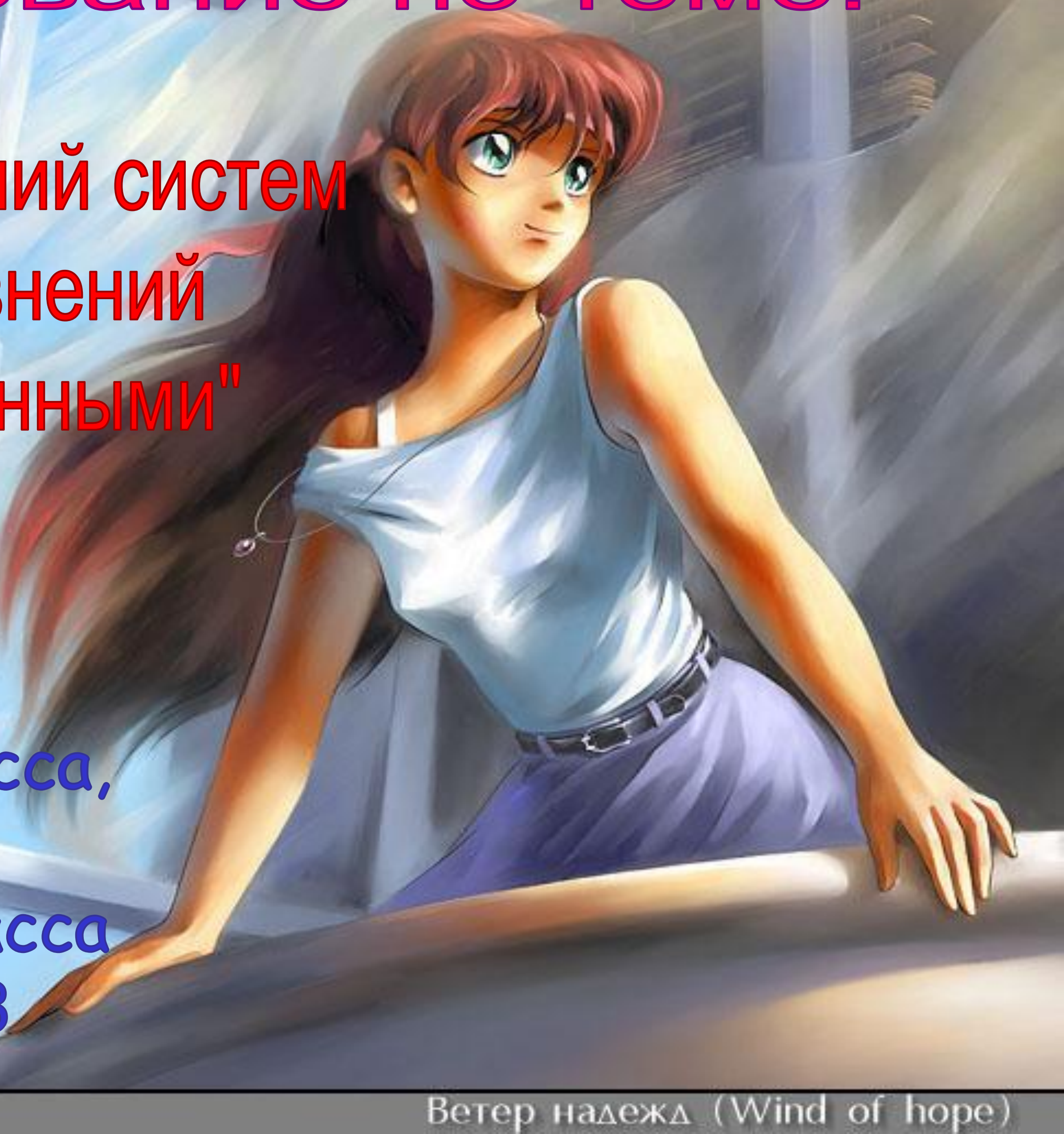
Математическое исследование по теме:

"Количество решений систем линейных уравнений с двумя переменными"

Выполнили:
Лисуненко М.,
Кашликов Д.,
учащиеся 7 В класса,
Клименко Е.,
учащаяся 11 А класса
МОУСОШ №33



Цель:

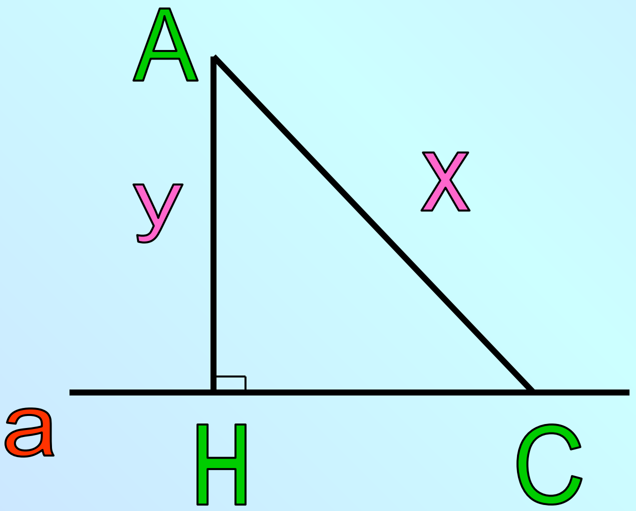
Научиться находить множество решений двух или нескольких линейных уравнений с двумя переменными. Научиться составлять такие системы по заданным условиям.

Говорят, что древнегреческие математики при доказательстве теорем часто ограничивались тем, что рисовали чертёж, сопровождая его всего лишь одним словом: «Смотри!» . Иногда так можно доказать довольно сложные формулы.

Геометрия 7 класс.

<u>№271</u>

Из точки к прямой проведены перпендикуляр и наклонная, сумма длин которых равна 17 см, а разность длин равна 1 см. Найдите расстояние от точки до прямой.



Дано: а- прямая

$A \notin a$

$AH \perp a$

АС- наклонная

АС+АН=17 см

АС-АН=1 см

Найти: АС ; АН.

Решение:

1. Обозначим АС=х; АН=у, тогда

   х+у=17,

   х-у=1.

2. Решая эти уравнения одновременно методом перебора, мы нашли решение: х=9, у=8.

Ответ: АС=9 см, АН=8 см.

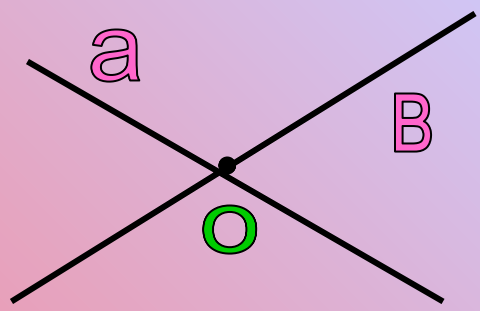
$ax+by+c=0$, $a\neq 0$, $b\neq 0$ –линейное уравнение с двумя переменными x и y.

<u>Теорема.</u>

Графиком любого линейного уравнения $ax+by+c=0$ является прямая.

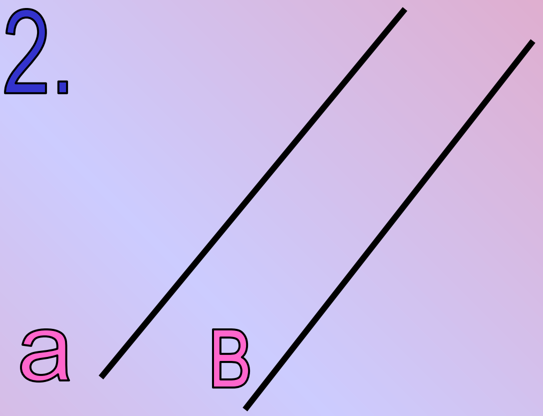
Взаимное расположение прямых на плоскости:

1.



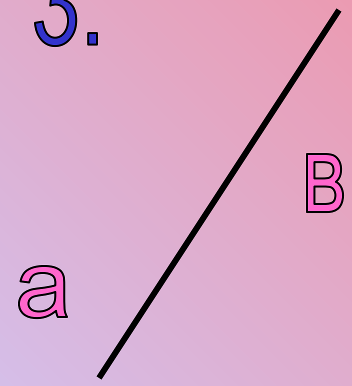
$а \cap в = о$

2.



$а \parallel в$

3.



а и в - совпадают

<u>Следовательно,</u> системы двух линейных уравнений с двумя переменными могут иметь:

1. Единственное решение.

2. Не иметь решений.

