоугольника

Урок изучения нового материала

Оборудование

1. Компьютер
2. Мультипроектор
3. Мел, доска

Цели урока

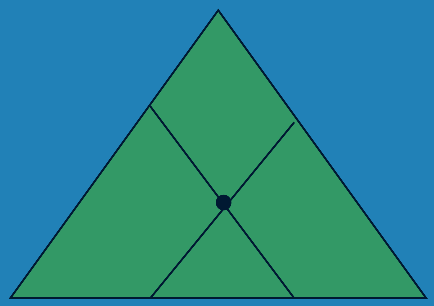
1. Сформировать понятие площади многоугольника, рассмотреть основные свойства площадей, вывести формулу площади прямоугольника; закрепить изученные формулы в ходе решения задач
2. Развитие логического мышления
3. Привитие интереса к предмету геометрии

Содержание

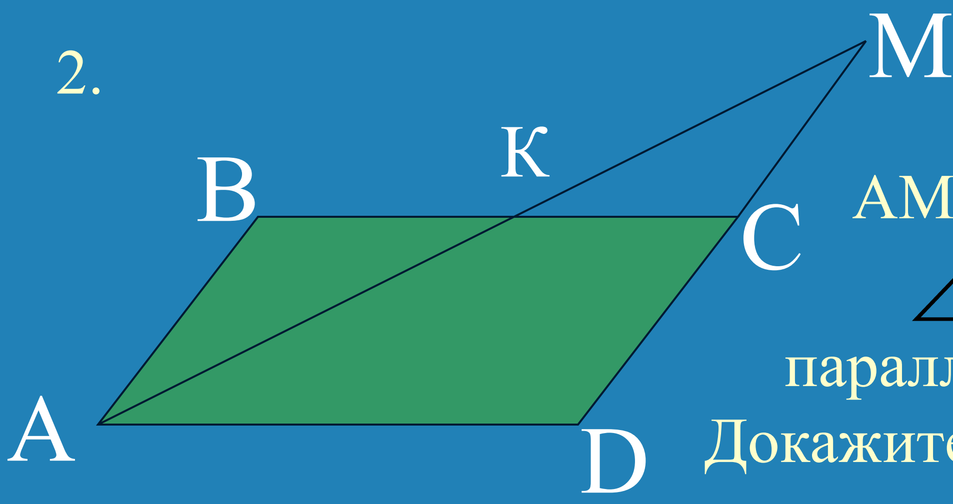
1. Оргмомент
2. Мозговой штурм
3. Для чего нужно уметь измерять и вычислять площади фигур
4. Понятие площади
5. Площадь прямоугольника
6. Закрепление
7. Самостоятельная работа
8. Проверка самостоятельной работы
9. Итоги урока
10. Домашнее задание

Мозговой штурм

1. Через точку во внутренней области равностороннего треугольника проведены две прямые, параллельные двум сторонам треугольника. На какие фигуры разбивается этими прямыми данный треугольник?



2.



AM – биссектриса $\angle BAD$ параллелограмма ABCD, AD = 2AB. Докажите, что часть отрезка AM, лежащая во внутренней области параллелограмма ABCD, равна части, лежащей во внешней области.

[BK = AB = ½ BC $\Rightarrow$ KC = BK, $\angle BKA = \angle MKC$, $\angle ABC = \angle MCK \Rightarrow \triangle ABK = \triangle MCK \Rightarrow$ AK = KM.]

Все мы понимаем смысл слов: площадь комнаты равна 25 м^2 , площадь сада – 6 соткам.С понятием «площадь» и формулами для вычисления площадей некоторых фигур вы уже встречались. Какие это фигуры?

[прямоугольник: S = ab; круг: S= πr^2]

Важно ли в жизни уметь измерять и вычислять площади фигур? Как вы думаете, для чего, например?

