



# Математическое исследование по теме:

"Количество решений систем  
линейных уравнений  
с двумя переменными"

Выполнили:  
Лисуненко М.,  
Кашликов Д.,  
учащиеся 7 В класса,  
Клименко Е.,  
учащаяся 11 А класса  
МОУСОШ №33

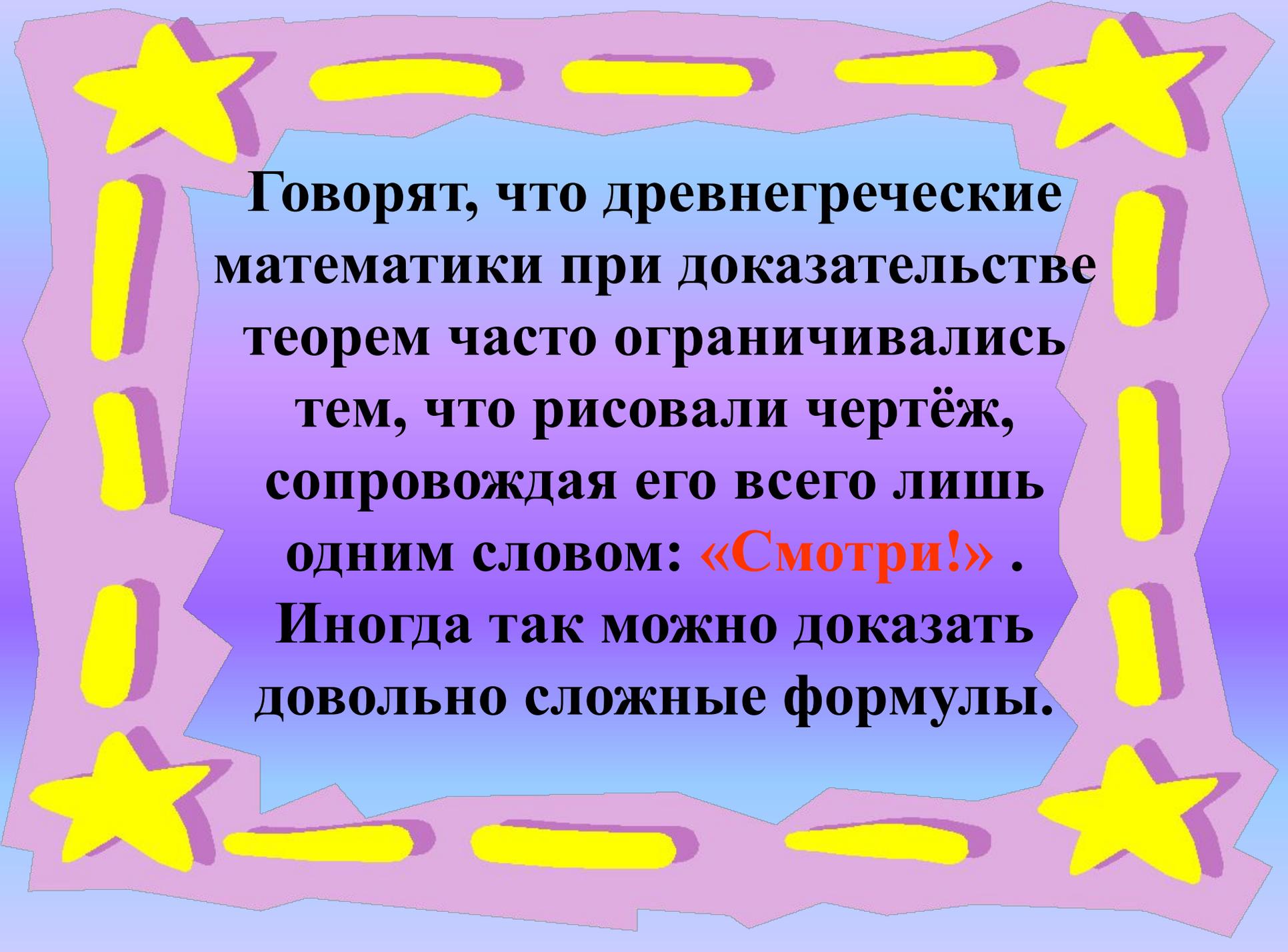


# Цель:

Научиться находить множество решений двух или нескольких линейных уравнений с двумя переменными.

Научиться составлять такие системы по заданным условиям.





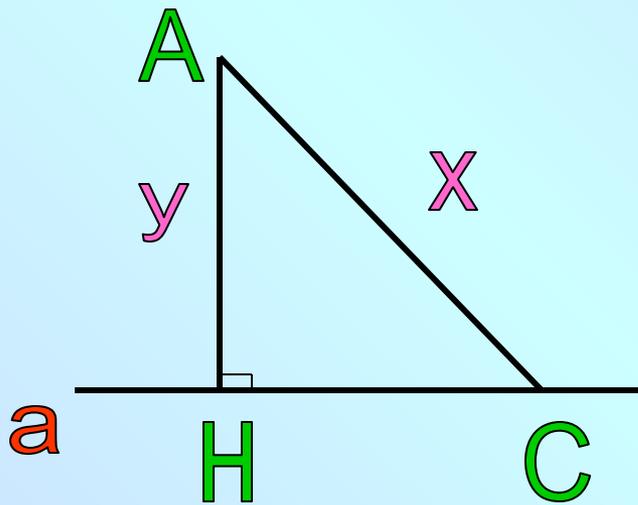
**Говорят, что древнегреческие математики при доказательстве теорем часто ограничивались тем, что рисовали чертёж, сопровождая его всего лишь одним словом: «Смотри!». Иногда так можно доказать довольно сложные формулы.**

Геометрия 7 класс.

№271

Из точки к прямой проведены перпендикуляр и наклонная, сумма длин которых равна 17 см, а разность длин равна 1 см. Найдите расстояние от точки до прямой.





Дано:  $a$  - прямая

$A \notin a$

$AH \perp a$

$AC$  - наклонная

$AC + AH = 17$  см

$AC - AH = 1$  см

---

Найти:  $AC$ ;  $AH$ .

Решение:

1. Обозначим  $AC = x$ ;  $AH = y$ , тогда

$$x + y = 17,$$

$$x - y = 1.$$

2. Решая эти уравнения одновременно методом перебора, мы нашли решение:  $x = 9$ ,  $y = 8$ .

Ответ:  $AC = 9$  см,  $AH = 8$  см.

$ax+by+c=0$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  - линейное уравнение с двумя переменными  $x$  и  $y$ .

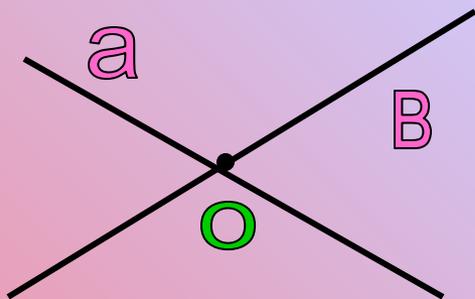
Теорема.

Графиком любого линейного уравнения

$ax+by+c=0$  является прямая.

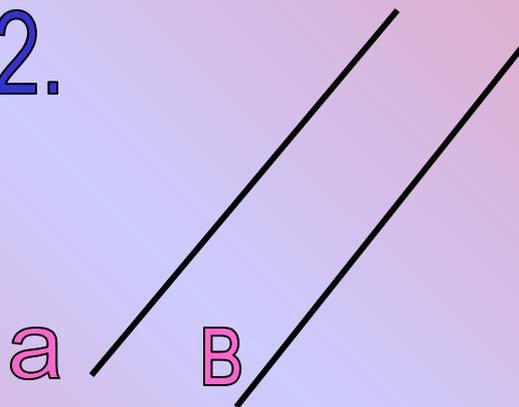
# Взаимное расположение прямых на плоскости:

1.



$$a \cap b = O$$

2.



$$a \parallel b$$

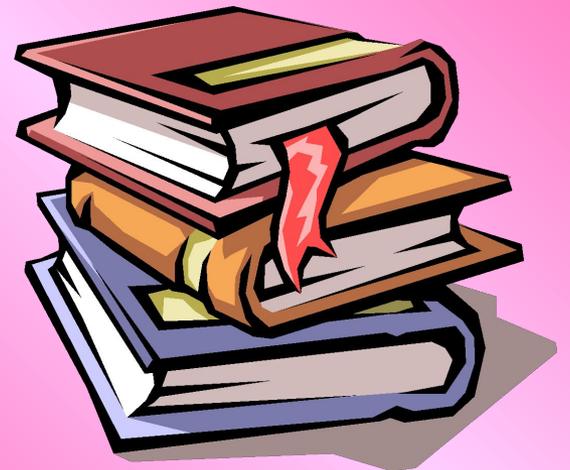
3.



$a$  и  $b$  -  
совпадают

Следовательно, системы двух линейных уравнений с двумя переменными могут иметь:

1. Единственное решение.
2. Не иметь решений.
3. Иметь бесконечно много решений.