3. Иметь бесконечно много решений.

$$\begin{cases} a_1 x + в_1 y = c_1 \\ a_2 x + в_2 y = c_2 \end{cases}$$

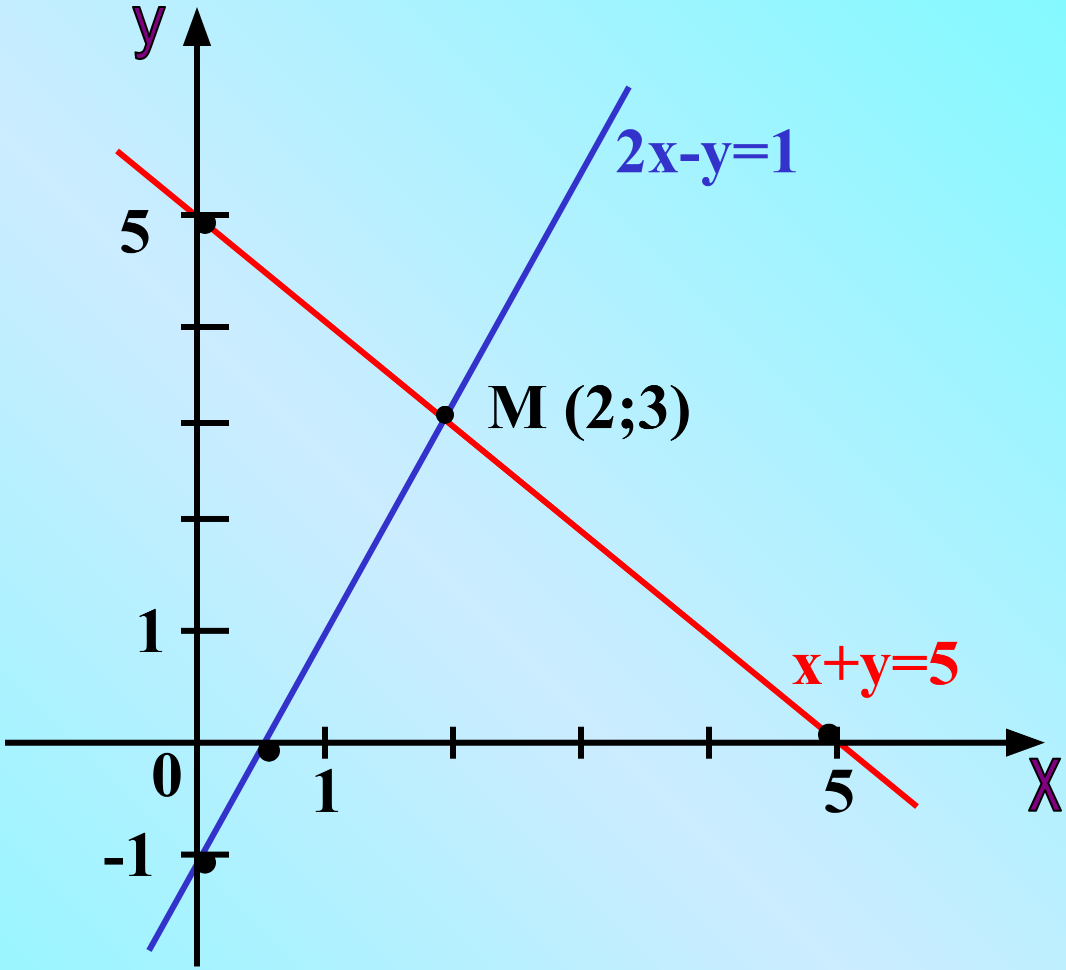
1. **Если** $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{в_1}{в_2}$ **, то система имеет единственное решение.**

2. **Если** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{в_1}{в_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ **, то система несовместна (решений нет)**

3. **Если** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{в_1}{в_2} = \frac{c_1}{c_2}$ **, система неопределенна (имеет бесконечно много решений)**

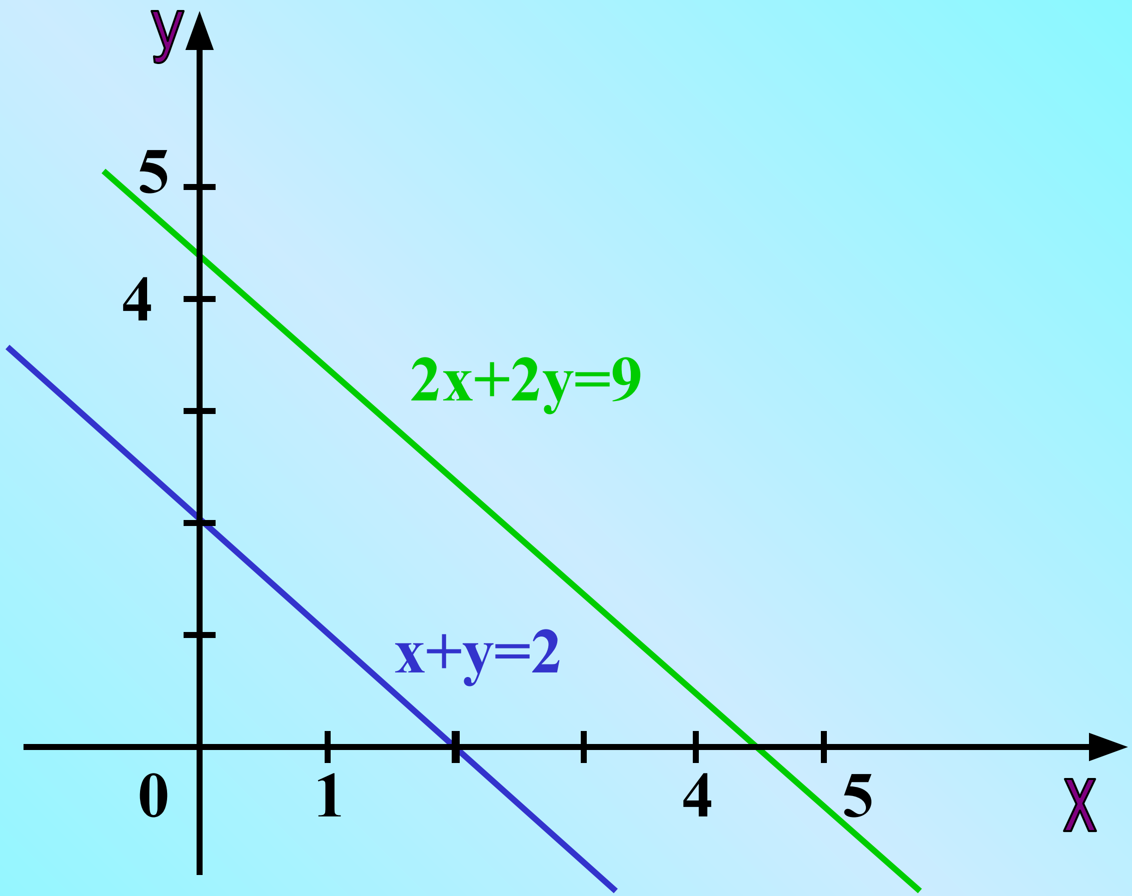
Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, имеющую единственное решение.

$$\begin{cases} x+y=5, & (0;5);(5;0). \\ 2x+y=1. & (0;-1);(0{,}5;0). \end{cases}$$



Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, которая несовместна:

$$\begin{cases} 2x+2y=9, & (0;\ 4{,}5);\ (4{,}5;\ 0) \\ x+y=2. & (0;\ 2);\ (2;\ 0) \end{cases}$$

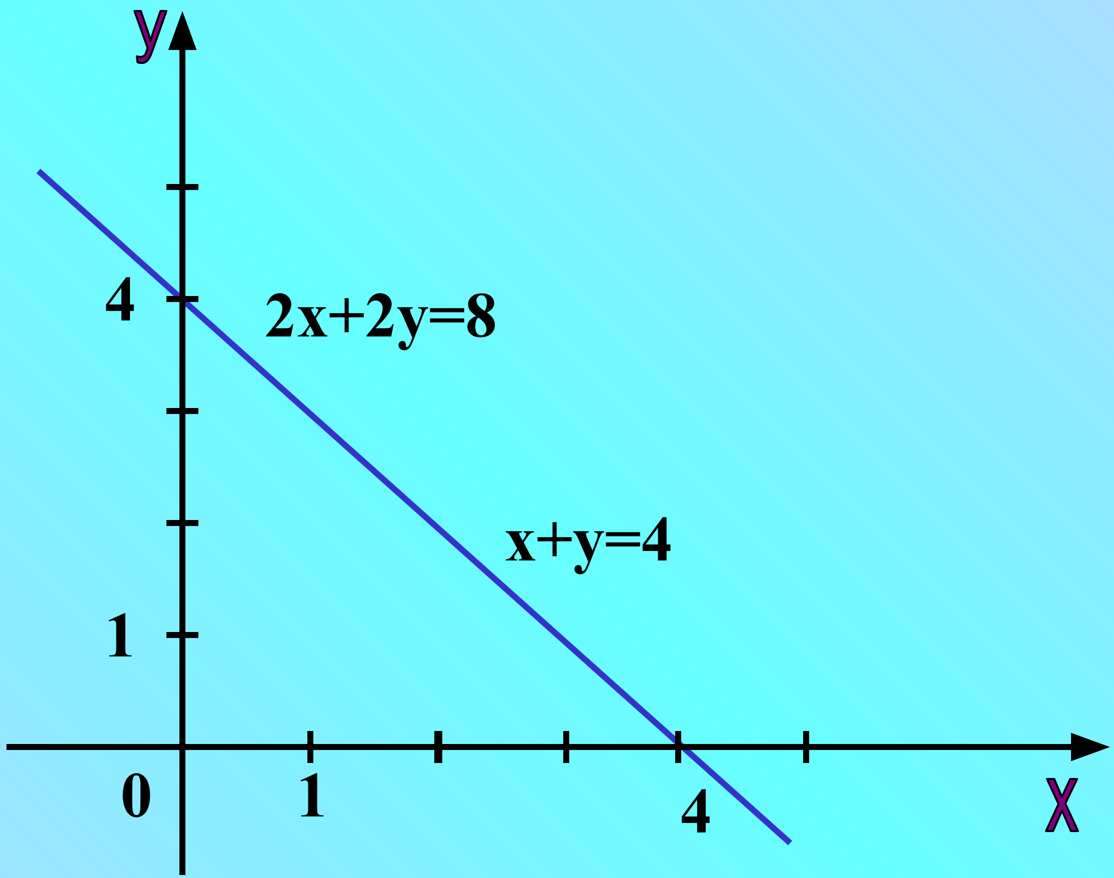


Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, которая неопределенна:

