



**Кейс-технологии на уроках  
математики**

**Кейс «Разработка рекомендаций  
по решению задач типа В12»**



# Историческая справка.

Впервые работа с кейсами в рамках учебного процесса была реализована в Гарвардской школе бизнеса в 1908 г.

В России данная технология стала внедряться лишь последние 3-4 года.



# □ Кейс-метод

реальный случай, который можно перевести из статуса «жизненной ситуации» в статус задачи, и затем решать с последующей рефлексией хода и ресурсов решения.

Название метода происходит от англ. **case** – случай, ситуация и от понятия «кейс» - чемоданчик для хранения различных бумаг, документов, журналов и пр.

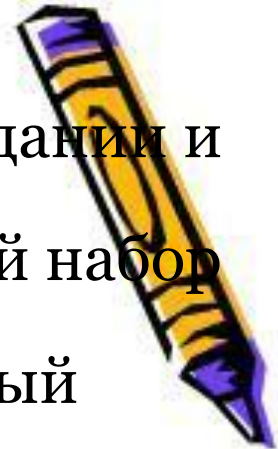


**Суть «кейс» – технологии** заключается в создании и комплектации специально разработанных учебно-методических материалов в специальный набор (кейс) и их передаче (пересылке) обучающимся.

**Каждый кейс** представляет собой полный комплект учебно-методических материалов, разработанных на основе производственных ситуаций, формирующих у обучающихся навыки самостоятельного конструирования алгоритмов решения производственных задач.

**Результаты** выполненных проектов должны быть, что называется, «осязаемыми», т.е., если это теоретическая проблема, то конкретное ее решение, если практическая – конкретный результат, готовый к использованию (на уроке, в школе, в реальной жизни).

Если говорить о данном методе как о педагогической технологии, то эта технология предполагает совокупность исследовательских, поисковых, проблемных методов, творческих по самой своей сути.



# КЕЙС-ТЕХНОЛОГИИ КАК ОДИН ИЗ ИННОВАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ



- Одной из новых форм эффективных технологий обучения является проблемно-ситуативное обучение с использованием кейсов. Внедрение учебных кейсов в практику российского образования в настоящее время является весьма актуальной задачей. Кейс представляет собой описание конкретной реальной ситуации, подготовленное по определенному формату и предназначенное для обучения учащихся анализу разных видов информации, ее обобщению, навыкам формулирования проблемы и выработки возможных вариантов ее решения в соответствии с установленными критериями.
- Кейсовая технология (метод) обучения – это обучение действием. Суть кейс-метода состоит в том, что усвоение знаний и формирование умений есть результат активной самостоятельной деятельности учащихся по разрешению противоречий, в результате чего и происходит творческое овладение

профессиональными знаниями, навыками, умениями и развитие мыслительных способностей.



## Работа ученика с кейсом:

- 1 этап — знакомство с ситуацией, её особенностями;
- 2 этап — выделение основной проблемы(проблем),
- 3 этап — предложение концепций или тем для «мозгового штурма»;
- 4 этап — анализ последствий принятия того или иного решения;
- 5 этап — решение кейса — предложение одного или нескольких вариантов последовательности действий.



## **ПРАКТИЧЕСКИЕ КЕЙСЫ**

Реальные жизненные ситуации, детально и подробно отраженные. При этом их учебное назначение может сводиться к тренингу обучаемых, закреплению знаний, умений и навыков поведения (принятия решений) в данной ситуации. Кейсы должны быть максимально наглядными и детальными.

## **ОБУЧАЮЩИЕ КЕЙСЫ**

Отражают типовые ситуации, которые наиболее часты в жизни. Ситуация, проблема и сюжет здесь не реальные, а такие, какими они могут быть в жизни, не отражают жизнь «один к одному»

## **НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ КЕЙСЫ**

Они выступают моделями для получения нового знания о ситуации и поведения в ней. Обучающая функция сводится к исследовательским процедурам.



## **Кейс «Разработка рекомендаций по решению задач типа В12»**

Тип кейса: практический.

Содержание кейса:

Описание ситуации «Как помочь Дарье?»