$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

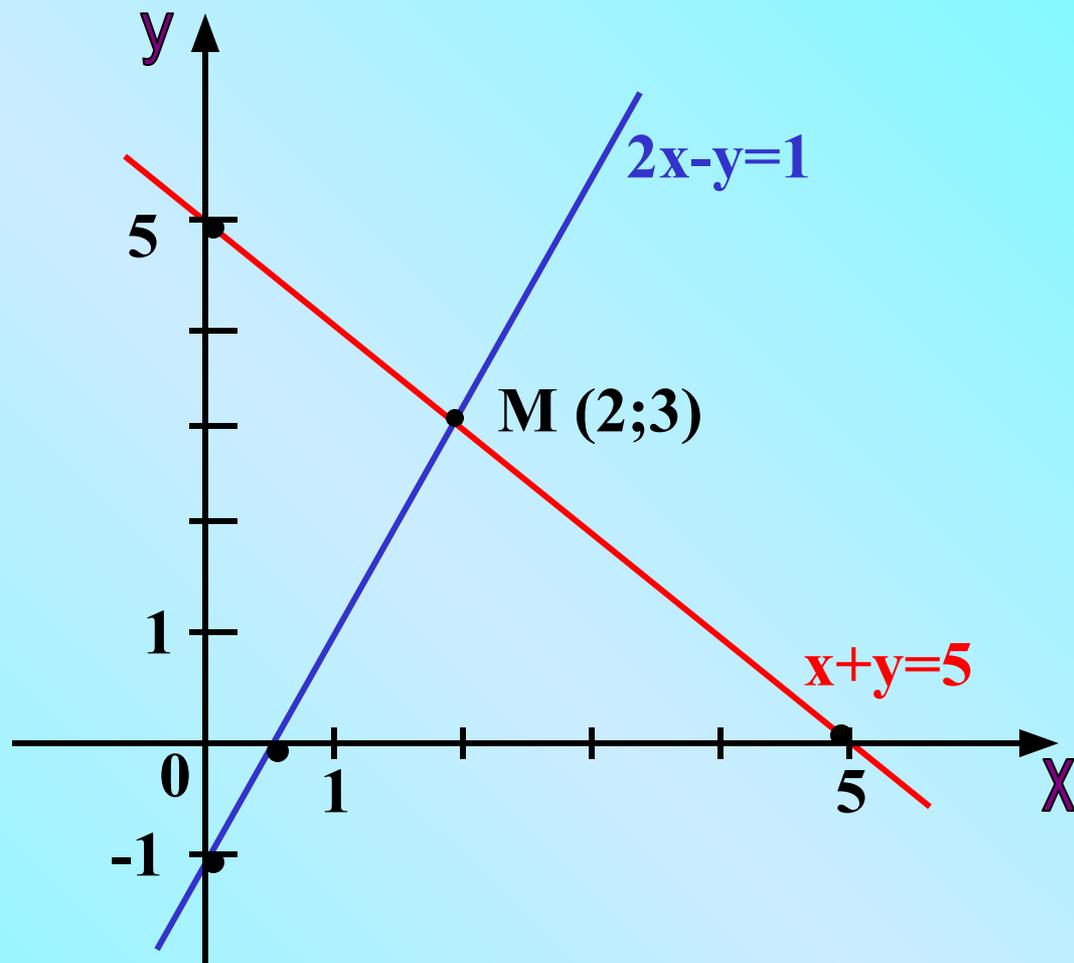
1. Если  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ , то система имеет единственное решение.

2. Если  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ , то система несовместна (решений нет)

3. Если  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ , система неопределенна (имеет бесконечно много решений)

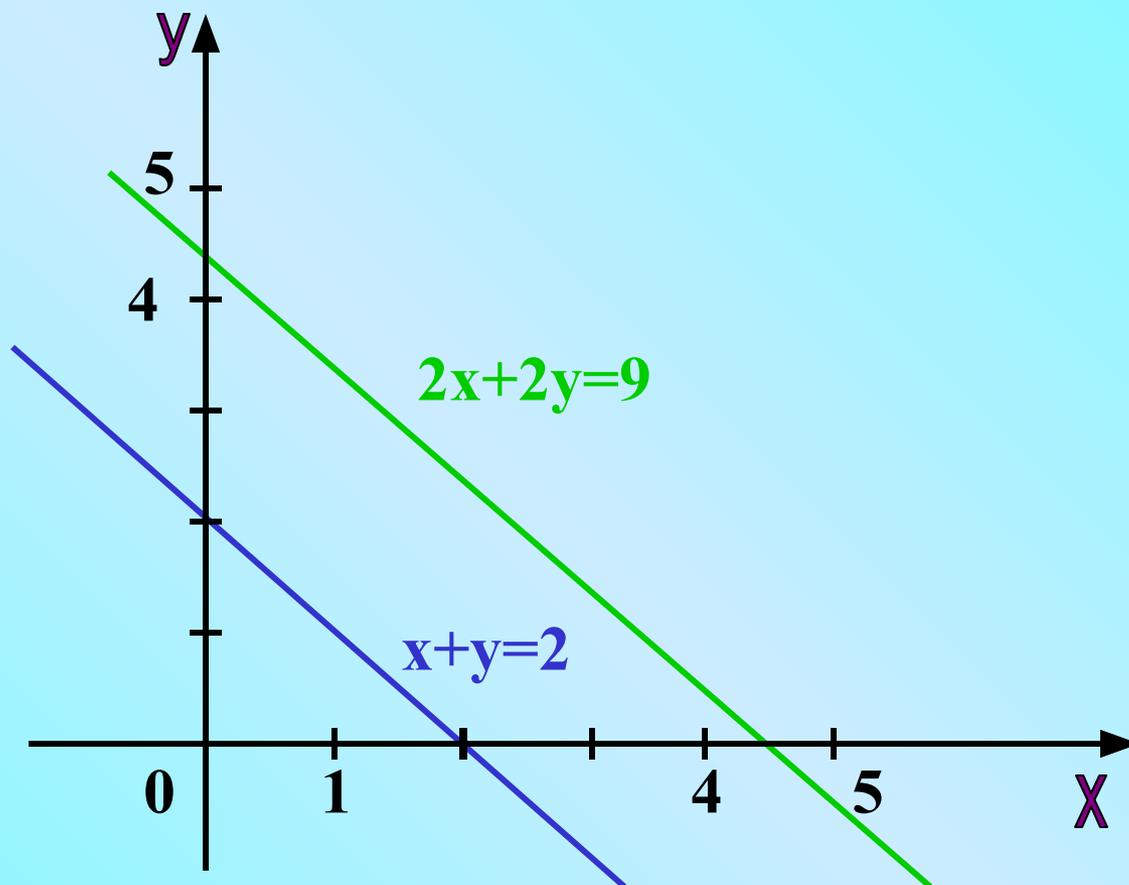
Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, имеющую единственное решение.

$$\begin{cases} x+y=5, & (0; 5); (5; 0). \\ 2x+y=1. & (0; -1); (0,5; 0). \end{cases}$$



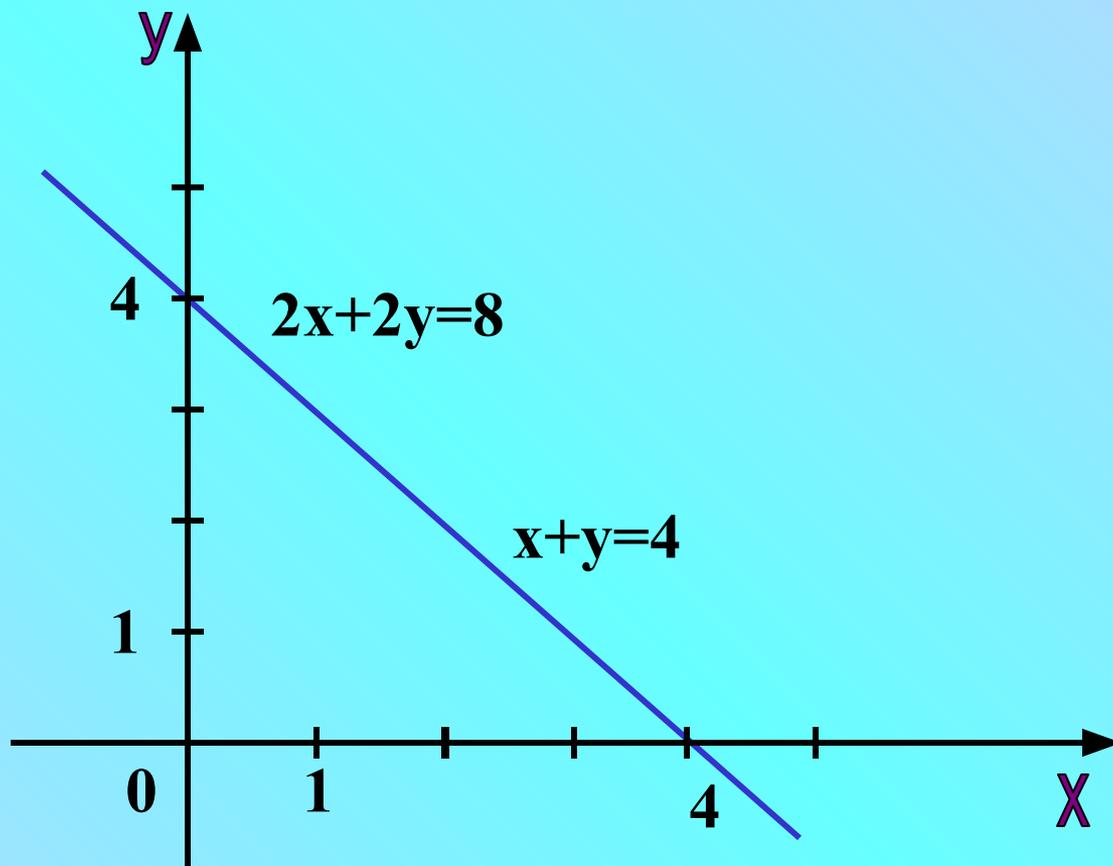
**Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, которая несовместна:**

$$\begin{cases} 2x+2y=9, & (0; 4,5); (4,5; 0) \\ x+y=2. & (0; 2); (2; 0) \end{cases}$$