$$\begin{cases} 2x+2y=8, \\ x+y=4. \end{cases}$$

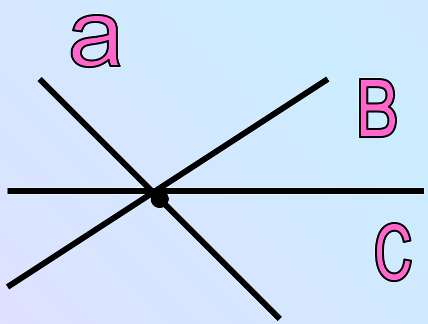
(0; 4); (4; 0)

(0; 4); (4; 0)

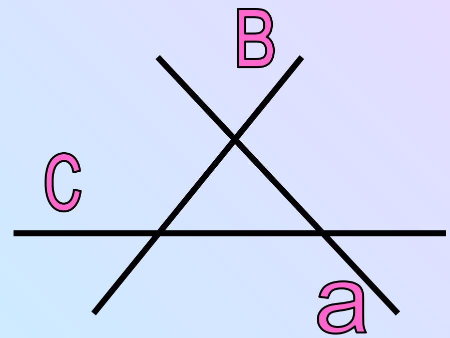


Взаимное расположение трёх прямых:

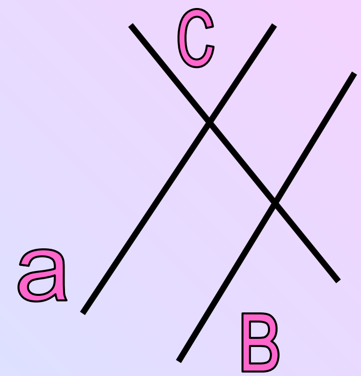
1.



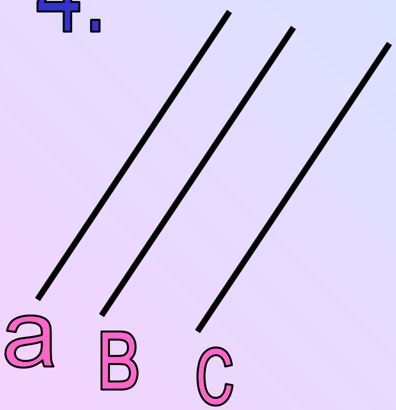
2.



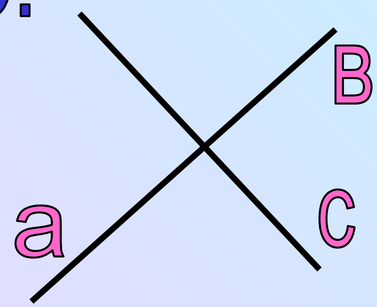
3.



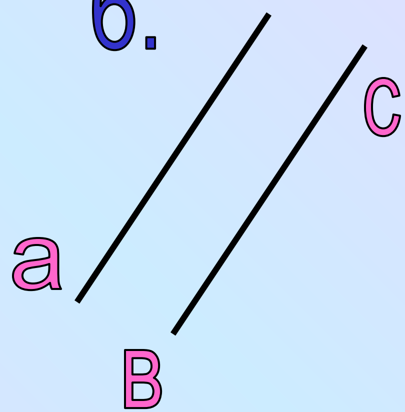
4.



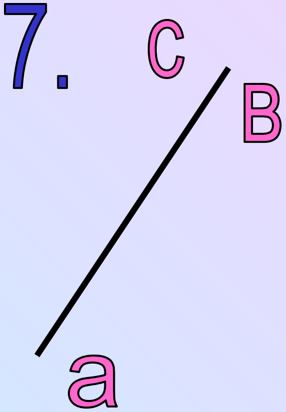
5.

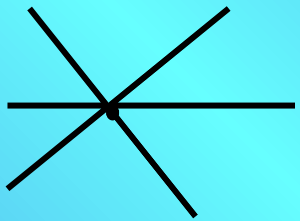


6.

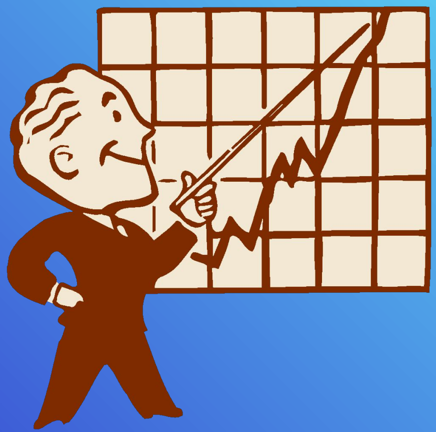


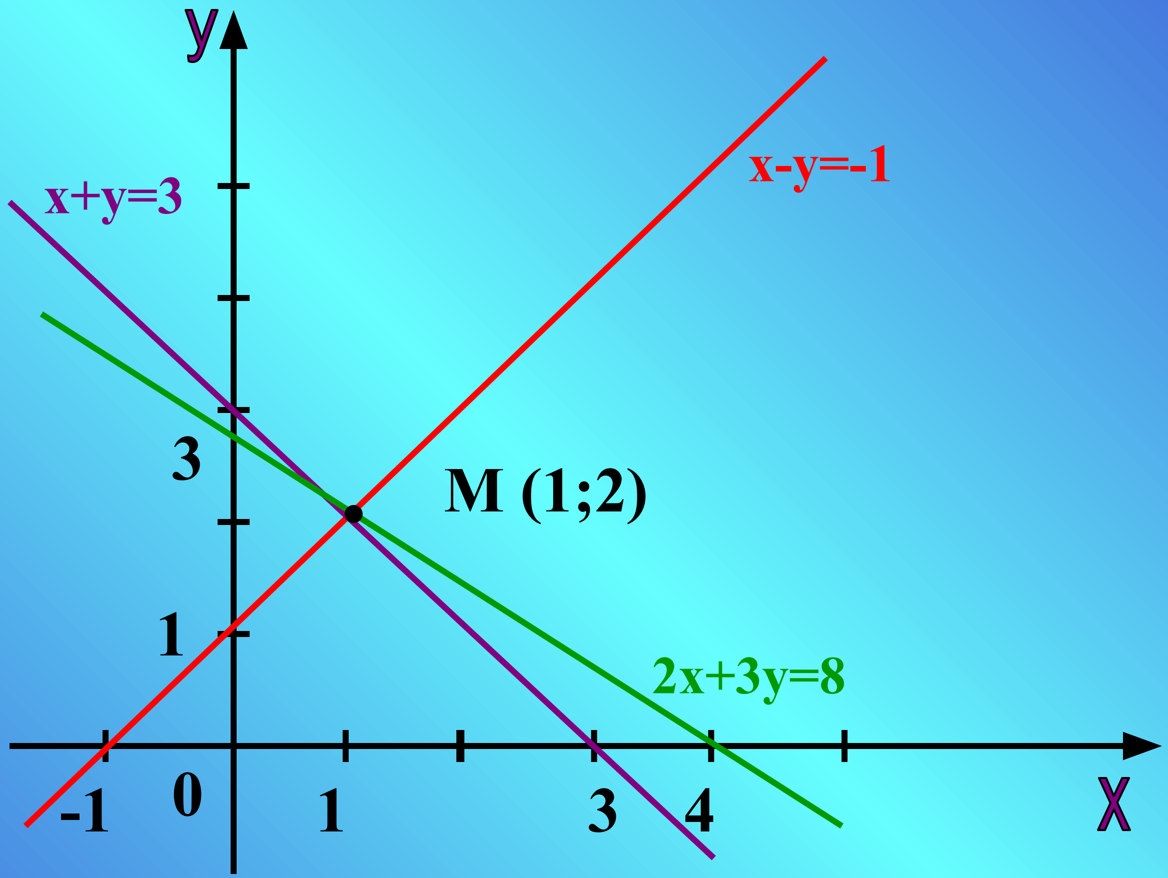
7.



1. 

