Комбинаторика

Гол[illegible] Алевтина Александровна – преподаватель математики
ГБ ПОУ «Экономический колледж» г.Санкт-Петербурга

Содержание:

Комбинаторика

– это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Правило произведения

Если существует ***m*** *вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется* ***n*** *вариантов выбора второго элемента, то всего существует* ***m • n*** *различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.*

!

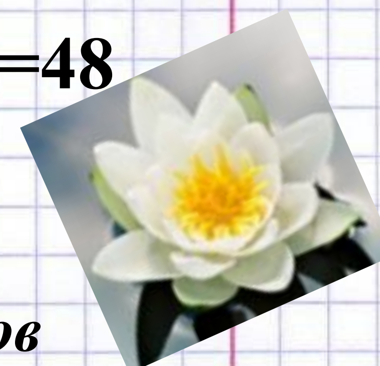
Задача 1 *Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3?*

Решение: $m = 3,\ n = 4;\ m \cdot n = 12$

Ответ: 12

Задача 2 *Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3?*

Решение: $m=3,\ n=4,\ k=4;\ mnk=3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$



Ответ: 48

Задача 3 *Сколько различных пятибуквенных слов можно записать с помощью букв «и» и «л»?*

ЛИЛИИ

Решение: $a = 2,\ b = 2,\ c = 2,\ d = 2,\ f=2;$

$abcdf = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$

Ответ: 32

Упражнения:

№ 1

Сколько различных двузначных чисел с разными цифрами можно записать, используя цифры:

1вариант: 1) 1, 2 и 3; 3) 5, 6, 7 и 8; 5) 0, 2, 4 и 6;

2 вариант: 2) 4, 5, и 6; 4) 6, 7, 8 и 9; 6) 0, 3, 5 и 7?

Ответ: 1), 2) 6; 3), 4) 12; 5), 6) 9.

№ 2

Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр:

1 вариант: 1) 2 и 3; 3) 0 и 2;

2 вариант: 2) 8 и 9; 4) 0 и 5?

Ответ: 1), 2) 8; 3),4) 4.

С.
Р.

№ 3

Сколько различных трехзначных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр:

1 вариант: 1) 3, 4 и 5; 3) 5, 6, 7 и 8;

2 вариант: 2) 7, 8, и 9; 4) 1, 2, 3 и 4?

Ответ: 1),2) 6; 3),4) 24.

№ 4

Сколько различных четырехбуквенных «слов» можно записать с помощью букв:

1 вариант: 1) «м» и «а»; 3) «к», «а» и «о»;

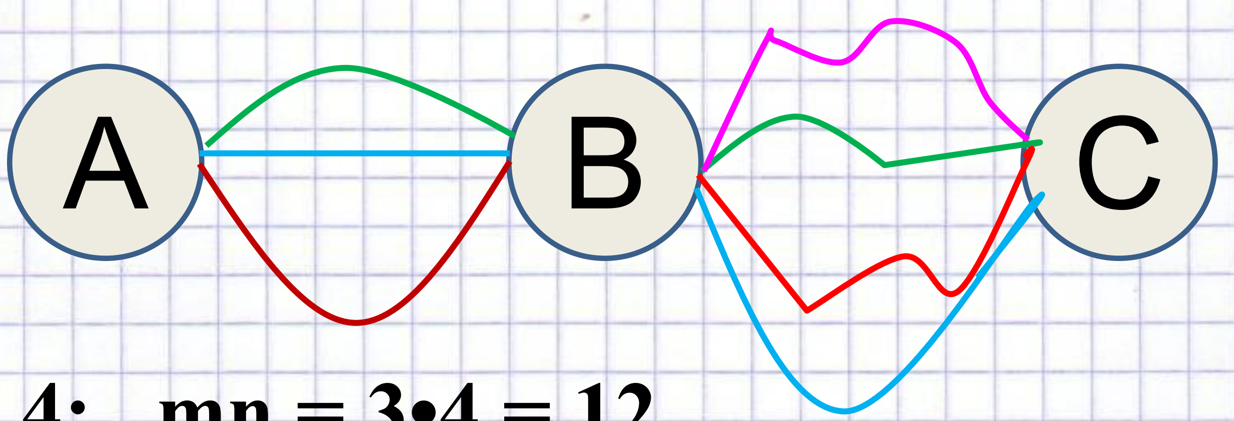
2 вариант: 2) «п» и «а»; 4) «ш», «а» и «л».