Просмотрев задания первой части ЕГЭ, Даша сразу узнала своего «противника»-задание В12. В учебнике нет таких задач. Даша боится перегреваемых приборов, камней брошенных то вертикально вверх, то вертикально вниз, законов излучения звезд.

Даша оптимистка и у неё много друзей. Почему бы не сосредоточить их интеллектуальные ресурсы в пространстве и во времени на выработку подхода к этой мини-ситуации: как одолеть задание В12?

Примеры решения «сложных» задач.

Задачи типа В12 ( в электронном виде).

Правила работы с кейсом.

Вопросы для обсуждения.

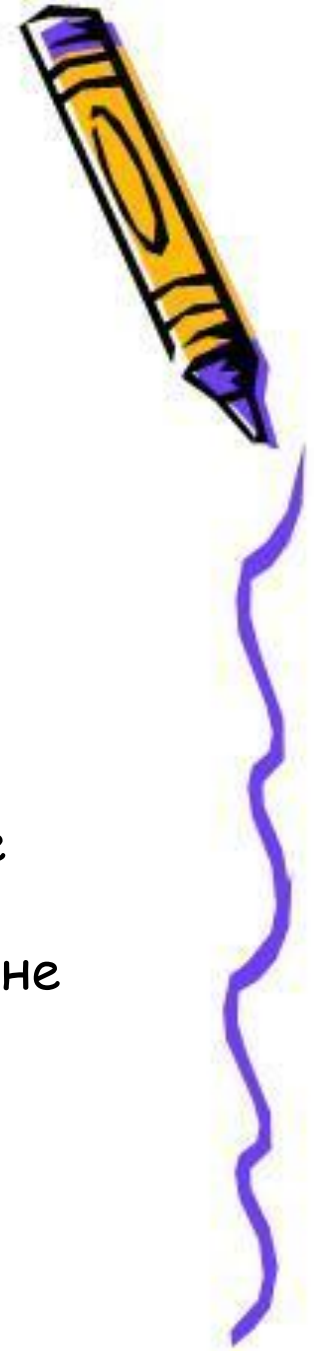




## На заметку!

Для успешного решения этого задания необходимо уметь построить несложную математическую модель некоторого физического процесса, описанного математической формулой, решить несложное уравнение или неравенство и верно интерпретировать полученный результат.

В 2013 (2012) году на ЕГЭ по математике аналогичное задание верно решили 56,3% (55,2%) выпускников. То есть почти половина выпускников с данным заданием не справилась - процент верных решений этого задания один из самых низких среди всех 14 заданий части В.



## **ПРАВИЛА РАБОТЫ С КЕЙСОМ**

- 1. Двукратное чтение кейса: один раз, чтобы иметь общее представление и второй раз, чтобы хорошо разобраться в фактах.**
- 2. Кроме того, должны быть внимательно проанализированы таблицы и графики.**
- 3. Составить список проблем, с которыми придется иметь дело.**
- 4. Если предлагаются цифровые данные, нужно попытаться их оценить и объяснить.**
- 5. Узнавание проблем, к которым можно применить имеющиеся знания.**
- 6. Составление основательного анализа имеющейся ситуации.**
- 7. Поддержка предложений решения проблемы посредством основательной аргументации.**
- 8. Составление схем, таблиц, графиков, которые дают основание для собственного «решения».**



**Подготовка к ЕГЭ по  
математике  
Решение заданий В12  
группа 1**



# Памятка ученику



Задание В12 - текстовая задача на движение или работу. Чтобы выполнить это задание, ученик должен составить и решить уравнение по условию, правильно интерпретировать полученный результат.

## Алгоритм решения : физических задач

- 1) Внимательно прочитать задачу.
- 2) Подставить данные задачи в формулу - решить .
- 3) Проверить единицы измерения, входящих в формулу.
- 4) Если задача имеет 2 вопроса, то решить каждый вопрос задачи.
- 5) Если задача, связана с нагревательным прибором, то выбрать меньшую температуру в ответе.

# Решения задач-прототипов



Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением  $a = 0,2 \text{ м/с}^2$  и через некоторое время достигает скорости  $v = 10 \text{ м/с}$ . Какое расстояние к этому моменту прошел автомобиль? Ответ выразите в метрах.

