

Коллинеарные и компланарные векторы

Два вектора называются **коллинеарными**, если при откладывании их от одной точки они располагаются на одной прямой.

Теорема. Вектор b коллинеарен ненулевому вектору a тогда и только тогда, когда для некоторого числа t выполняется равенство $b = t a$.

Три вектора называются **компланарными**, если при откладывании их от одной точки они располагаются в одной плоскости.

Теорема. Если векторы a и b не коллинеарны, то любой вектор c , компланарный с векторами a и b , можно представить единственным образом в виде $c = ta + sb$.

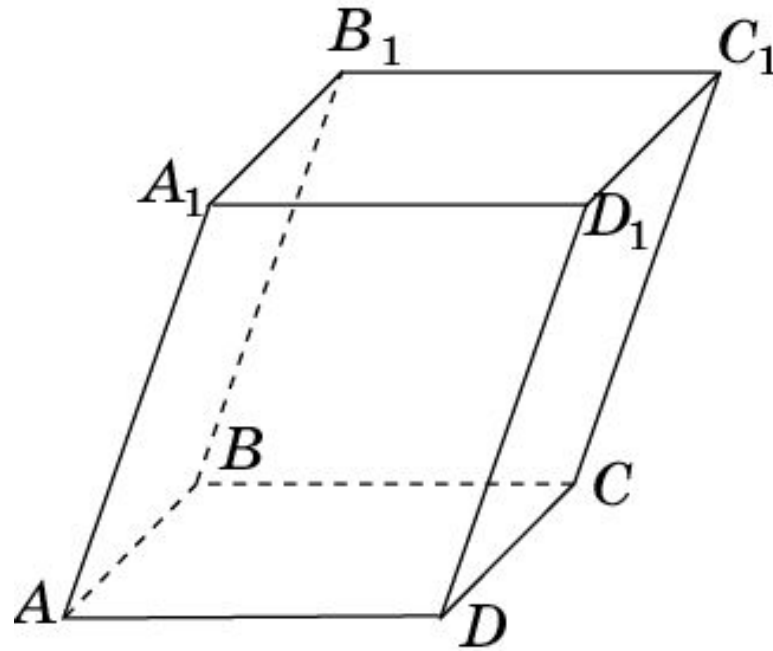
Упражнение 1

Существуют ли в тетраэдре $ABCD$ компланарные векторы, соединяющие его вершины?

Ответ: Да, например, \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} .

Упражнение 2

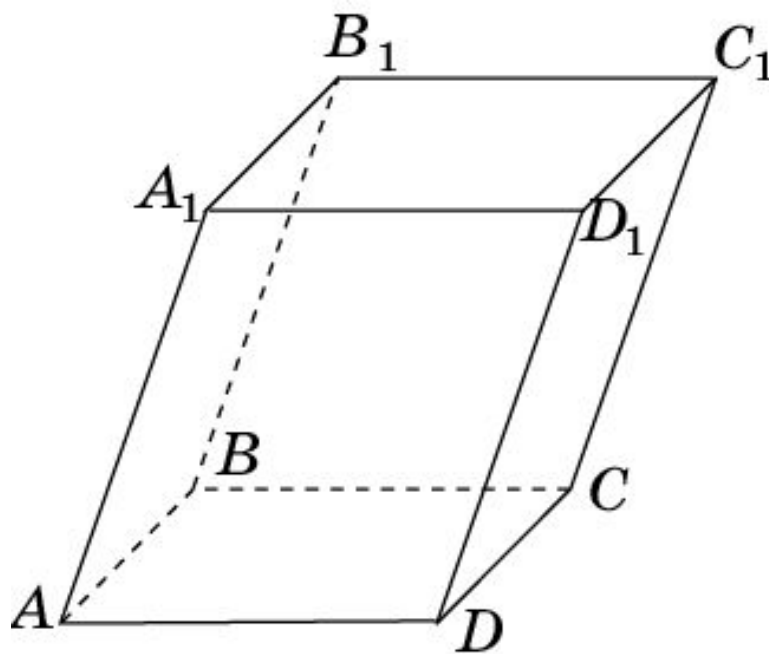
Назовите пары коллинеарных векторов, с началом и концом в вершинах параллелепипеда $A...D_1$.



Ответ: а) \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{A_1B_1}$, \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{D_1C_1}$;
 \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{B_1A_1}$, \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{C_1D_1}$.