Ответ: 1), 2) 16; 3), 4) 81.

№ 5

Путешественник может попасть из пункта А в пункт С, проехав через пункт В. Между пунктами А и В имеются три различные дороги, а между пунктами В и С - четыре различные дороги. Сколько существует различных маршрутов между пунктами А и С?

Решение:



$m = 3$, $n = 4$; $mn = 3 \cdot 4 = 12$

Ответ: 12

№ 6

Чтобы попасть из города М в город К, нужно проехать через город N. Между городами М и N имеются четыре автодороги, а из города N в город К можно попасть либо поездом, либо самолетом. Сколько существует различных способов добраться из города М в город К?

С. Р.

Ответ: 8

Дополнительно

Д/З:

§ 60, №№ 1051, 1055.

7. Сколькими способами могут распределиться золотая и серебряная медали на чемпионате по футболу, если в нем принимают участие:
1) 32 команды; 2) 16 команд?

1) 992 2) 240

8. Сколькими способами можно составить расписание 5 уроков на один день из 5 различных предметов? 120

9. Сколькими способами могут занять очередь в школьный буфет:
1) 6 учащихся; 2) 5 учащихся?

1) 720 2) 120 Дополнительно

11. В классе 18 учащихся. Из их числа нужно выбрать физорга, культорга и казначея. Сколькими способами это можно сделать, если один ученик может занимать не более одной должности?

4896

12. В классе 20 учащихся. Необходимо назначить по одному дежурному в столовую, вестибюль и спортивный зал. Сколькими способами это можно сделать?

6840

13. Сколько существует пятизначных чисел, в которых все цифры, стоящие на нечетных местах, различны?

64800

Решение упражнения № 1:

1), 2) 3 x 2 = 6

3), 4) 4 x 3 = 12

5), 6) 3 x 3 = 9

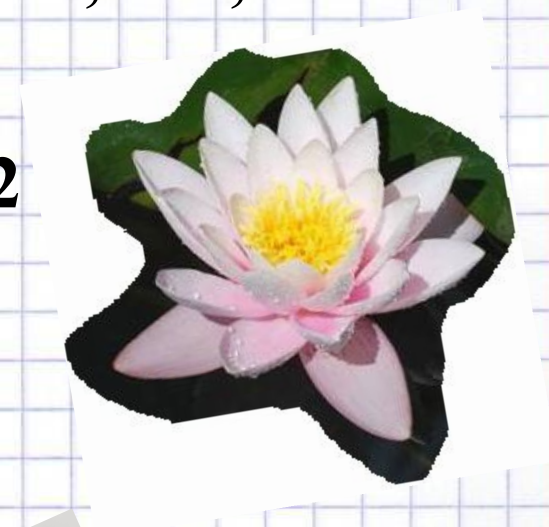
Задача 3

Сколько различных пятибуквенных слов можно записать с помощью букв «и» и «л»?

Решение:

a = 2, b = 2, c = 2, d = 2, f=2;

$$abcdf = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$



Лилии

Ответ: 32

Перестановки

Перестановками из n элементов называются соединения (комбинации), которые состоят из одних и тех же n элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.

Задача 1: Сколькими способами можно поставить рядом на полке 4 различные книги?

Решение: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Ответ: 24

Число перестановок:

$$\boxed{P_n = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots}\cdot 3\cdot 2\cdot 1 \qquad (1)$$

Произведение первых **n** натуральных чисел обозначают

$n!$ (читается «эн факториал»)

$$\boxed{n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n}-2)(n-1)n \qquad (2)$$

$$\boxed{P_n = n!} \qquad (3)$$

№ 1059 **Найти значение:**

1) $P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$;

2) P_7; 3) P_9; 4) P_8.