Скорость  $v$ , пройденный путь  $l$ , время разгона  $t$  и ускорение  $a$  связаны соотношениями :

$$v = at, l = at^2/2$$

Решение

Найдем время из уравнения

$$10 = 0,2t, t = 50.$$

Пройденный путь равен

$$l = 0,2 * 50^2/2$$

$$L = 250(\text{метров}).$$

Ответ: 250.

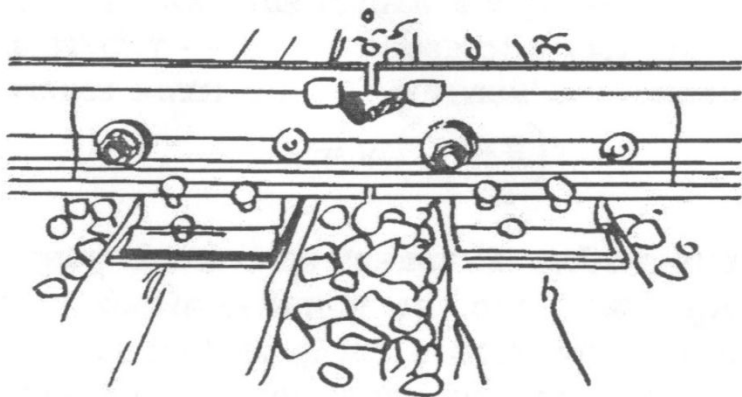


# Задача с расширением рельсы

**1.1.1.(прототип 27953)** При температуре  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10\text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t) = l_0 (1 + a \cdot t)$ , где  $a = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ (C)}$  – коэффициент теплового расширения,  $t$  — температура (в градусах Цельсия).

При какой температуре рельс удлинится на 3 мм?

Ответ выразите в градусах Цельсия.



*Решение.* По условию задачи рельс удлинится на  $3\text{ мм} = 0,003\text{ м}$ , поэтому выполняется равенство  $10,003 = 10(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} t)$ .

Найдем  $t$  как корень уравнения:

$$10,003 = 10 + 1,2 \cdot 10^{-4} t;$$

$$3 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-4} t;$$

$$t = (30 \cdot 10^{-4}) : (1,2 \cdot 10^{-4});$$

$$t = 25.$$

*Ответ:* 25.

# Задача с ведёрком

**5.3.1.(прототип 27958)** Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m(u^2 : L - g)$ , где  $m$  – масса воды в килограммах,  $u$  — скорость движения ведерка в м/с,  $L$  – длина веревки в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м / с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см?

Ответ выразите в м/с.



*Решение.* Согласно условию задачи выполняется неравенство  $P \geq 0$  или

$m(u^2 : L - g) \geq 0$  С учетом того, что  $g = 10 \text{ м / с}^2$ ,  $L = 0,4 \text{ м}$  и  $m > 0$  неравенство примет вид  $u^2 : 0,4 - 10 \geq 0$  или  $u^2 \geq 4$

Так как из физического смысла задачи следует условие  $u > 0$ , то неравенство примет вид  $u \geq 2$ . Наименьшее решение неравенства  $u = 2 \text{ (м/с)}$ .

*Ответ:* 2.

# Задача. Эффект Доплера.

7.2.1.(прототип 27971) Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 400$  Гц.

Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз.

Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от

скорости тепловоза по закону  $f(u) = f_0 : (1 - u:c)$  (Гц)

где  $c$  – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе,

различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. О

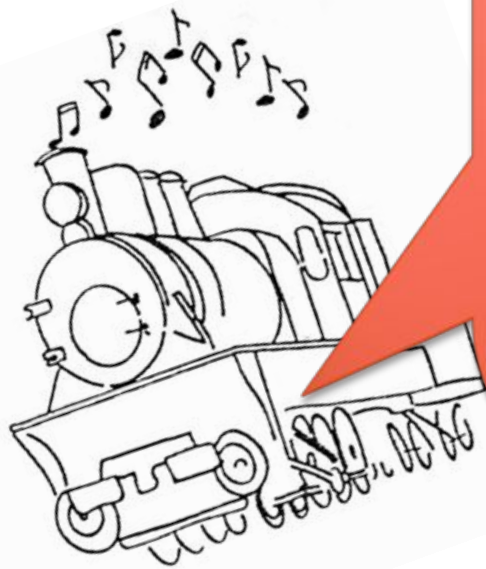
лите, с какой минимальной скоростью

приближался к платформе тепловоз, если

человек смог различить сигналы,

а

$c = 315$  м/с. Ответ выразите в м/с



**Решение.** По условию задачи выполняется неравенство  $f(u) \geq 450$  или  $f_0 : (1 - u:c) \geq 450$ . С учетом того, что  $f_0 = 440$  Гц и  $c = 315$  м/с, неравенство примет вид  $440 : (1 - u:315) \geq 450$