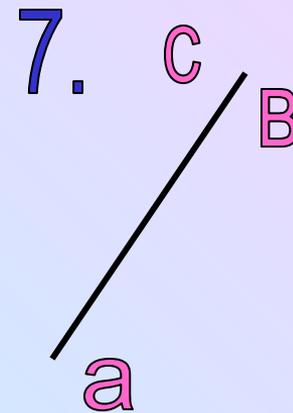
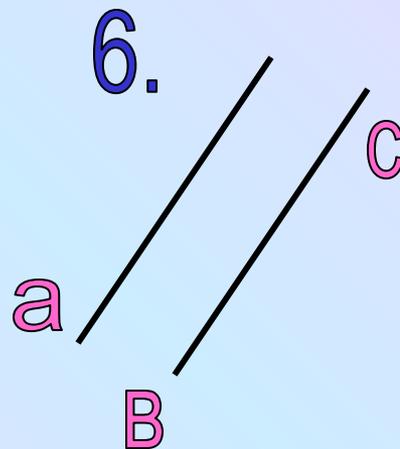
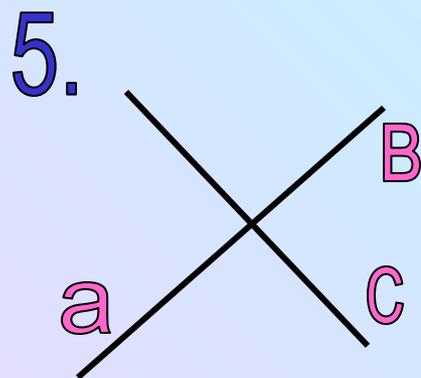
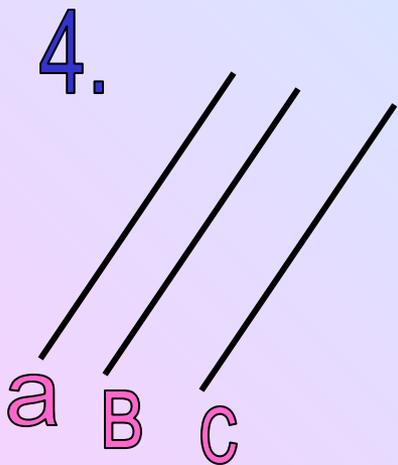
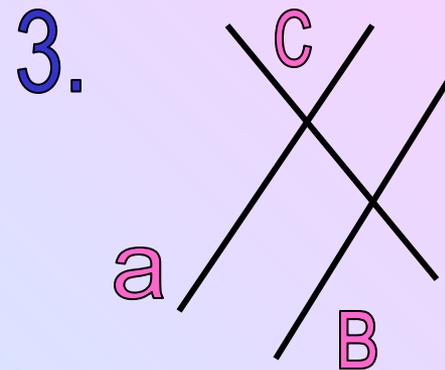
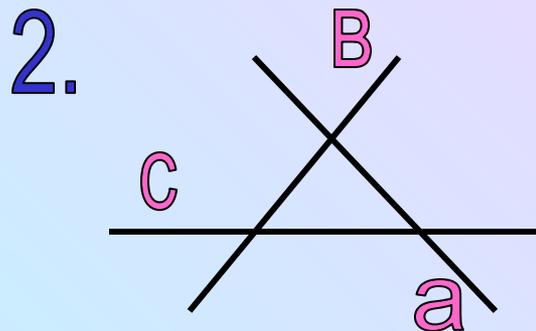
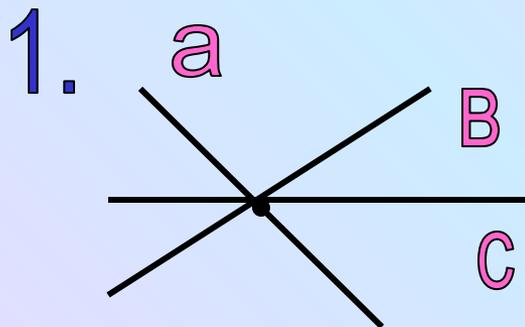


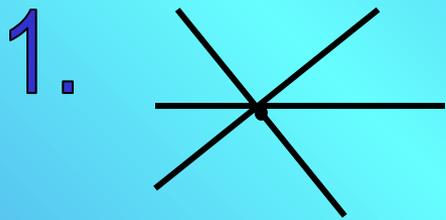
**Составить систему двух линейных уравнений с двумя переменными, которая неопределенна:**

$$\begin{cases} 2x+2y=8, & (0; 4); (4; 0) \\ x+y=4. & (0; 4); (4; 0) \end{cases}$$

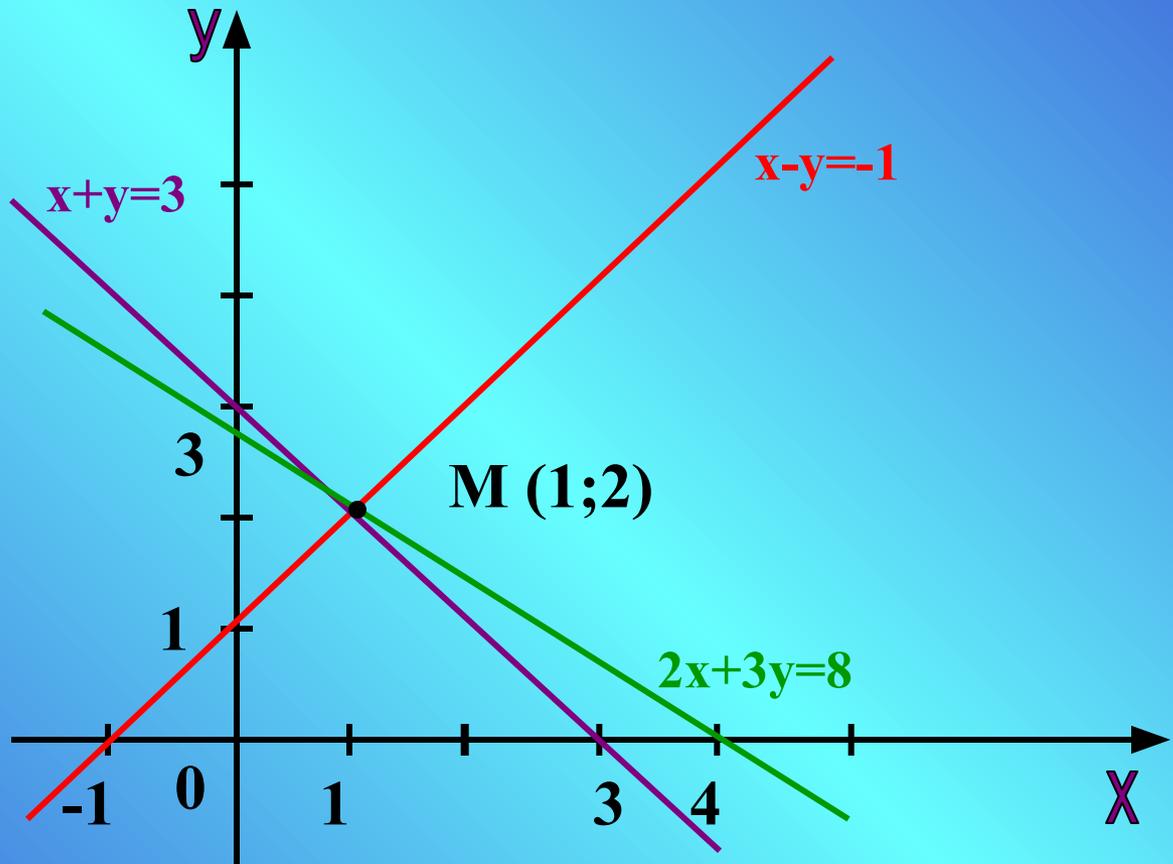


# Взаимное расположение трёх прямых:



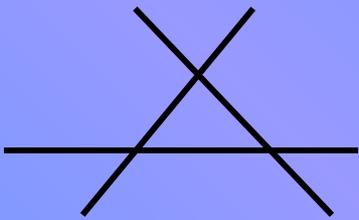


$$\begin{cases} 2x+3y=8, & (4; 0); (-0,5; 3); \\ x+y=3, & (0; 3); (3; 0); \\ x-y=-1. & (0; 1); (-1; 0). \end{cases}$$