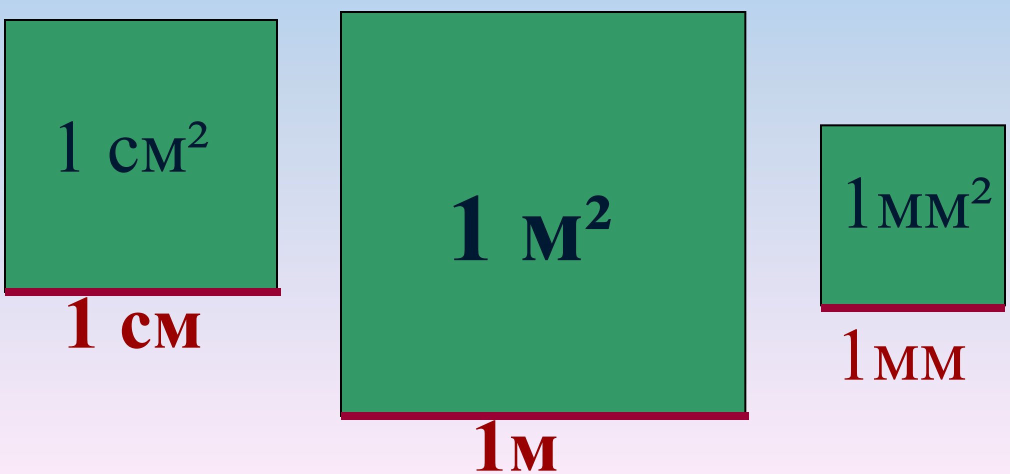
Площадь поверхности стен в помещении нужно знать, например, для того, чтобы рассчитать необходимое для их покрытия количество обоев, краски или кафеля.

Площадь зеркала водохранилища нужно знать его проектировщикам, в частности, чтобы определить, как станет испаряться из заполненного водохранилища вода.

Площадь поверхности дороги нужно знать, чтобы рассчитать необходимое для её покрытия количества асфальта.

Понятие площади многоугольника

Можно сказать, что площадь многоугольника – это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник. Измерение площадей проводится с помощью выбранной единицы измерения аналогично измерению длин отрезков. **За единицу измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков. Если за единицу измерения отрезков принят сантиметр, то за единицу измерения площадей принимают квадрат со стороной 1 см. Такой квадрат называют *квадратным сантиметром (см²)***



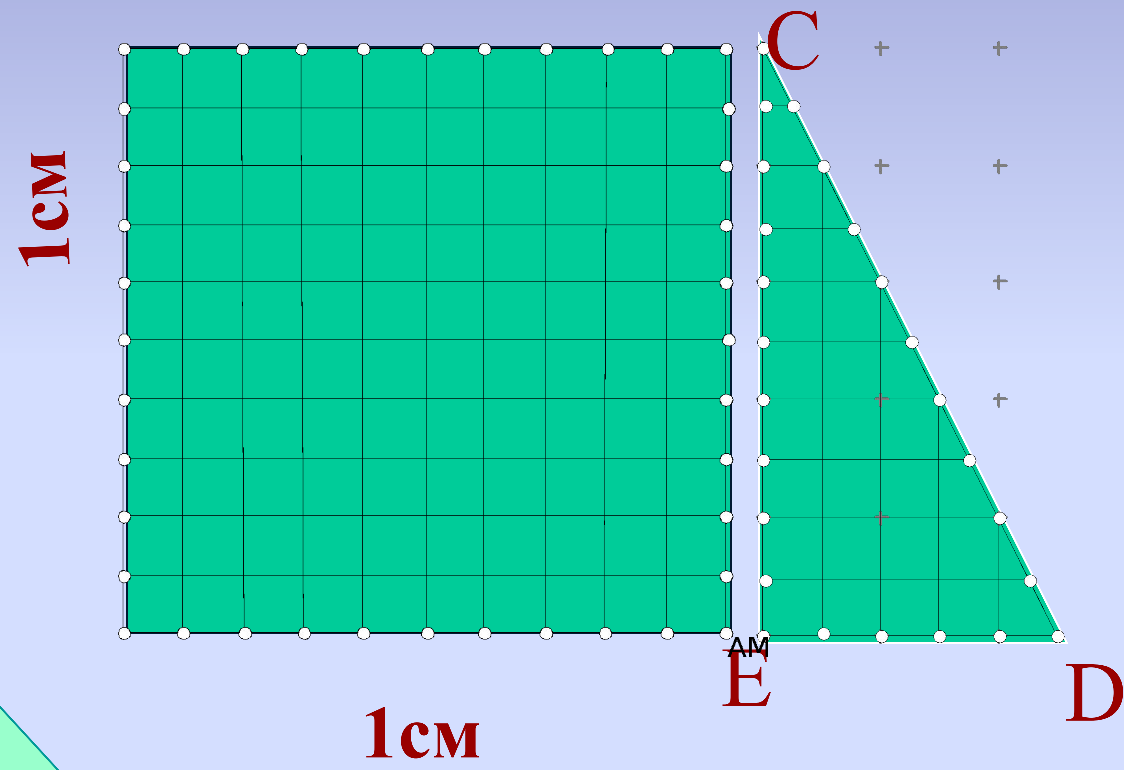
Какие ещё единицы измерения площадей вы знаете?