Так как  $1 - u:315 > 0$ , то имеем

$$440 \geq 450(1 - u:315); 1 - u:315 \leq 44:45; u:315 \leq 1:45; u \leq 7.$$

Наименьшее решение данного неравенства  $u = 7$ . Таким образом, тепловоз приближался к платформе с минимальной скоростью 7 м/с.

**Ответ:** 7.



# Задача с линзой

7.1.1.(прототип 27970) Для получения на

экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет

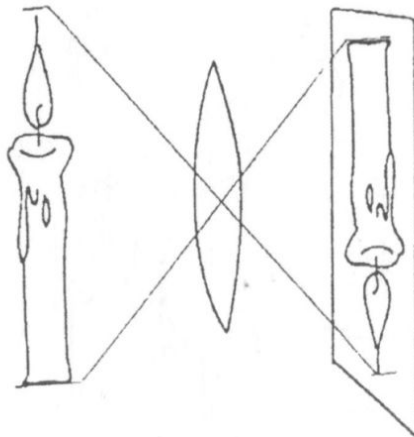
четким, если выполнено соотношение

$(1 : d_1) + (1 : d_2) = 1 : f$ . Укажите, на каком

наименьшем расстоянии от линзы можно

поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким.

Ответ выразите в сантиметрах.



*Решение.* Из формулы

$$1 : d_1 + 1 : d_2 = 1 : f$$

при  $f = 30$  выразим  $d_1$  :

$$1 : d_1 = 1 : 30 - 1 : d_2 ;$$

$$1 : ((1 : 30) - (1 : d_2)).$$

Теперь оценим величину  $d_1$ . Наименьшее расстояние  $d_1$  будет достигаться при наибольшем значении разности

Разность  $(1 : 30) - (1 : d_2)$  достигает

Наибольшего значения при наименьшем значении дроби  $1 : d_2$ . Дробь  $1 : d_2$  достигает

наименьшего значения при наибольшем значении  $d_2$ , то есть при  $d_2 = 180$ .