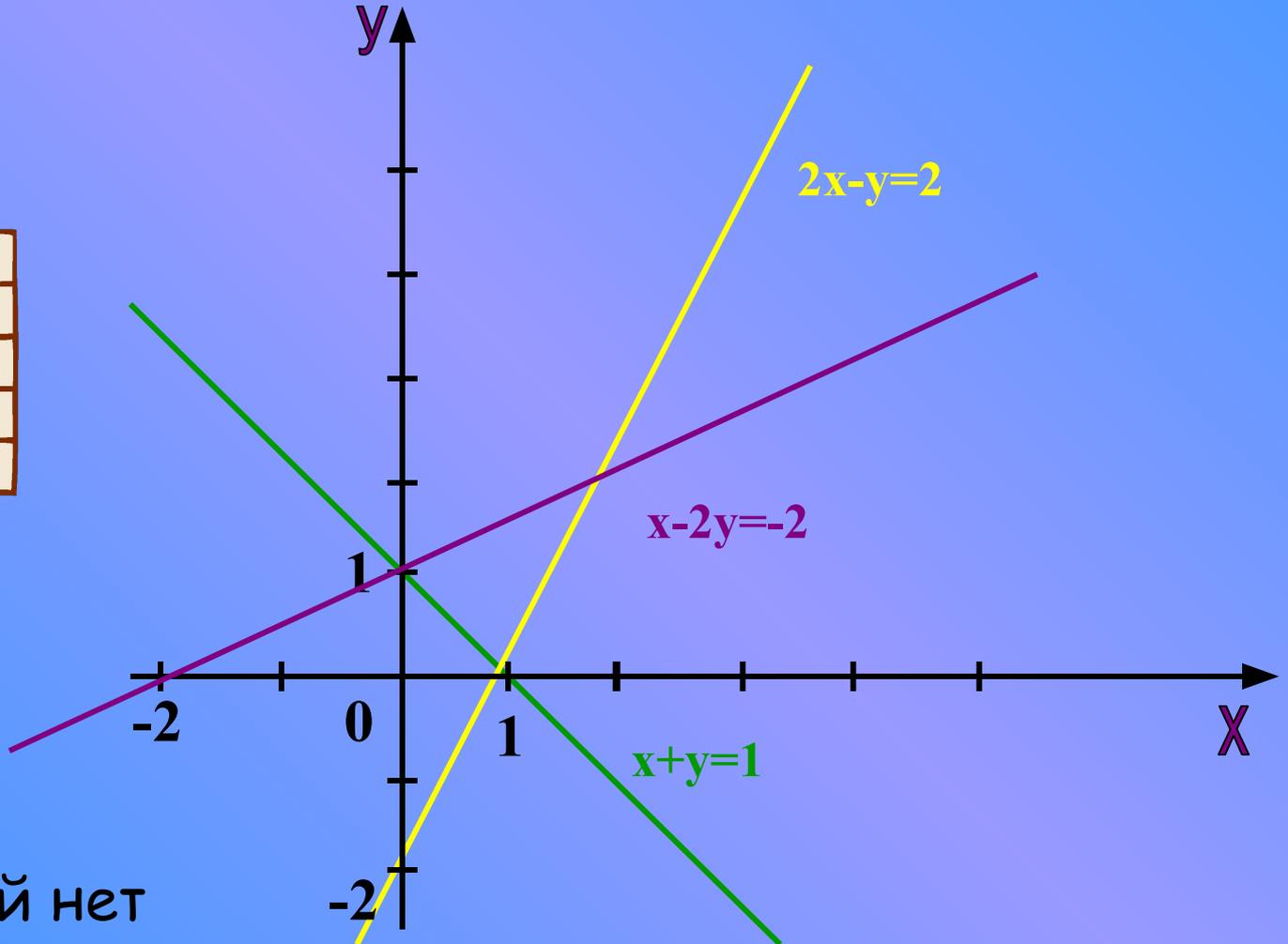


Ответ: (1; 2).

2.

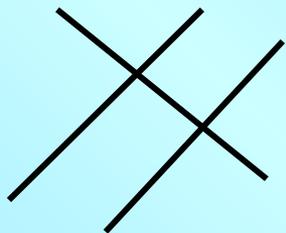


$$\left\{ \begin{array}{l} x+y=1, \quad (1; 0); (0; 1); \\ 2x-y=2, \quad (1; 0); (0; -2); \\ x-2y=-2. \quad (-2; 0); (0; 1). \end{array} \right.$$

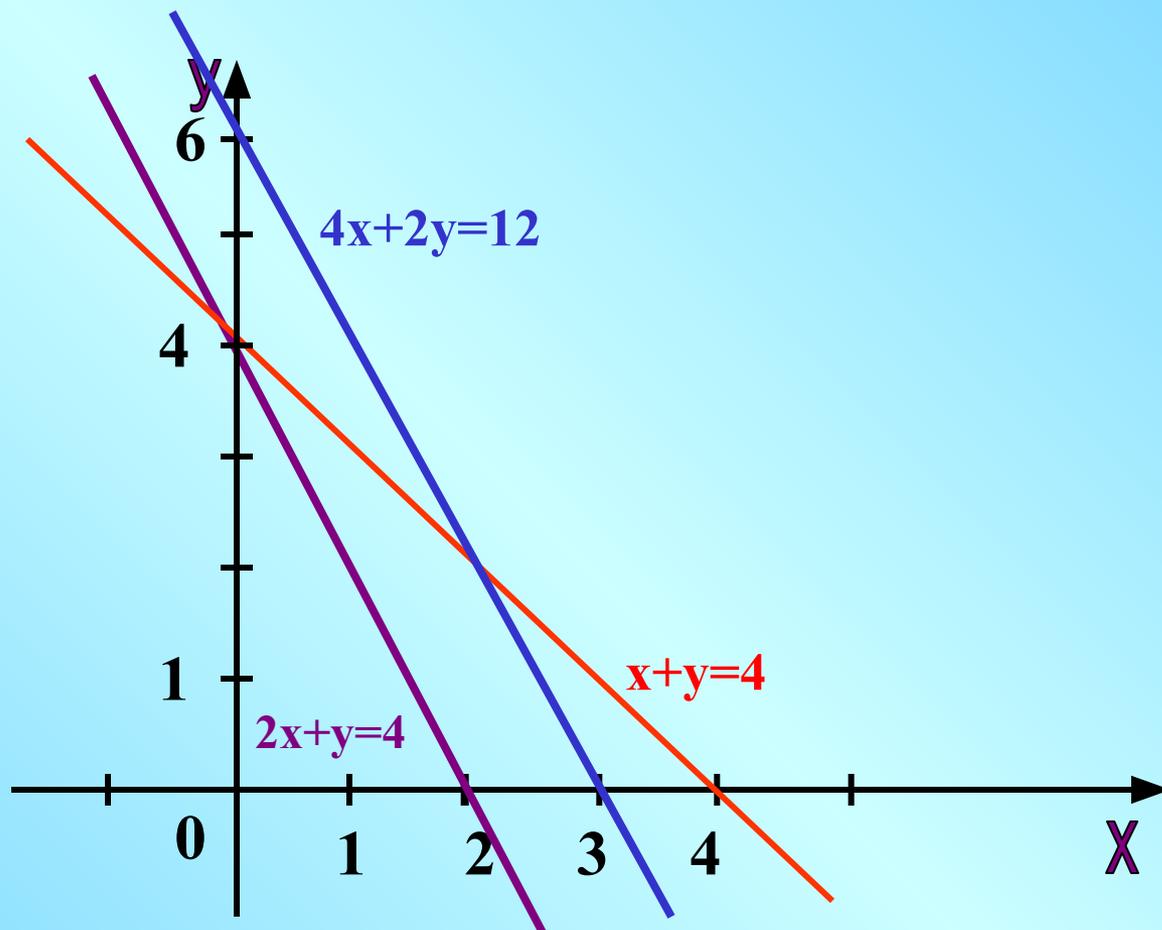


Ответ: решений нет

3.