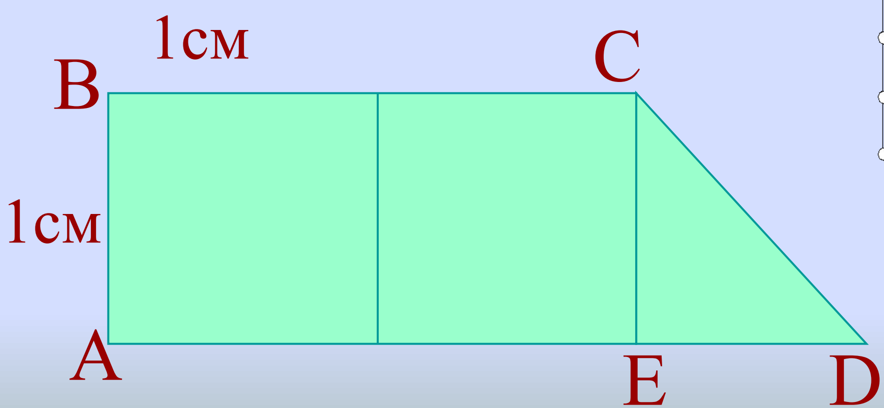
[1 га (площадь квадрата с стороной 100 м), 1

(сотка) 100м²]

При выбранной единице измерения площадей ***площадь каждого многоугольника выражается положительным числом.*** *Это* ***число показывает, сколько раз единица измерения площади и её части укладываются в данном многоугольнике.***

$S = 6см^2$

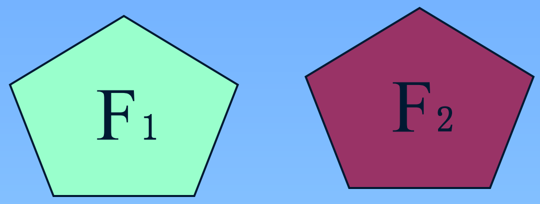




$S \approx 2{,}24\ см^2$

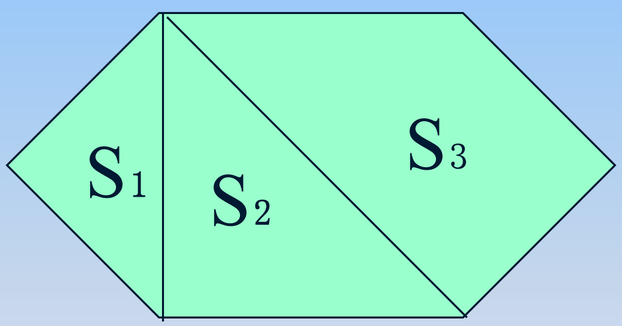
Описанный процесс измерения площадей неудобен, поэтому на практике измеряют лишь некоторые связанные с многоугольником отрезки, а затем вычисляют площадь по определённым формулам. Вывод этих формул основан на следующих ***свойствах площадей***

1. Равные многоугольники имеют равные площади.



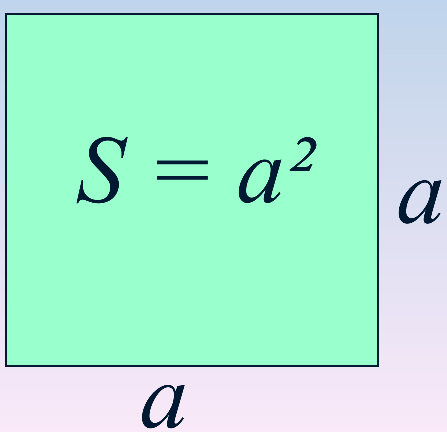
$$S_{F_1} = S_{F_2}$$

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников,то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.