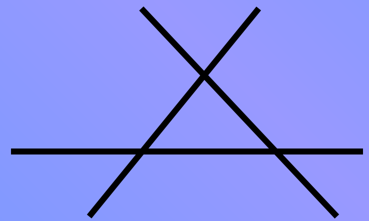
$$\begin{cases} 2x+3y=8, & (4;\ 0);\ (-0{,}5;\ 3); \\ x+y=3, & (0;\ 3);\ (3;\ 0); \\ x-y=-1. & (0;\ 1);\ (-1;\ 0). \end{cases}$$



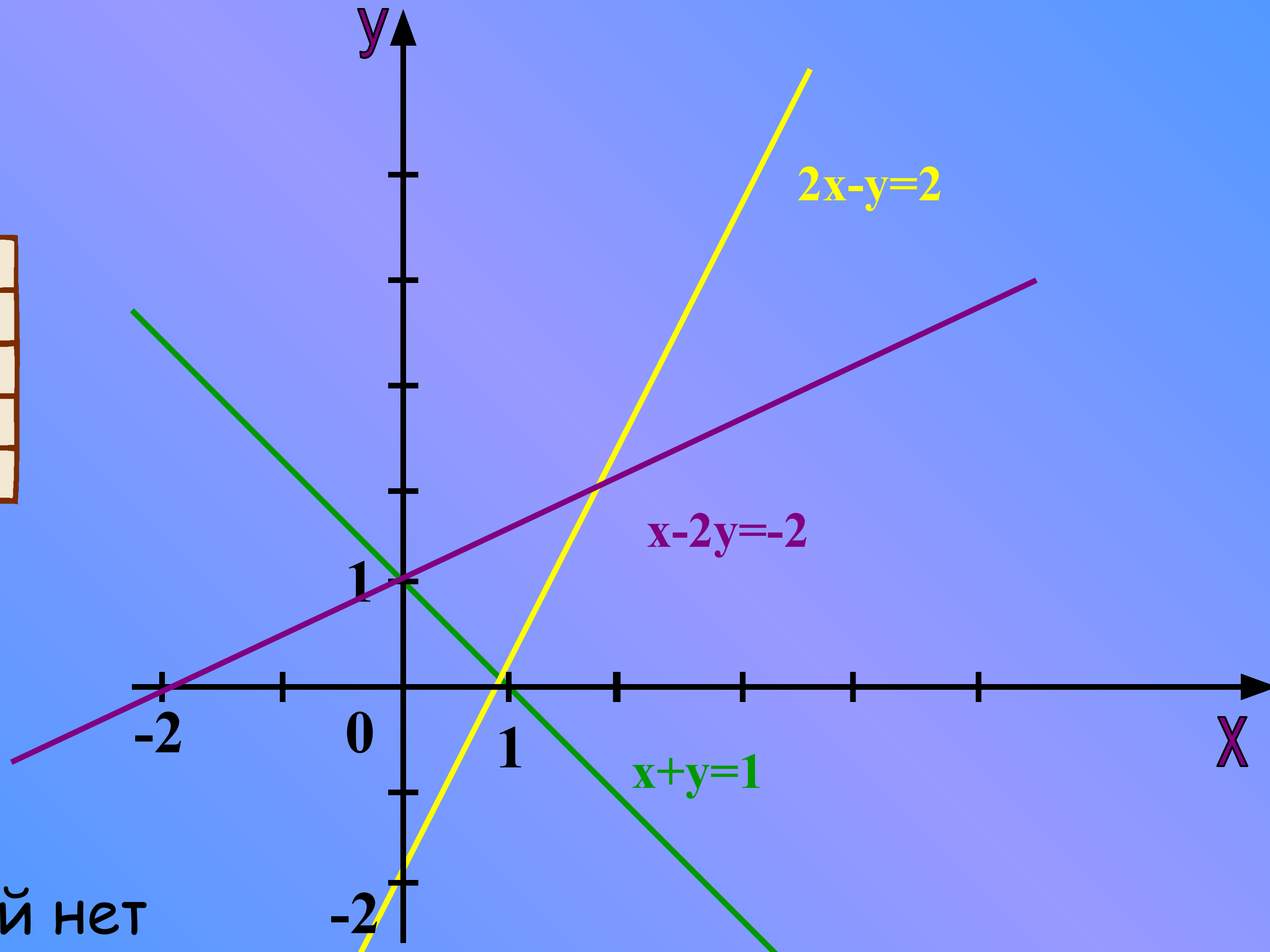


Ответ: (1; 2).

2.

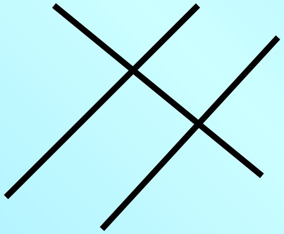


$$\begin{cases} x+y=1, & (1;\ 0);\ (0;\ 1); \\ 2x-y=2, & (1;\ 0);\ (0;\ -2); \\ x-2y=-2. & (-2;\ 0);\ (0;\ 1). \end{cases}$$

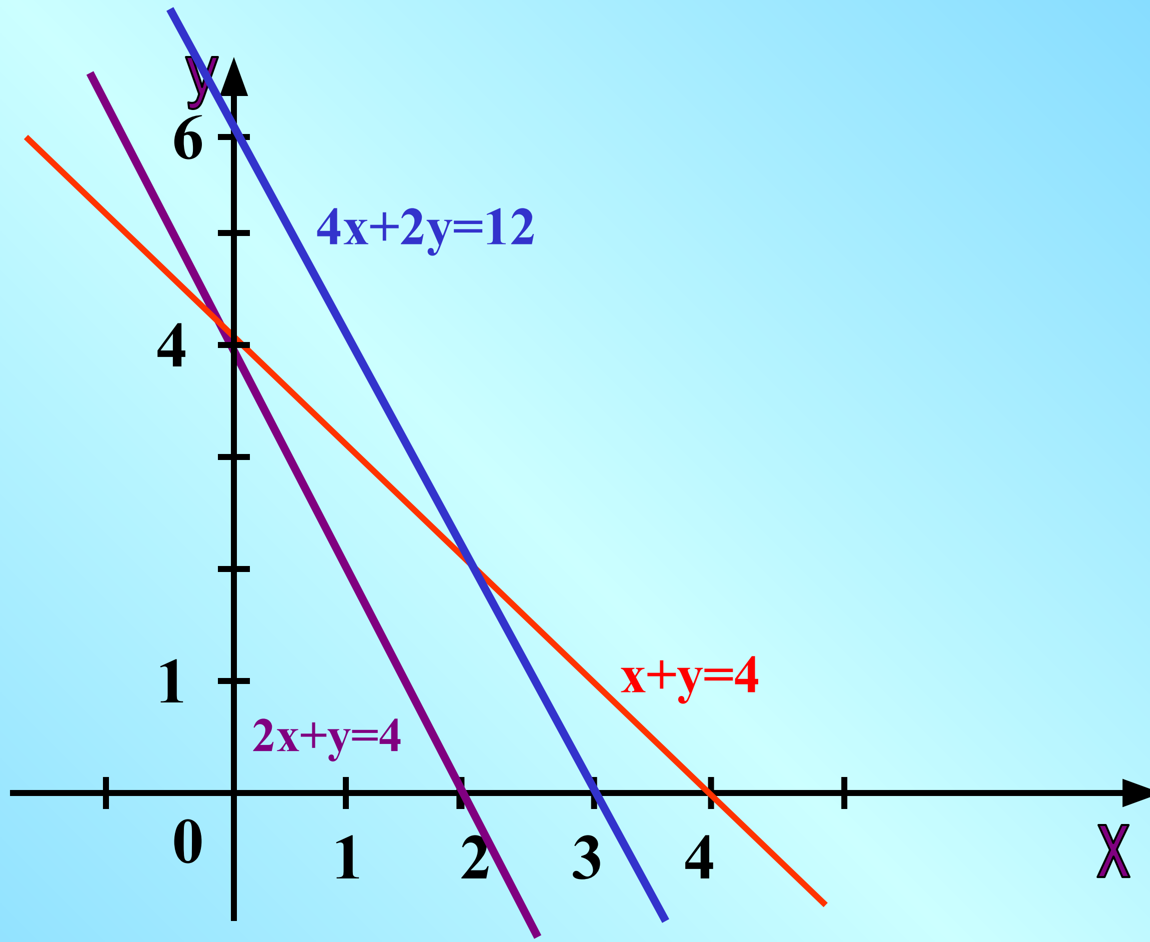


Ответ: решений нет

3.