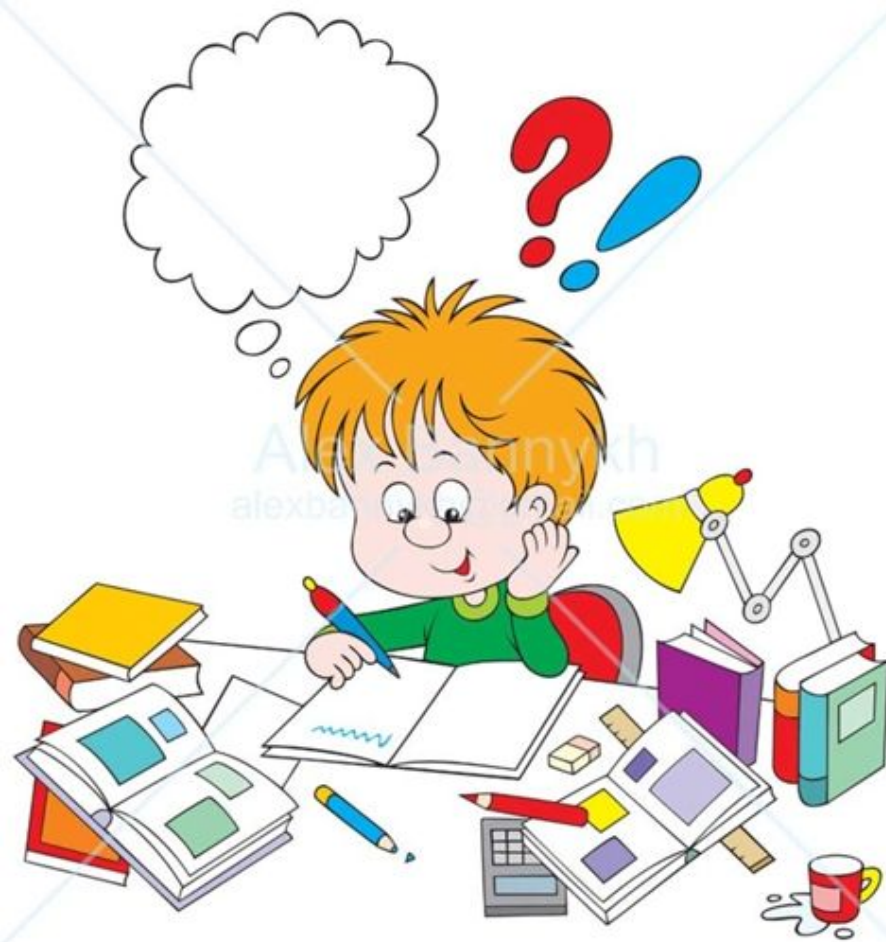
Найдем искомое значение

$$d_1 = 1 : ((1 : 30) - (1 : 180)) =$$

$$= 1 : (1 : 36) = 36 \text{ (см)}$$

*Ответ:* 36.

# Решение заданий В4 и В12 группа 2



# Алгоритм решения заданий В4 и В12, связанных с экономикой.

- 1) Прочитать задачу.
- 2) Прочитать внимательно, что нужно найти.
- 3) Подставить данные задачи в формулу и проанализировать.
- 4) Вычислить.
- 5) Записать ответ.

## Решим задачу по алгоритму.

- Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию  $Q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $Q = 255 - 15p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (тыс. руб.) при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = Qp$  составит не менее 990 тыс. руб.



# 1) Прочитаем вопрос задачи.

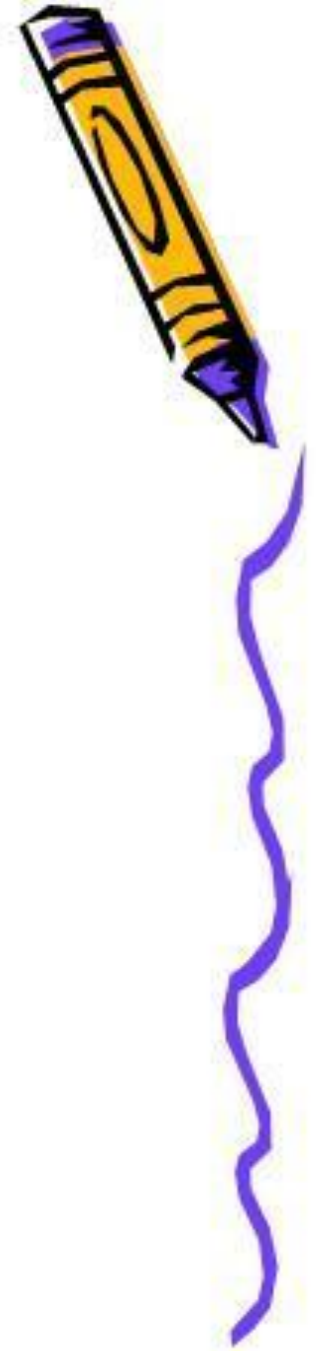
- Определите максимальный уровень цены  $p$  (тыс. руб.) при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = qp$  составит не менее 990 тыс. руб.



## 2) Подставим данные задачи в формулу и проанализируем.

- $q=255-15p$ ,  $r = qp$ ,  $r = (255-15p)p$
- По условию задачи  $p$  не должно быть меньше 990.
- Составим неравенство:

$$255p - 15p^2 = 990$$



### 3) Вычислим.

- Решим квадратное неравенство:  $p$  принадлежит отрезку  $[6;11]$  ; выберем наибольший корень  $p=11$ .
- Значит максимальный уровень цены равен 11 тыс. руб.