№ 1060 **Сколькими способами можно рассадить четверых детей на четырех стульях в столовой?**

№ 1063 **Сколько различных чисел, не содержащих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1,2,3,4,5 так, чтобы:**

1) **последней была цифра 3;**
3) **первой была цифра 5, а второй – цифра 1;**
5) **первыми были цифры 3 и 4, расположенные в любом порядке?**

Решение: 1) 4 3 2 1 1 = <u>**24**</u>

Решение:

3) 1 1 3 2 1 = <u>6</u>

5) 2 1 3 2 1 = <u>12</u>

Упражнения:

№№ 1064 - 1071

Д/З: § 61, № 1063 (четные)

Размещения

Задача 1

Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что в каждой записи нет одинаковых цифр?

повторение

Решение: 1 способ – решение перебором:

12, 13, 14,
21, 23, 24,
31, 32, 34,
41, 42, 43.

2 способ – по правилу произведения: $m = 4$, $n = 3$; $mn = 12$

Ответ: 12

Из задачи видно, что любые два соединения отличаются либо составом элементов (12 и 24), либо порядком их расположения (12 и 21). Такие соединения называют **размещениями.**

Размещениями из *m элементов по n элементов* ($n \le m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит *n* элементов, взятых из данных *m* разных элементов, и которые отличаются одно от другого либо самими элементами, либо порядком их расположения.

Обозначение:

$\boxed{A_m^n}$ —читают «А из эм по эн»: $A_4^2 = 12.$

$$\boxed{A_m^n = m(m-1)(m-2)\cdot\ldots\cdot(m-(n-1))} \quad (1)$$

Примеры:

$A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12;$ $A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24;$

$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

$$\boxed{A_n^n = P_n} \quad (2)$$

Задача 2.

Сколькими способами можно обозначить данный вектор, используя буквы A, B, C, D, E, F?

Решение: $\overrightarrow{AC};\ \overrightarrow{CA}$ $A_6^2 = 6 \cdot 5 = 30$

Ответ: **30 способами**

З а д а ч а 3 Решить уравнение: $A_n^2 = 56$

Решение: $n \geq 2$ и $n \in N$. По формуле (1)

$A_n^2 = n(n-1) = n^2 - n$, т. е. $n^2 - n = 56$,

$n^2 - n - 56 = 0$, $\begin{cases} n_1 + n_2 = 1 \\ n_1 \cdot n_2 = -56 \end{cases}$ т. е. $\begin{cases} n_1 = -7 \\ n_2 = 8 \end{cases}$

$n = -7$ – посторонний корень

Ответ: $n = 8$

ЗАДАЧА 4

Вычислить:

$$\frac{A_{20}^{7}+A_{20}^{6}}{A_{20}^{5}}=\frac{\frac{20!}{13!}+\frac{20!}{14!}}{\frac{20!}{15!}}=\frac{15!}{13!}+\frac{15!}{14!}=$$

$$=14\cdot 15+14=15(14+1)=225$$

Ответ: 225

Упражнения: № 1073 – № 1075

Д/З: § 62, № 1072, 1076

Голодникова Алевтина Александровна – преподаватель математики СПб ГБ ПОУ «Экономический колледж»

Эл. почта: alle-gol@yandex.ru

Санкт-Петербург, 2014

Электронные ресурсы:

кубики:
http://free-math.ru/load/prezentacii_egeh_po_matematike/verojatnost_i_kombinatornoe/38-1-0-17
3 лилии:
http://ru.gde-fon.com/cvety?offset[0]=648
http://ru.gde-fon.com/cvety?offset[0]=666
http://ru.gde-fon.com/cvety?offset[0]=4590
шаблон:
http://www.pptcloud.ru/slide/56405/

Санкт-Петербург, 2014