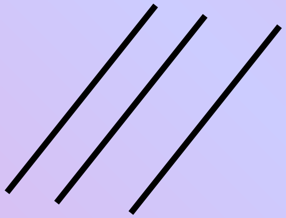


$$\begin{cases} 2x+y=4, & (2;\ 0);\ (0;\ 4); \\ 4x+2y=12, & (3;\ 0);\ (0;\ 6); \\ x+y=4. & (4;\ 0);\ (0;\ 4). \end{cases}$$

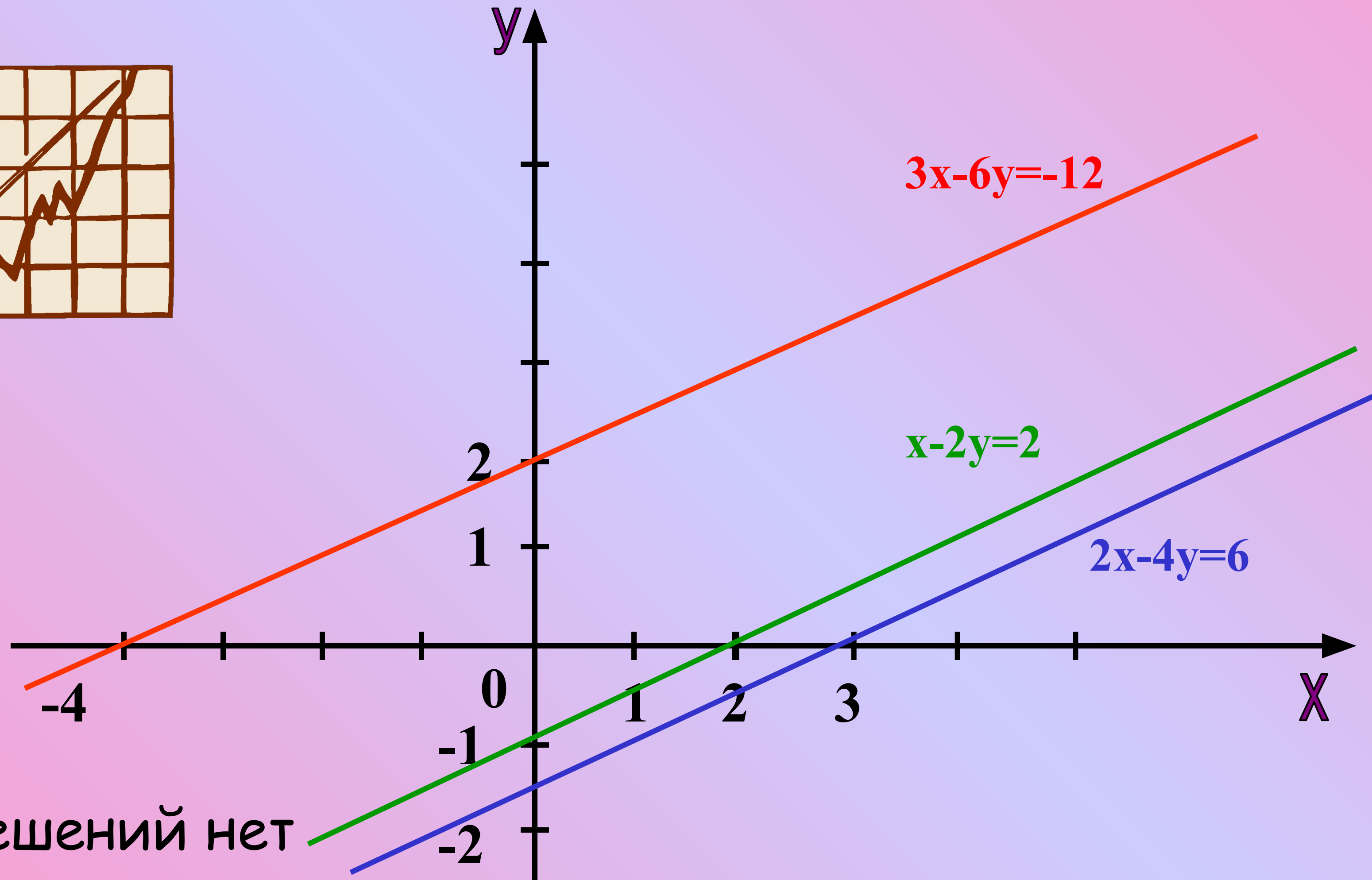


Ответ: решений нет

4.

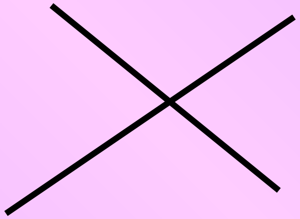


$$\begin{cases} x-2y=2, & (0;\ -1);\ (2;\ 0); \\ 2x-4y=6, & (0;\ -1{,}5);\ (3;\ 0); \\ 3x-6y=-12. & (-4;\ 0);\ (0;\ 2). \end{cases}$$

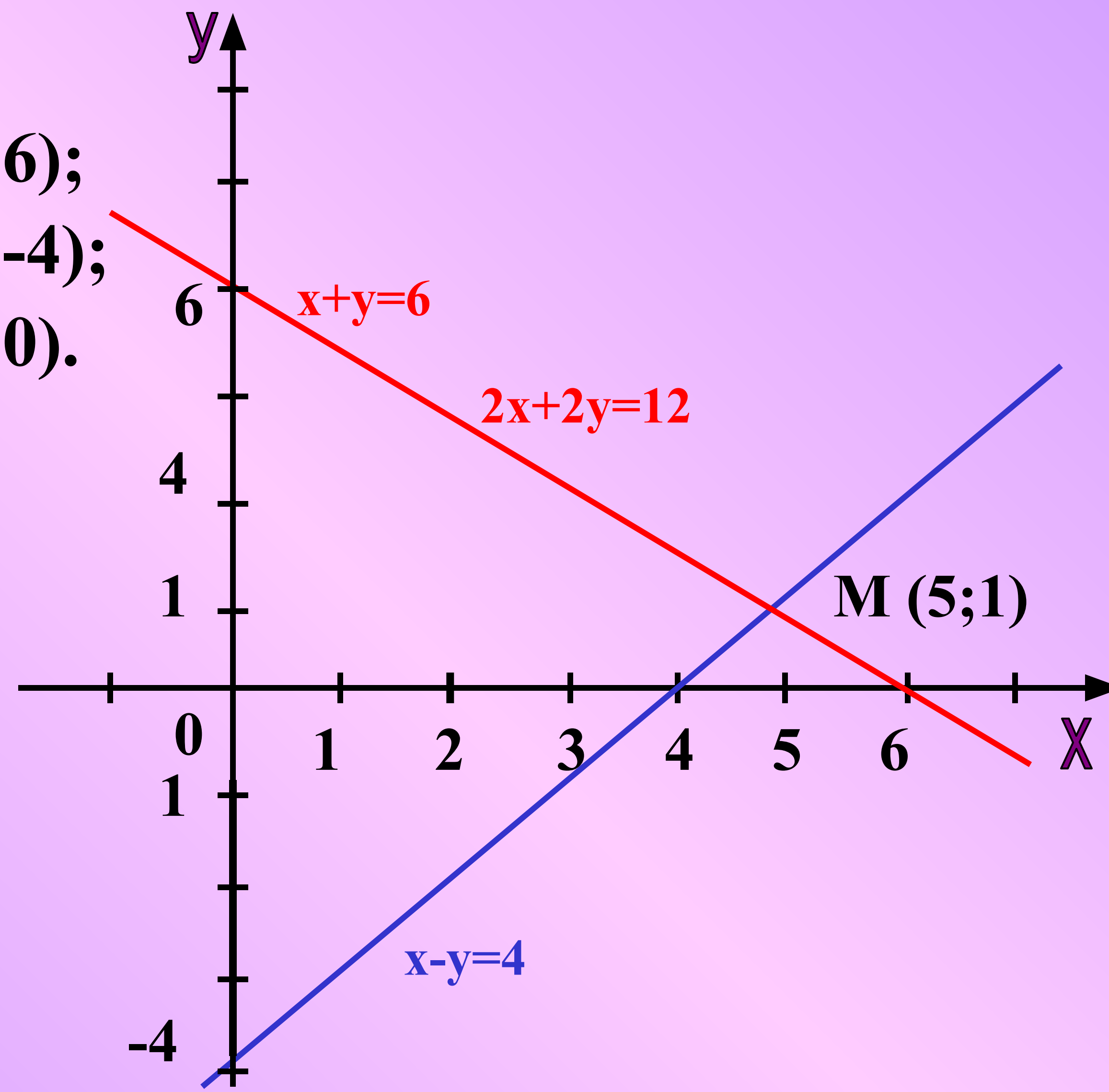


Ответ: решений нет

5.