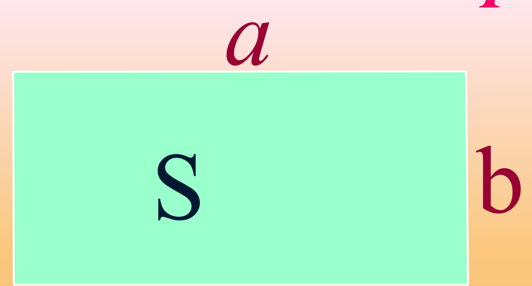
$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны



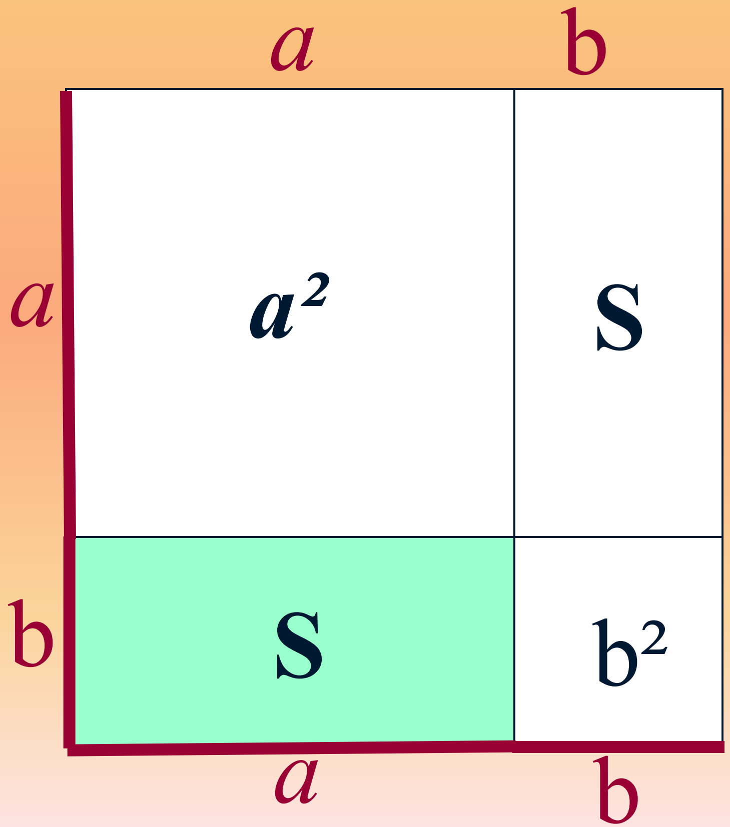
Площадь прямоугольника

Теорема: ***Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.***



Дано: прямоугольник, *a*, *b* – стороны, S – площадь.

Доказать: **S = *ab***



Доказательство:

1) Достроим прямоугольник до квадрата со стороной a + b.

По свойству (3.) его площадь равна $(a + b)^2$.

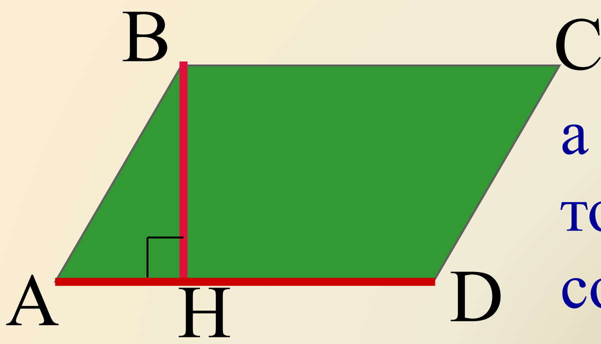
С другой стороны

$$(a + b)^2 = S + S + a^2 + b^2 .$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2.$$

$$\boldsymbol{S = ab}$$

Площадь параллелограмма

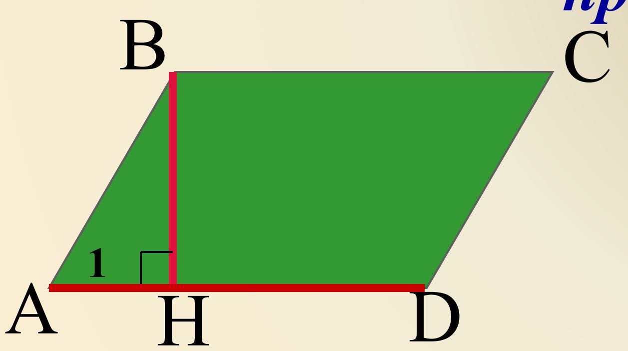


Одну из сторон параллелограмма, например AD, назовём <u>основанием</u> а перпендикуляр, проведённый из любой точки противоположной стороны к прямой, содержащей основание,