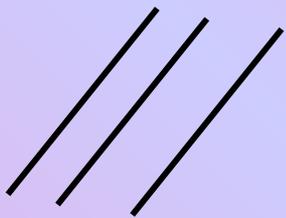


$$\begin{cases} 2x+y=4, & (2; 0); (0; 4); \\ 4x+2y=12, & (3; 0); (0; 6); \\ x+y=4. & (4; 0); (0; 4). \end{cases}$$

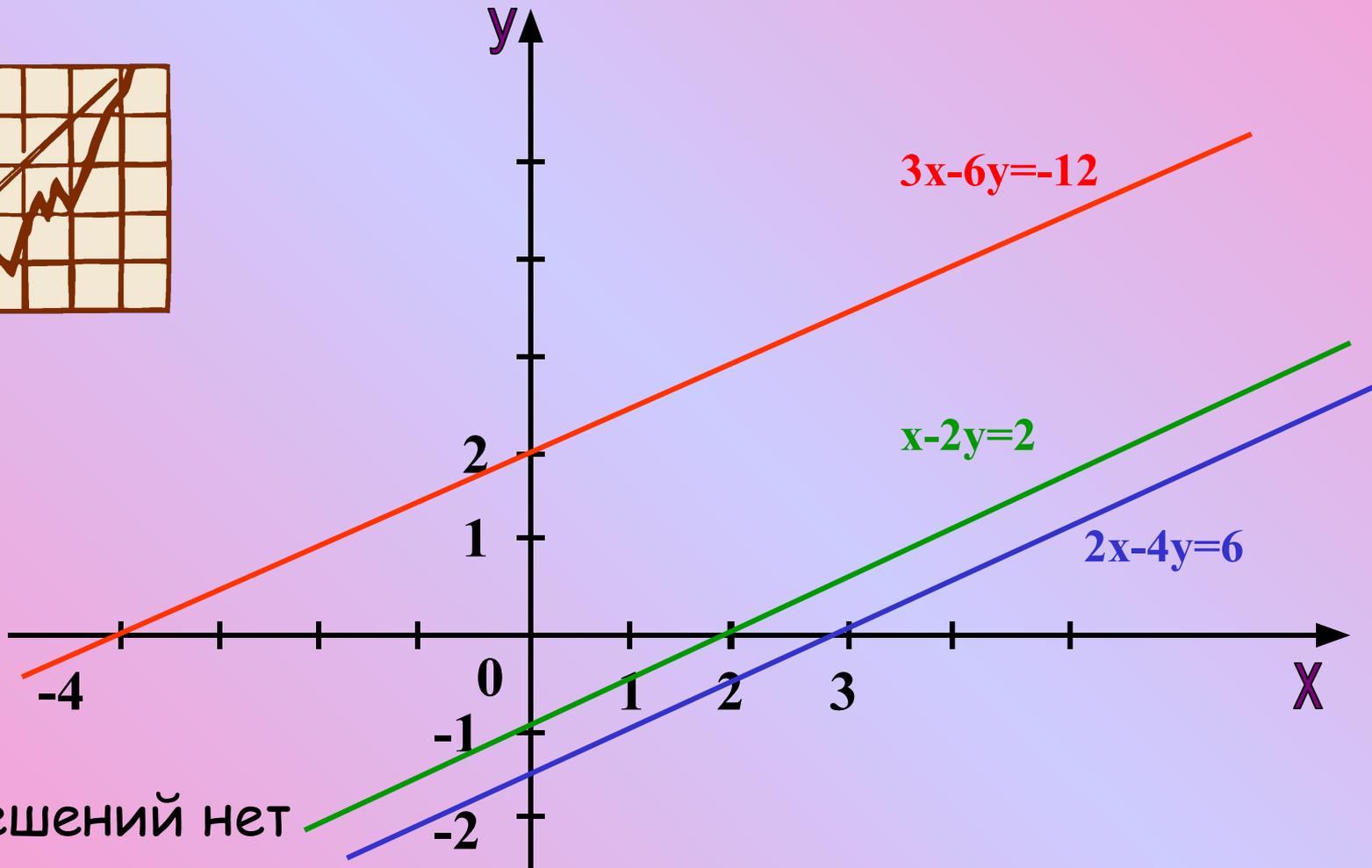


Ответ: решений нет

4.

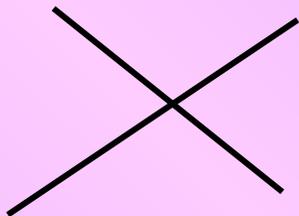


$$\begin{cases} x-2y=2, & (0; -1); (2; 0); \\ 2x-4y=6, & (0; -1,5); (3; 0); \\ 3x-6y=-12. & (-4; 0); (0; 2). \end{cases}$$

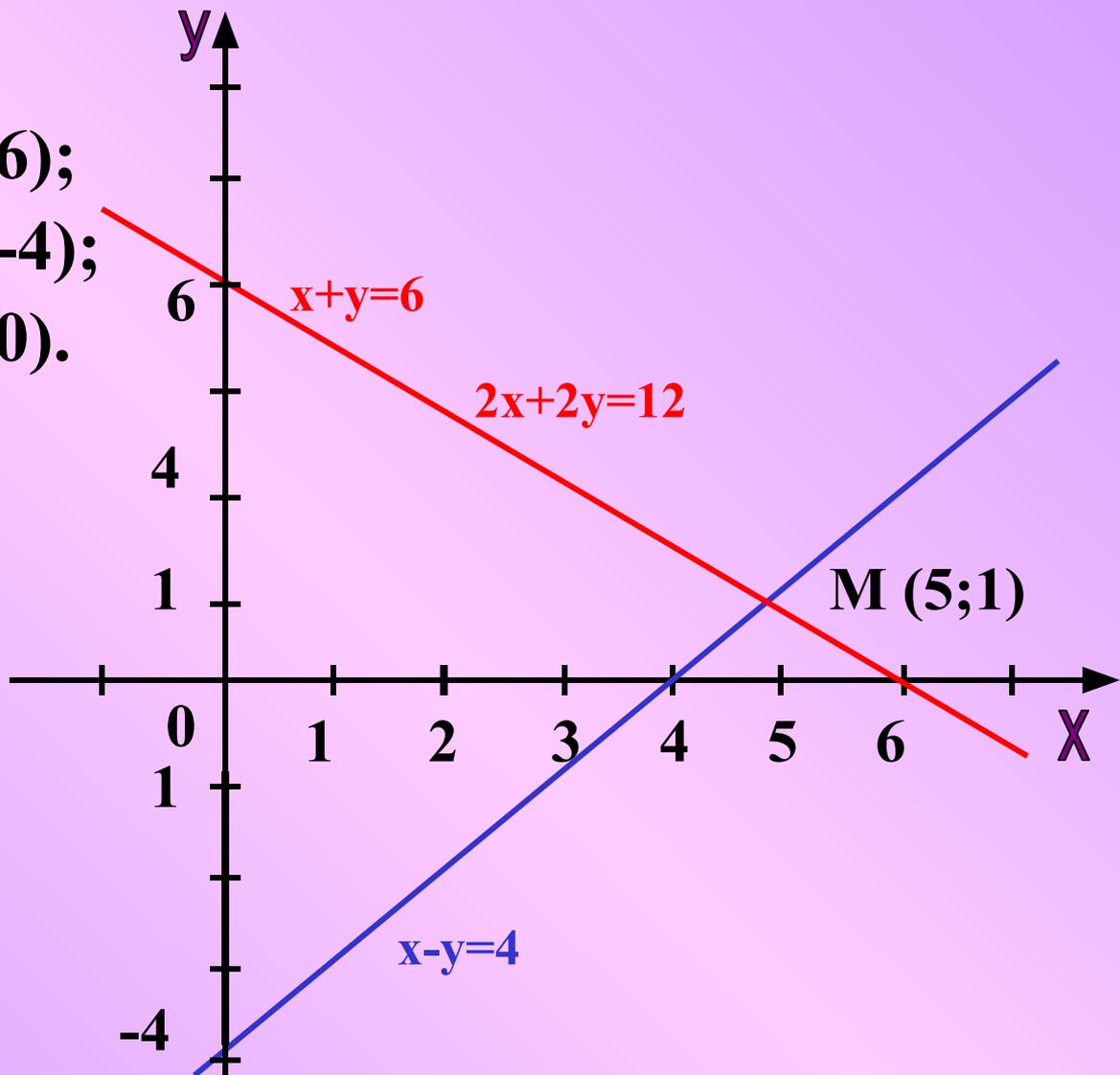


Ответ: решений нет

5.