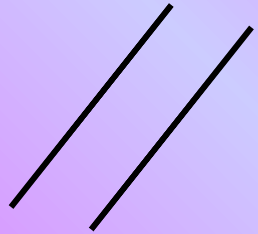


$$\begin{cases} x+y=6, & (6;\ 0);\ (0;\ 6); \\ x-y=4, & (4;\ 0);\ (0;\ -4); \\ 2x+2y=12. & (0;\ 6);\ (6;\ 0). \end{cases}$$

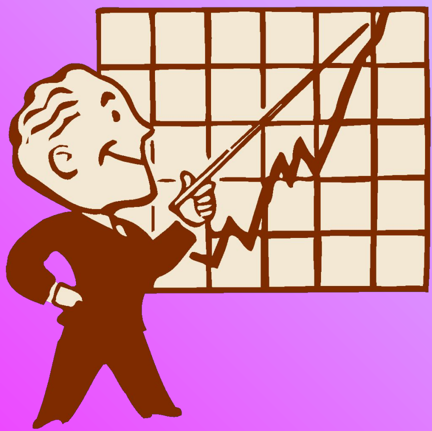


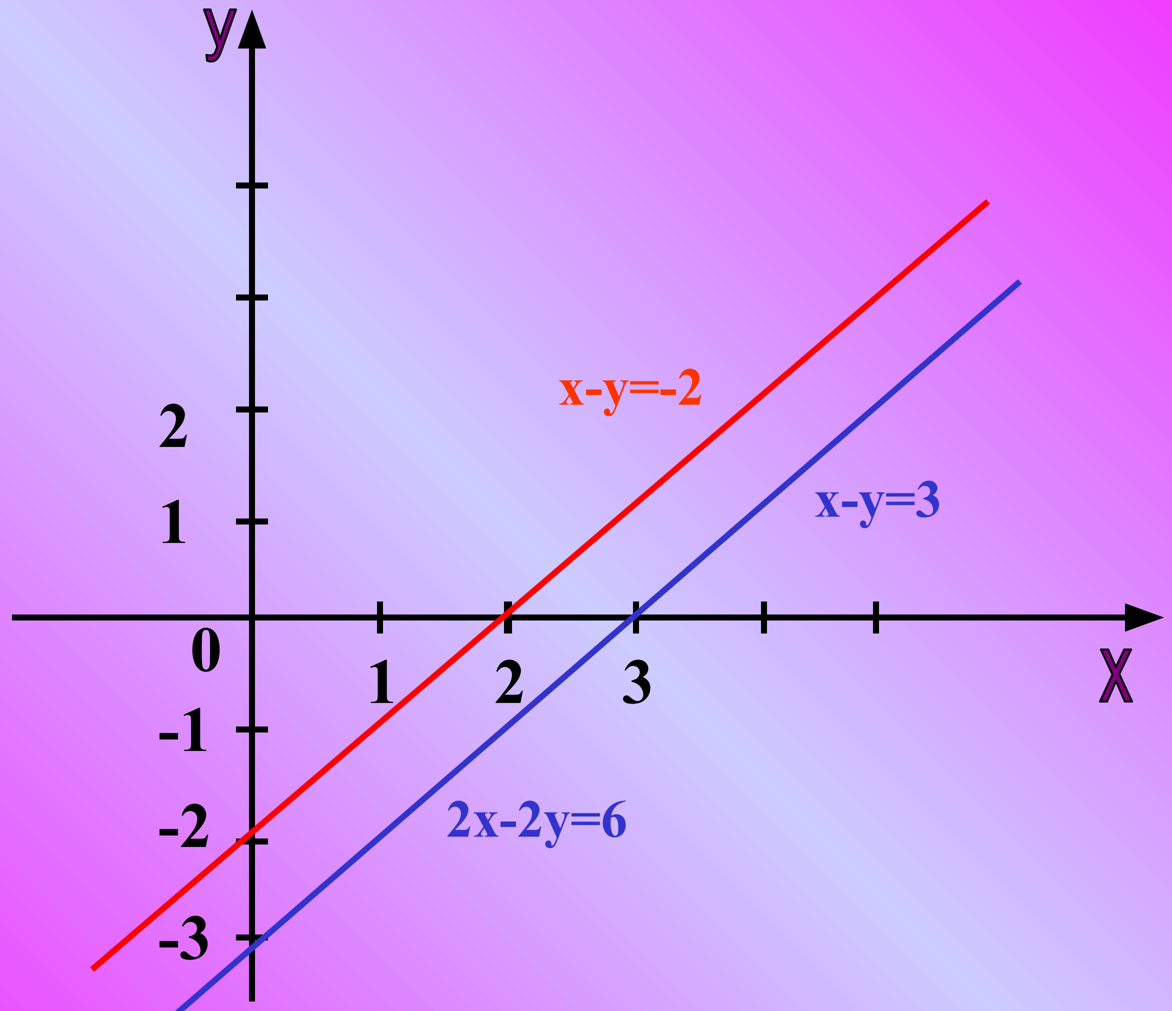
Ответ: (5; 1).

6.



$$\begin{cases} x-y=3, & (0;\ -3);\ (3;\ 0); \\ x-y=-2, & (0;\ 2);\ (-2;\ 0); \\ 2x-2y=6. & (0;\ -3);\ (3;\ 0). \end{cases}$$

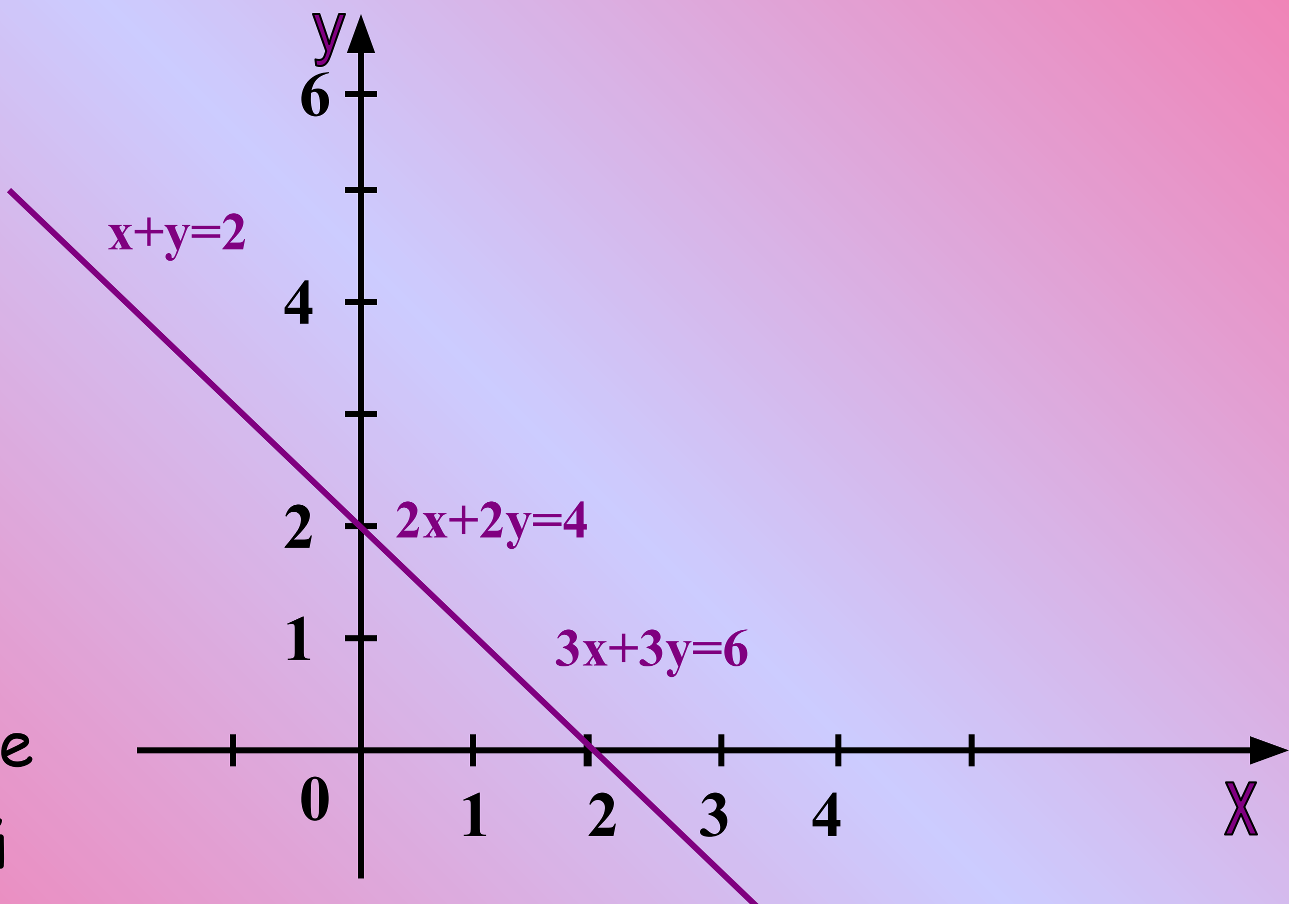




Ответ: решений нет

7.

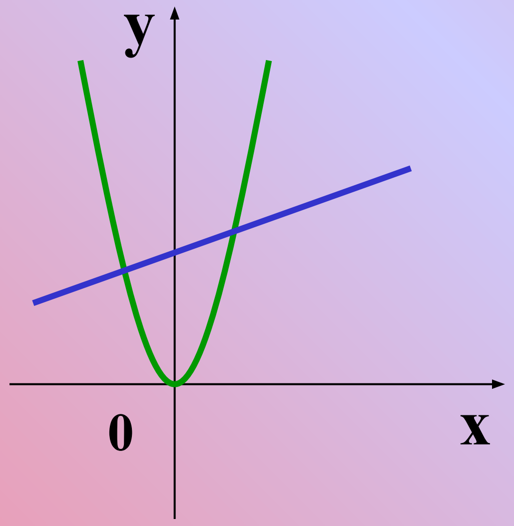
$$\begin{cases} x+y=2, & (0;\ 2);\ (2;\ 0); \\ 2x+2y=4, & (0;\ 2);\ (2;\ 0); \\ 3x+3y=6. & (0;\ 2);\ (2;\ 0). \end{cases}$$



Ответ: бесчисленное множество решений

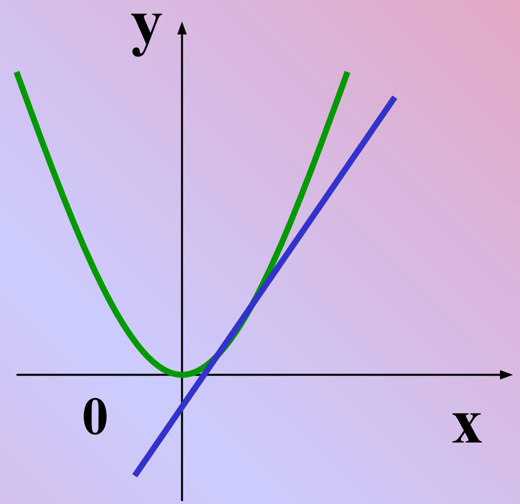
Взаимное расположение прямой и параболы:

1.