\- <u>высотой параллелограмма.</u>

(BH – высота)

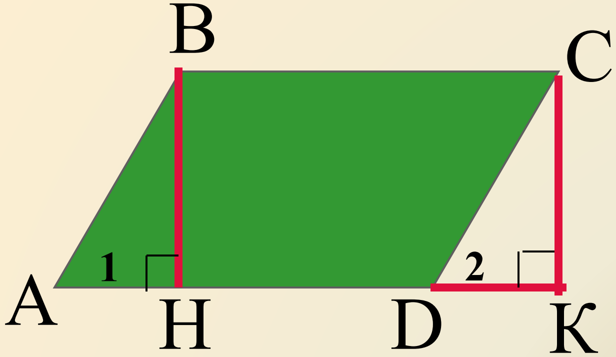
<u>Теорема:</u> ***Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.***



Дано: ABCD – параллелограмм, AD – основание, BH – высота.

Доказать: $S = AD \cdot BH$

Доказательство:

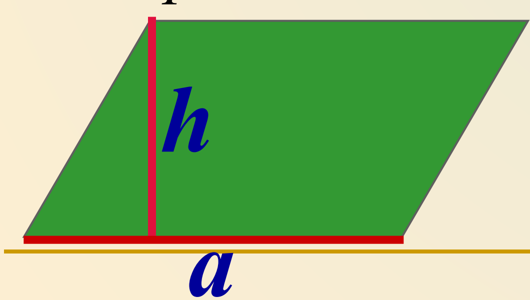


1) Пусть площадь параллелограмма равна S.
2) Параллелограмм ABCD состоит из △ABH и трапеции HBCD,

а прямоугольник HBCK – из трапеции HBCD и △DCK. Так как △ABH = △DCK (по гипотенузе (AB = DC) и острому углу (∠1 = ∠2 как соответственные при AB ∥ CD)).

Значит, $S_{пар} = S_{пр}$, а $S_{пр} = BC \cdot BH$, но BC = AD. ⇒

$S_{пар} = AD \cdot BH$ или S = *ah, где a – основание, h – высота.*



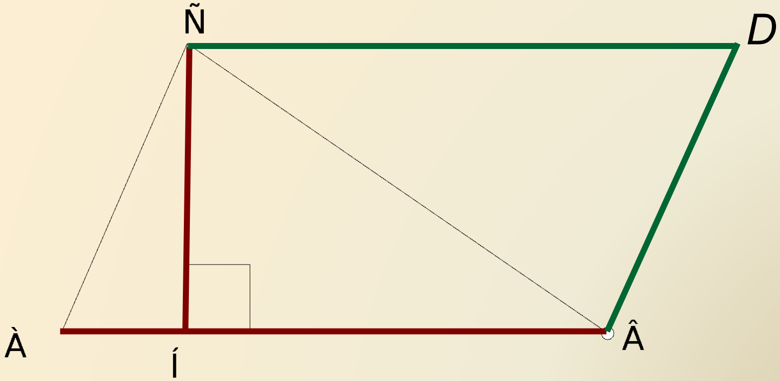
S = *ah*

?

Площадь треугольника

Одну из сторон треугольника (*АВ*) *назовём основанием,*

тогда СН – высота



Теорема: **Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.**

Доказать: $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH$

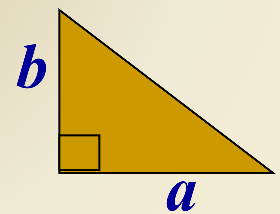
Доказательство: *Достроим* $\triangle ABC$ *до параллелограмма.*

$\triangle ABC = \triangle DCB \;\; (BC,\; AC = BD, AB = CD)$ $\quad S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DCB}, \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH.$$

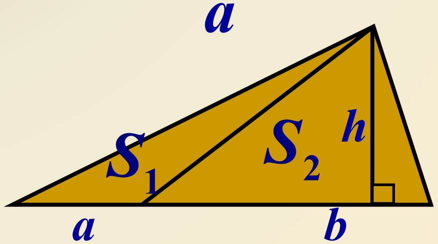
Следствия:

1. *Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.*



$$S = \frac{1}{2} ab$$

2. *Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся, как основания.*

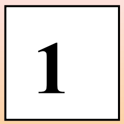


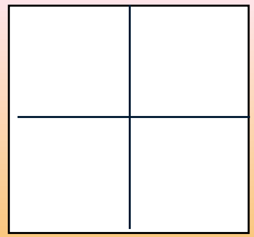
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

?