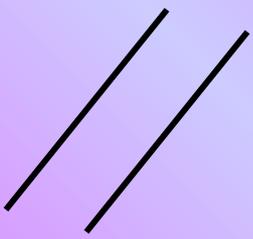


$$\begin{cases} x+y=6, & (6; 0); (0; 6); \\ x-y=4, & (4; 0); (0; -4); \\ 2x+2y=12. & (0; 6); (6; 0). \end{cases}$$

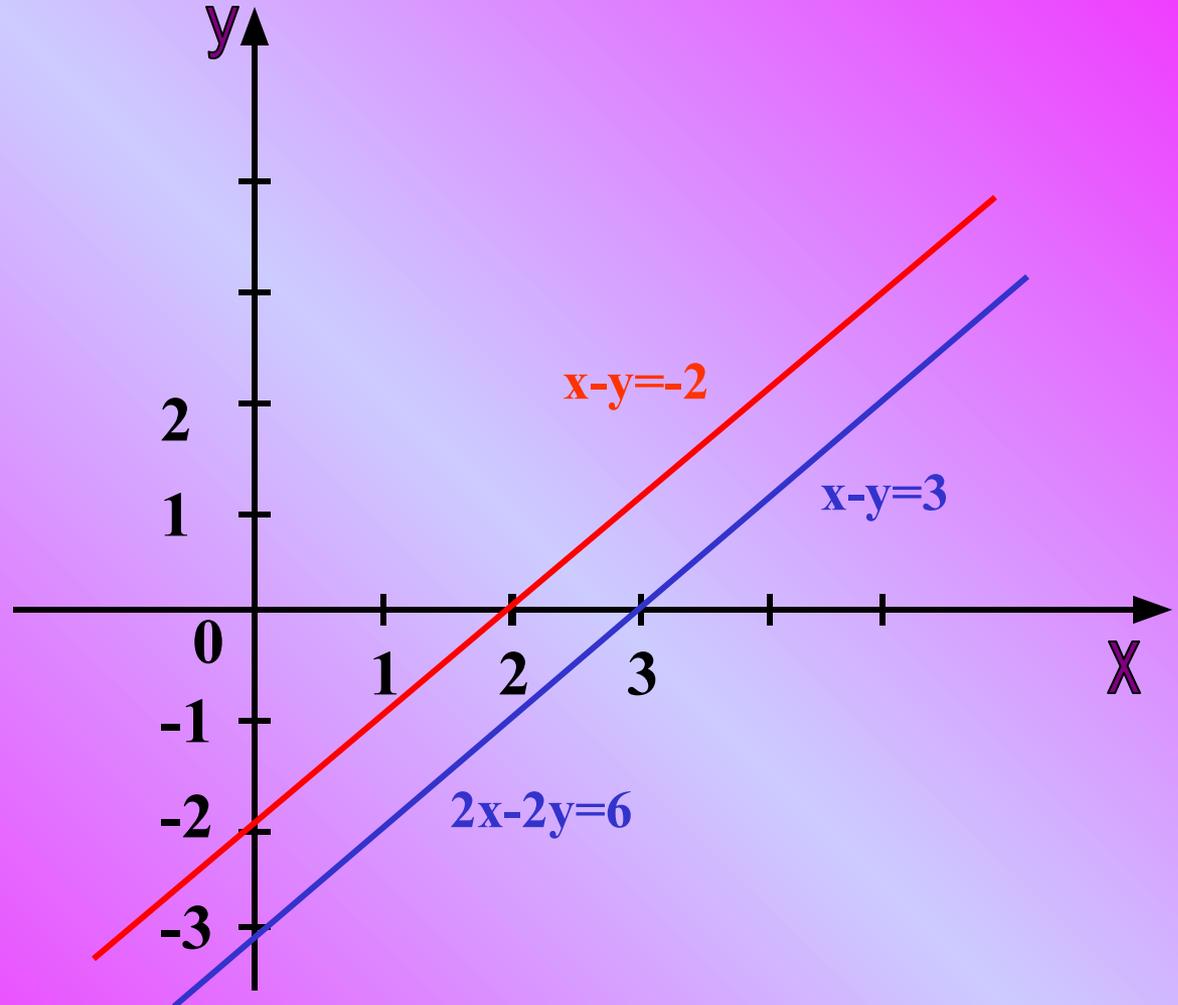


Ответ: (5; 1).

6.



$$\left\{ \begin{array}{ll} x - y = 3, & (0; -3); (3; 0); \\ x - y = -2, & (0; 2); (-2; 0); \\ 2x - 2y = 6. & (0; -3); (3; 0). \end{array} \right.$$

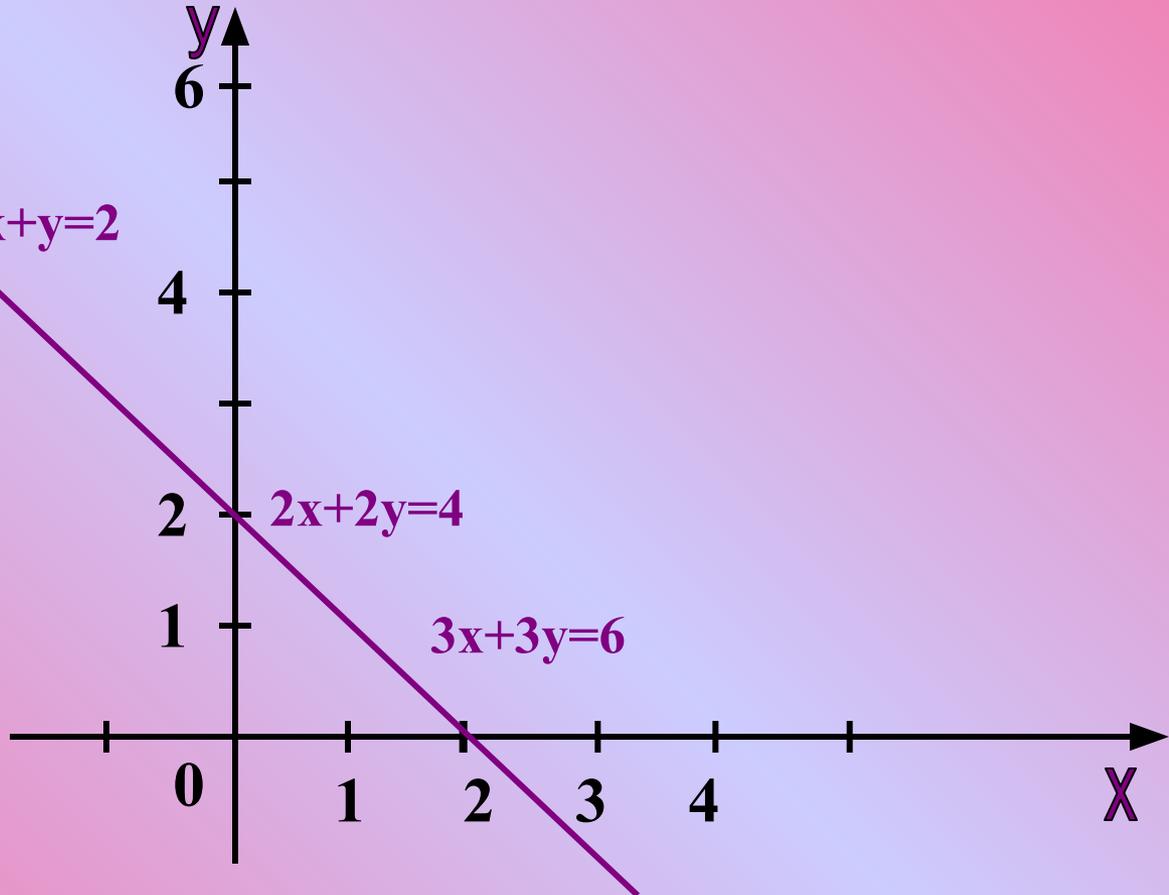


Ответ: решений нет

7.



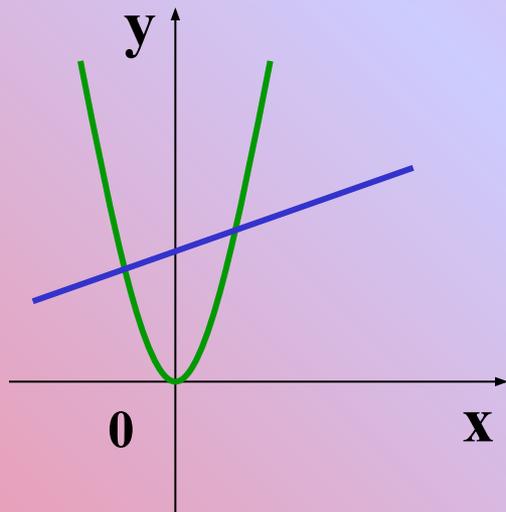
$$\begin{cases} x+y=2, & (0; 2); (2; 0); \\ 2x+2y=4, & (0; 2); (2; 0); \\ 3x+3y=6. & (0; 2); (2; 0). \end{cases}$$



Ответ: бесчисленное  
множество решений

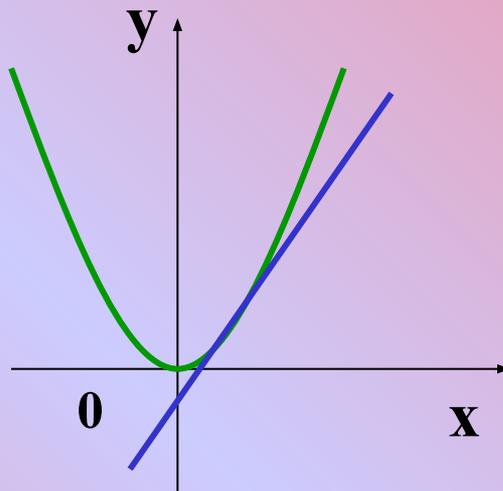
# Взаимное расположение прямой и параболы:

1.