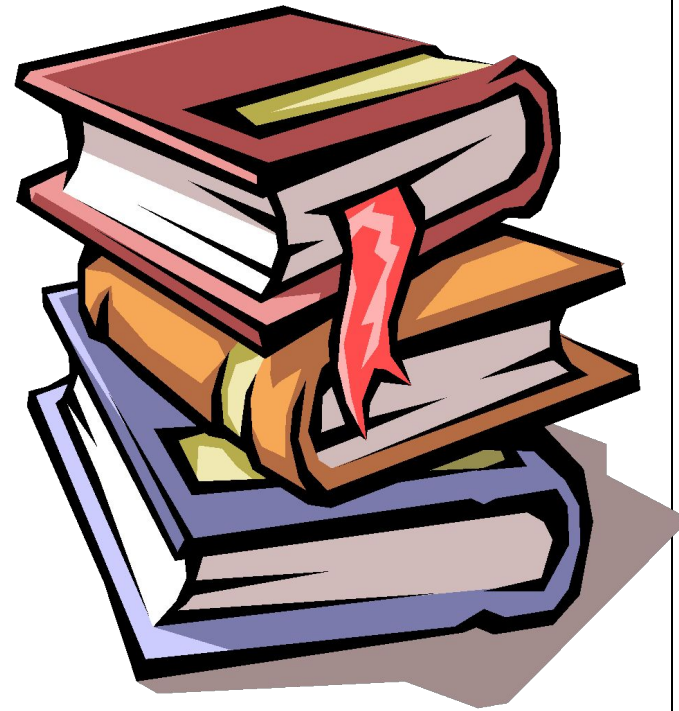
### 4) Запишем ответ.

Ответ:  $p=11$ .



# Алгоритм решения задач В4 Группа 3

- 1) Внимательно прочитать условие задачи.
- 2) Выписать все данные для каждого случая.
- 3) Посчитать.
- 4) Выбрать оптимальный из 2 (3) вариантов
- 5) Записать готовый ответ в требуемых единицах измерения.





# Пример решения задачи В4

В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси.

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	12 руб.
2	Бесплатно	10 мин. 200 руб.	18 руб.
3	120 руб.	15 мин. 300 руб.	15 руб.



Если поездка длится дольше, чем продолжительность минимальной поездки.

Нужно выбрать фирму, в которой поездка длительностью 60 минут будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

3) Первая фирма – 920 руб. Вторая фирма – 1100 руб. Третья фирма – 1095 руб.

4) Оптимальный вариант – стоимость проезда у первой фирмы.

5) Ответ: 920 руб.



## Задача В4



Интернет-провайдеры (компании, оказывающие услуги по подключению к сети Интернет) предлагают клиентам выбрать вариант подключения (выгодный тарифный план). Какую компанию выберут себе три постоянных клиента?

Для решения проблемы подготовлен кейс, в котором предложены информация о Интернет-провайдерах, информация о постоянных клиентах и их требованиях к тарифным планам Интернет-провайдеров. Учащиеся должны ознакомиться с предложенной информацией и, опираясь на нее, выбрать наиболее подходящего Интернет-провайдера для клиента и обосновать свой выбор.

# Интернет-провайдеры.

## **Интернет провайдер-I**

Интернет-провайдер-I (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает тарифный План"0".  
Абонентская плата 0,00руб. Плата за 1 Мб трафика составляет 2,5 руб.

## **Интернет провайдер-II**

Интернет-провайдер-II (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает тарифный План"500".  
Абонентская плата 850 р. за 500 Мб трафика в месяц.  
Плата за 1 Мб трафика составляет 2 руб сверх 500 Мб.

## **Интернет провайдер-III**

Интернет-провайдер-III (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает тарифный План"800".  
Абонентская плата 1100 р. за 800 Мб трафика в месяц.  
Плата за 1 Мб трафика составляет 1,5 руб сверх 800 Мб



# Клиенты.

---

## **Иванов С.В.**

Клиент использует компьютер только для дома и планирует, что его трафик составит 700 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план.



## **Петров А.Ф.**

Клиент обучается в ВУЗе и планирует, что его трафик составит 900 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план



## **Сидоров Р.Т.**

Клиент занимается бизнесом и планирует, что его трафик составит 1000 Мб и, Исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план.