Упражнение 3

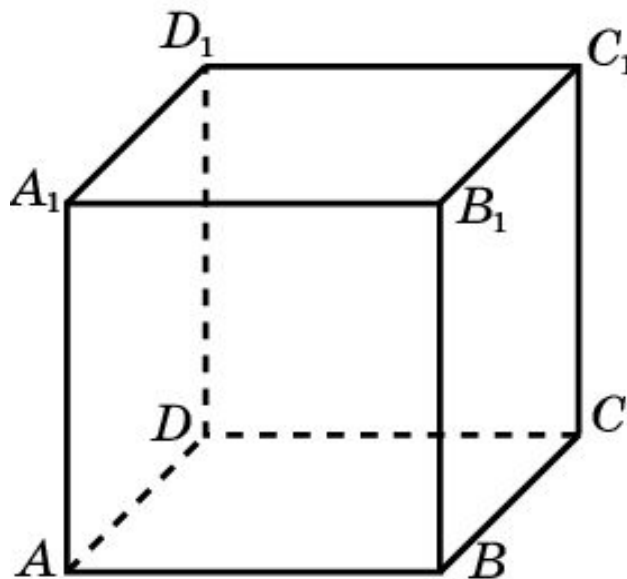
Назовите тройки компланарных векторов, с началом и концом в вершинах параллелепипеда $A...D_1$.



Ответ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AB_1}$; ...

Упражнение 4

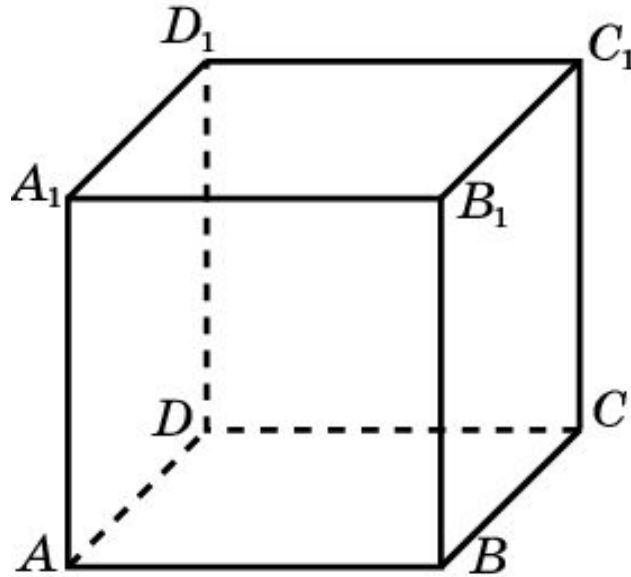
$A...D_1$ – куб. Являются ли компланарными векторы: а) $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{B_1C}$, $\overrightarrow{BB_1}$; б) $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{B_1C}$, $\overrightarrow{AC_1}$?



Ответ: а) Да; б) нет.

Упражнение 5

$A...D_1$ - куб. Выразите векторы \overrightarrow{AC} , $\overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{AC_1}$ через векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , $\overrightarrow{AA_1}$.

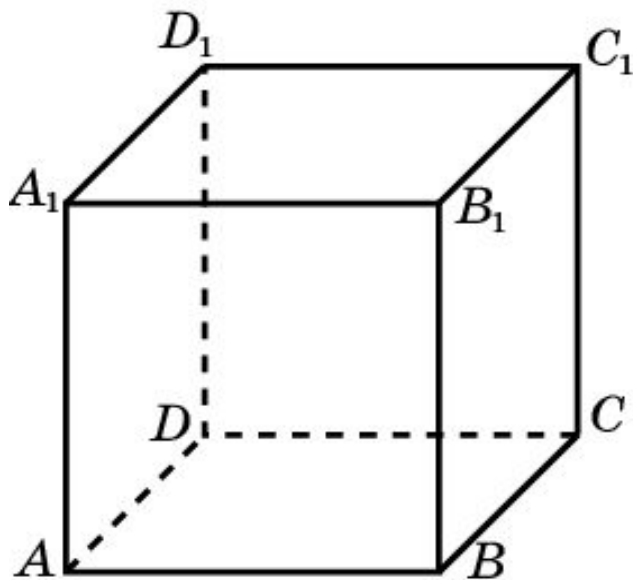


Ответ: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}$; $\overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$;
 $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Упражнение 6

$A...D_1$ - куб. Укажите такую точку X , для которой верно равенство:

$$\overrightarrow{XA} + \overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC} + \overrightarrow{XD} + \overrightarrow{XA_1} + \overrightarrow{XB_1} + \overrightarrow{XC_1} + \overrightarrow{XD_1} = \vec{0}.$$



Ответ: Центр куба.