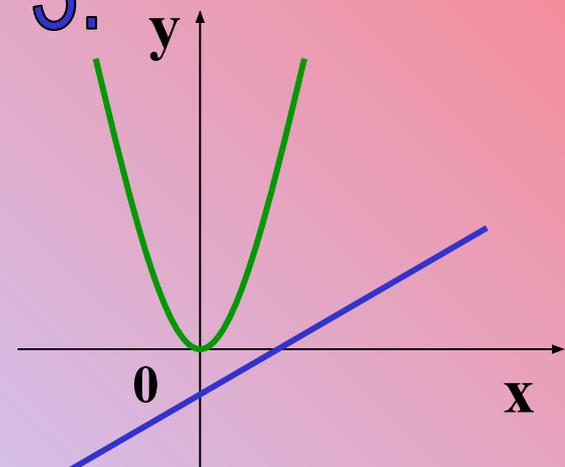
**Две общие  
точки**

2.



**Одна общая  
точка**

3.



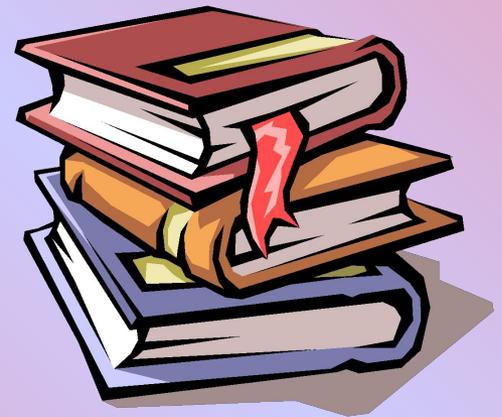
**Общих  
точек нет**

Следовательно, система вида:

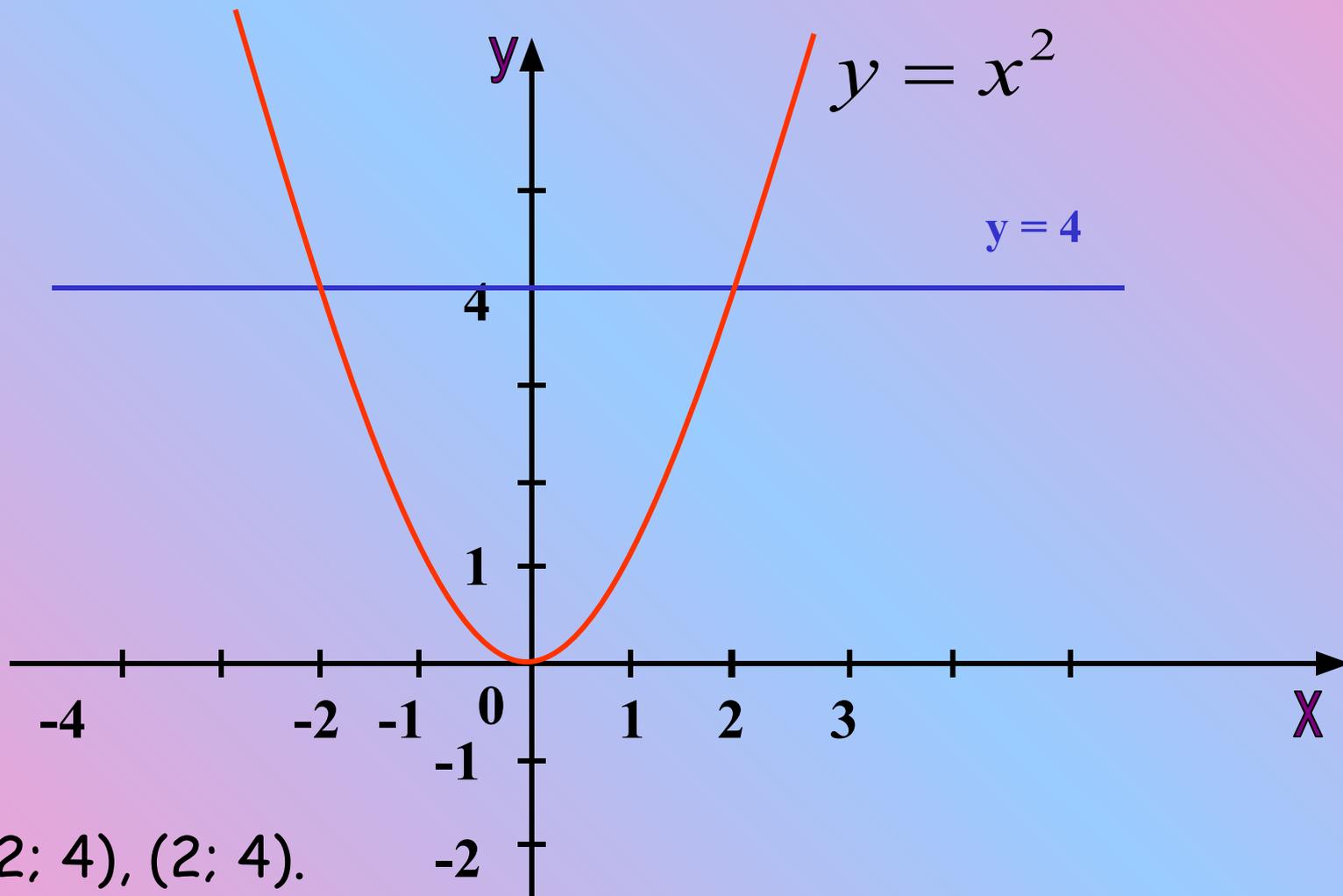
$$\begin{cases} ax+by=c, \\ y = x^2. \end{cases}$$

МОЖЕТ ИМЕТЬ:

1. Два решения.
2. Одно решение.
3. Не иметь решений.