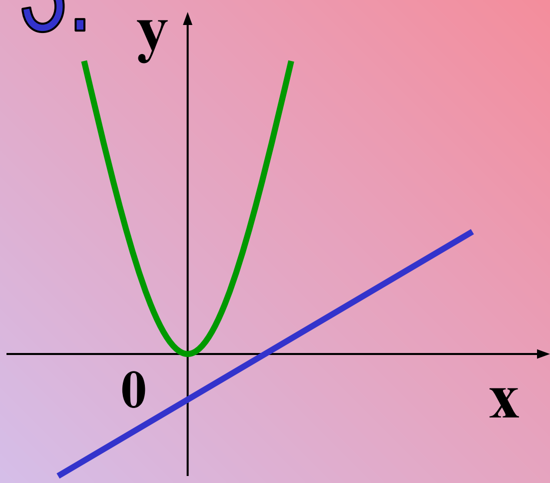
Две общие точки

2.



Одна общая точка

3.



Общих точек нет

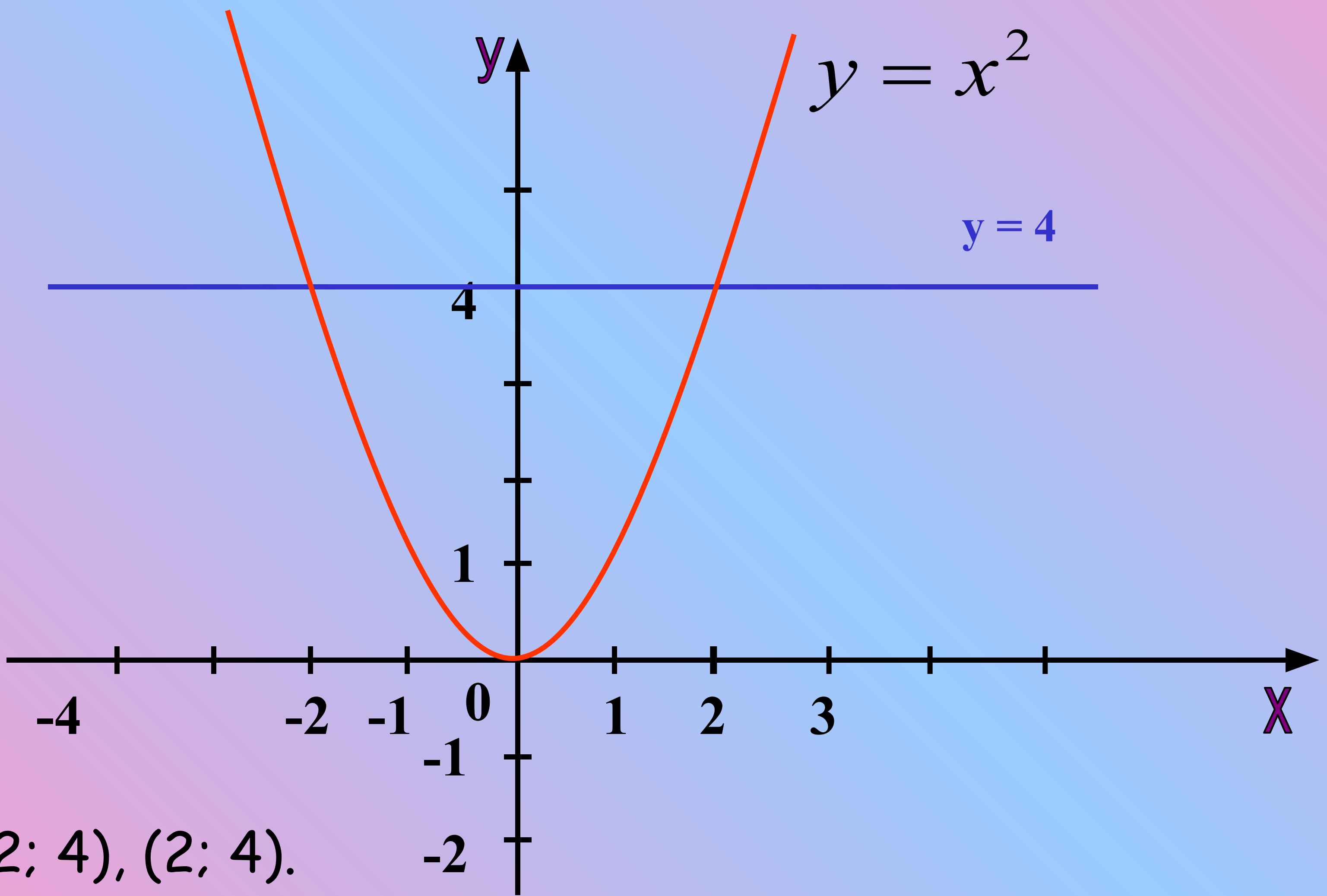
Следовательно, система вида:

$$\begin{cases} ax+by=c, \\ y = x^2. \end{cases}$$

может иметь:

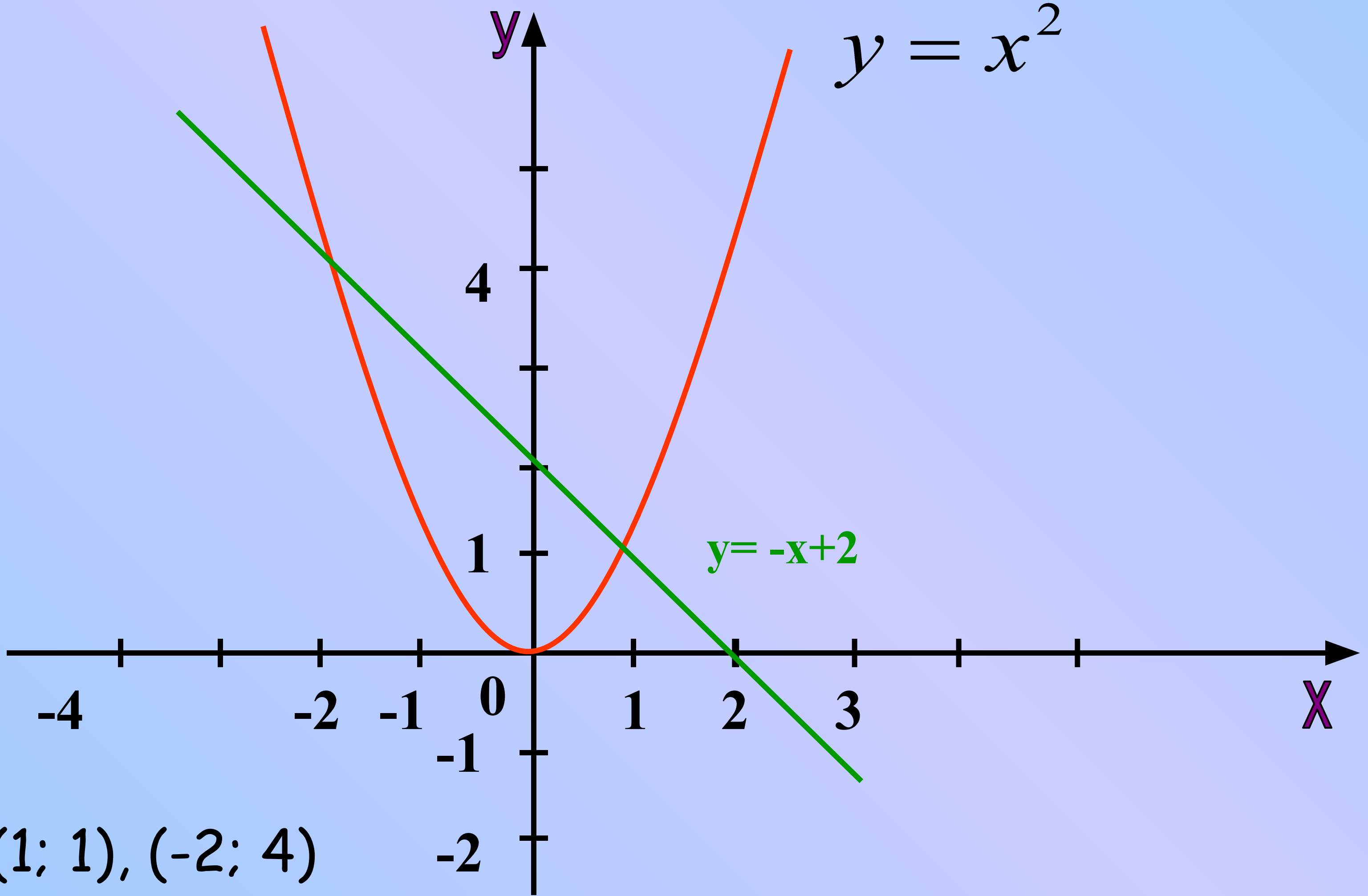
1. Два решения.
2. Одно решение.
3. Не иметь решений.