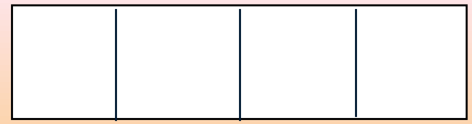
Закрепление

№ 446 **Решение:**

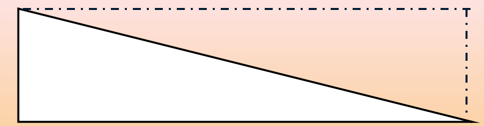




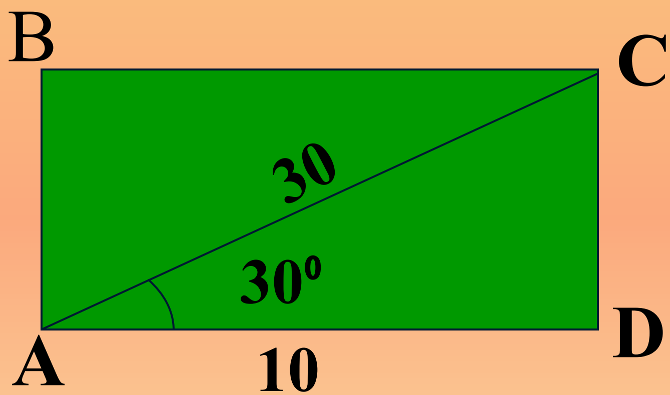
S = 4



S = 4

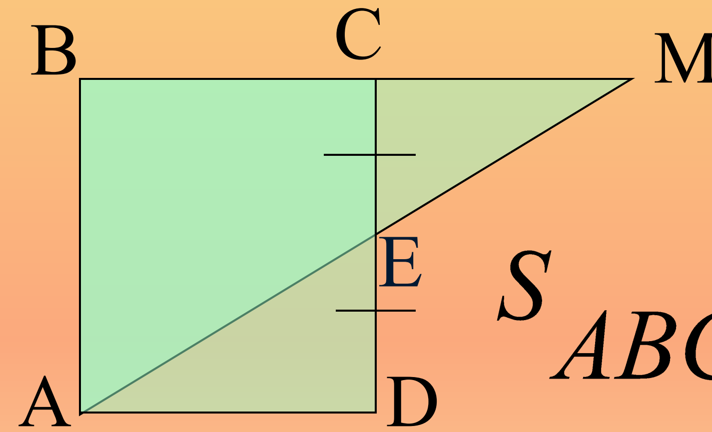


S = 2



Найти: S

[CD = 30 : 2 = 15; 15·10=150]



$$S_{ABCD} = Q$$

Найдите $S_{\Delta AMB}$

[т.к △CME = △DAE, то $S_{\Delta AMB}$ **= Q]**

Ответы и решения

I вариант

1.а) Т. к. AD = 2 AB, то

AB = x, AD = 2x.

(x + 2x)·2 = 48, x = 8.

AB = 8 см, AD = 16 см

$S = 8 \cdot 16$ $S = 128$ см²

б) $\triangle ABM = \triangle NCM, \Rightarrow$

$$S_{\Delta ADN} = S_{ABCD}$$

$$S_{\Delta ADN} = 128 см^2$$

II вариант

1. а) AB = x, BC = x + 5,

(x + x + 5)·2 = 46,

2x + 5 = 23, x = 9

AB = 9 см, BC = 14 см

$S = 9 \cdot 14$, $S = 126$ см²

б) $\triangle FCE = \triangle ADE, \Rightarrow$

$$S_{\Delta ABF} = S_{ABCD}$$

$$S_{\Delta ABF} = 126 см^2$$

Итоги урока

1. Что мы понимаем под площадью многоугольника?.

2. Перечислить свойства площадей

3. Чему равна площадь прямоугольника?

4. Чему равна площадь параллелограмма?

5. Чему равна площадь треугольника?

Домашнее задание

п. 48 – 52, № 447, 449(б)