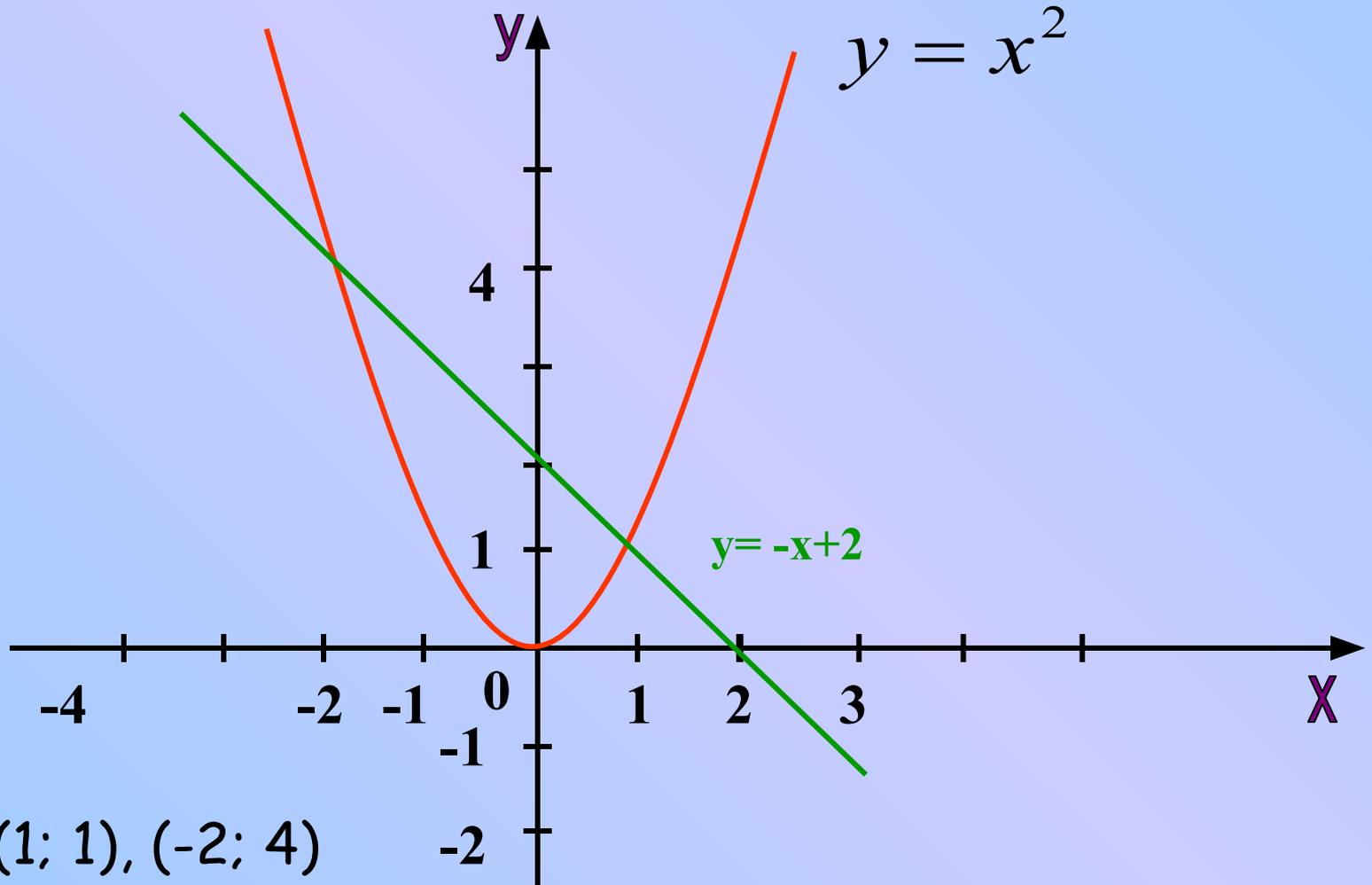


$$1. \begin{cases} y = x^2, \\ y = 4. \end{cases}$$



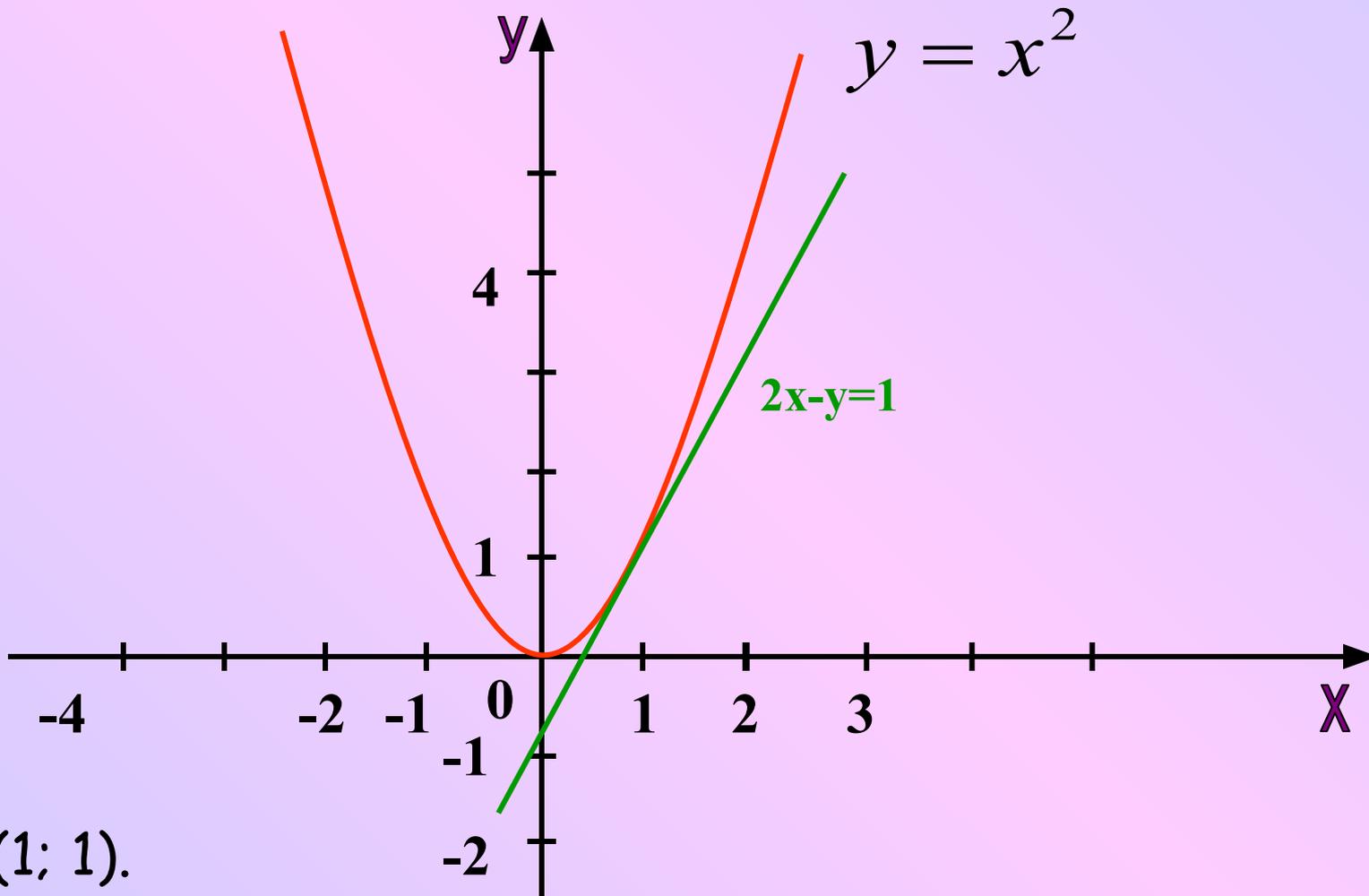
Ответ: (-2; 4), (2; 4).

$$2. \begin{cases} y = x^2, \\ y = -x + 2. \end{cases} \quad (0; 2); (2; 0).$$



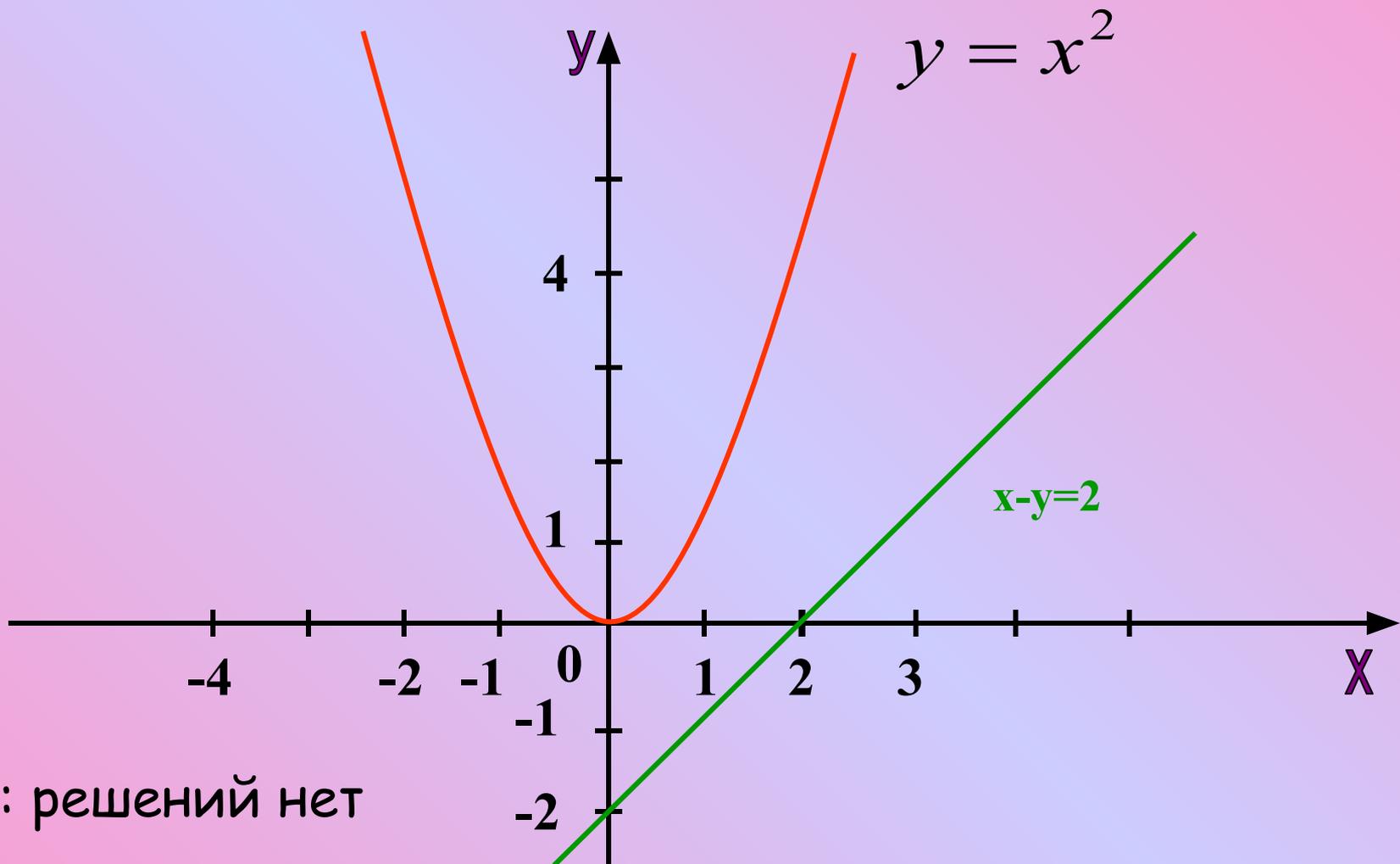
Ответ:  $(1; 1), (-2; 4)$

3. 
$$\begin{cases} y = x^2, \\ 2x - y = 1. \end{cases} \quad (0; -1); (0,5; 0).$$



Ответ: (1; 1).

$$4. \begin{cases} y = x^2, \\ x - y = 2. \end{cases} \quad (0; -2); (2; 0).$$



Ответ: решений нет