1. $\begin{cases} y = x^2, \\ \mathbf{y = 4.} \end{cases}$



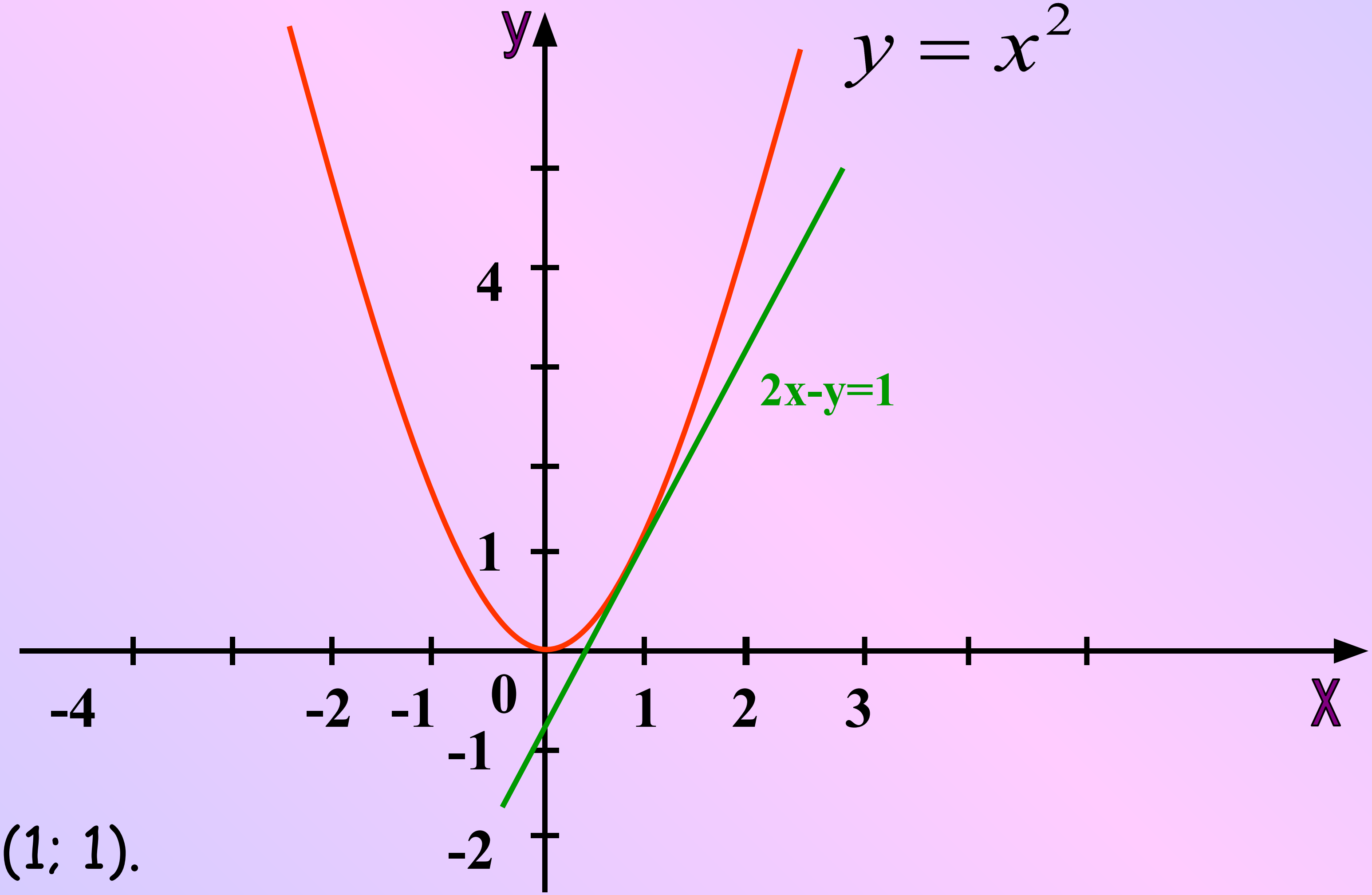
Ответ: (-2; 4), (2; 4).

2. $\begin{cases} y = x^2, \\ y = -x+2 . \end{cases}$ (0; 2); (2; 0).



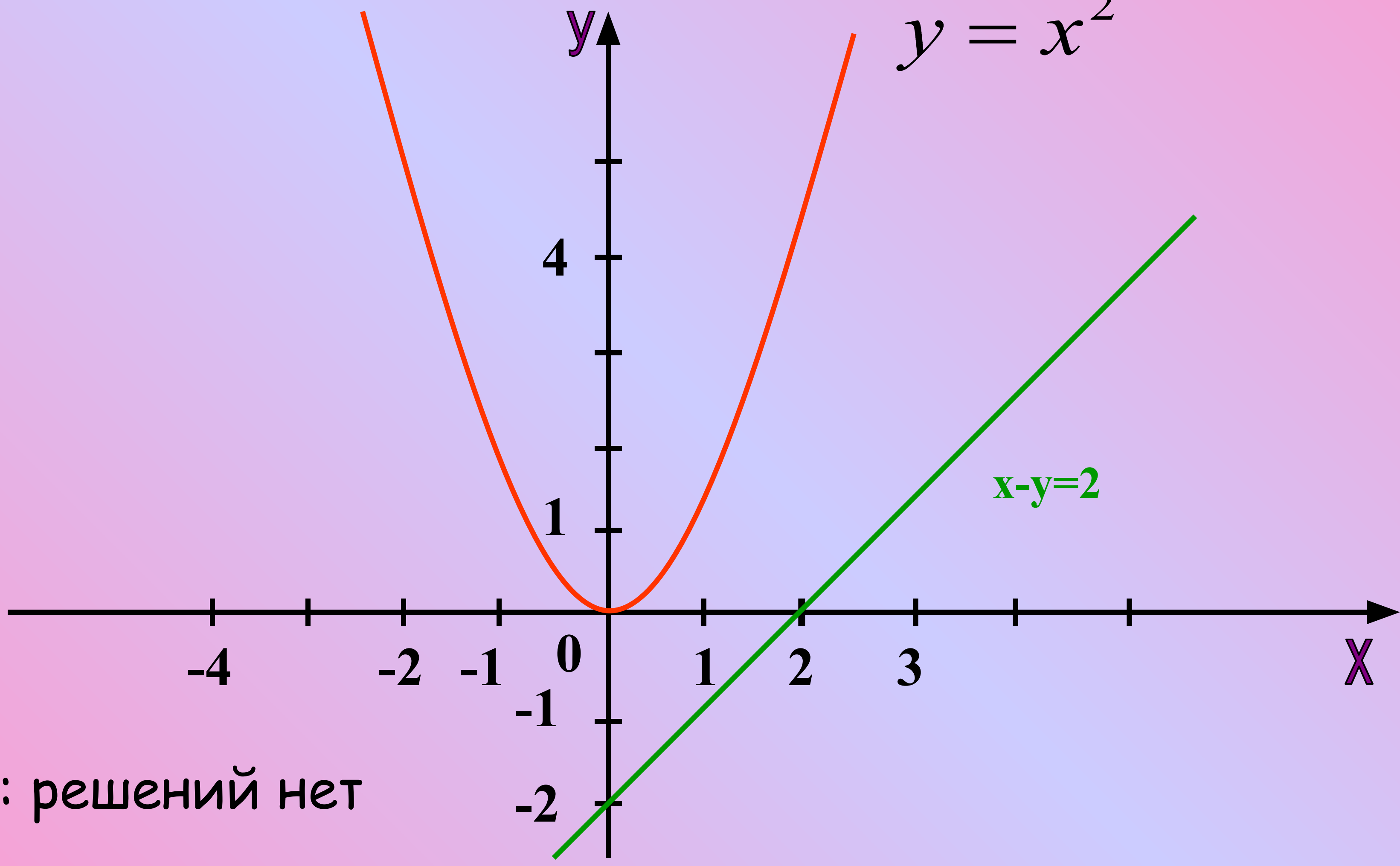
Ответ: (1; 1), (-2; 4)

3. $\begin{cases} y = x^2, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$ (0; -1); (0,5; 0).



Ответ: (1; 1).

4. $\begin{cases} y = x^2, \\ \mathbf{x - y = 2.} \end{cases}$ **(0; -2); (2; 0).**



Ответ: решений нет