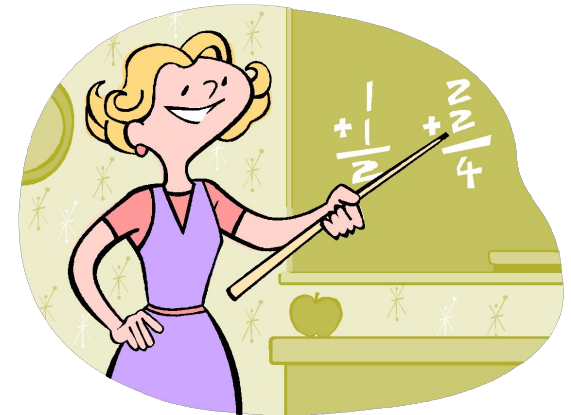
# Решение.

3) Иванов С.В.

Интернет-провайдер-I:  $2.5 \times 700 = 1750$  руб.

Интернет-провайдер-II:  $850 + 200 \times 2 = 1250$  руб.

Интернет-провайдер-III: 1100 руб.



Петров А.Ф

Интернет-провайдер-I:  $2.5 \times 900 = 2250$  руб.

Интернет-провайдер-II:  $850 + 400 \times 2 = 1650$  руб.

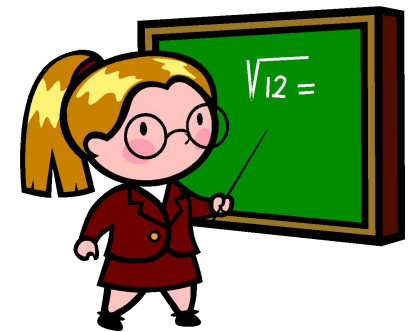
Интернет-провайдер-III:  $1100 + 150 = 1250$  руб.

Сидоров Р.Т.

Интернет-провайдер-I:  $2.5 \times 1000 = 2500$  руб.

Интернет-провайдер-II:  $850 + 500 \times 2 = 1850$  руб.

Интернет-провайдер-III:  $1100 + 200 \times 1.5 = 1400$  руб.



4) Оптимальный вариант для всех клиентов – Интернет-провайдер-III

**Цель полезного использования нашего кейса: разработать рекомендации к системе подготовки решения задач и убедить Дашу в преимуществах выбранной методики.**

1. Познакомиться с задачами типа В4 и В12.

В Интернете сайты : [алекс ларин.нет](http://aleks.larin.net), [reshu EГЭ](http://reshu-ege.ru), прототипы заданий В4 и В12.

2. Решить 3-4 задачи каждого типа. Проверить алгоритмы решения заданий.

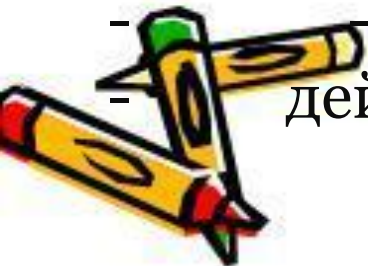
3. Выделить задачи –исключения .

4. Создать собственный алгоритм для решения задач.



## *Итоги урока :*

1. Разработаны алгоритмы к решению задач типа В4, В12.
2. Подготовлены презентации по группам.
3. Разработаны рекомендации к системе подготовки решения заданий В4, В12.
4. При работе с кейсом развивались УУД (универсальные учебные действия ) учащихся:
  - Умение работать с текстом
  - Освоение метода анализа
  - Усвоение новой информации
  - Создание авторского продукта
  - Коммуникативные навыки
  - Появление опыта принятия решений, действий в новой ситуации, решения проблем.



# Эффективность кейс метода

- 1) развитие навыков структурирования информации и идентификации проблем;
- 2) освоение технологий выработки управленческих решений различного типа (стратегических, тактических);
- 3) актуализация и критическое оценивание накопленного опыта в практике принятия решений;
- 4) эффективная коммуникация в процессе коллективного поиска и обоснования решения;
- 5) разрушение стереотипов и штампов в организации поиска верного решения;
- 6) развитие системного, концептуального знания;
- 7) повышение мотивации на расширение базы теоретического знания для решения прикладных задач.





# Спасибо за внимание!

Над презентацией работали  
учащиеся 10 класса гимназии №35 г.о.  
Тольятти Самарской области

