Комбинаторика

Сидоренко Ольга
группа «СО-11»

Введение

Комбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математикиКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множестваКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетанияКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановкиКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещенияКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисленияКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядкаКомбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел

Основные формулы комбинаторики
Перестановки:

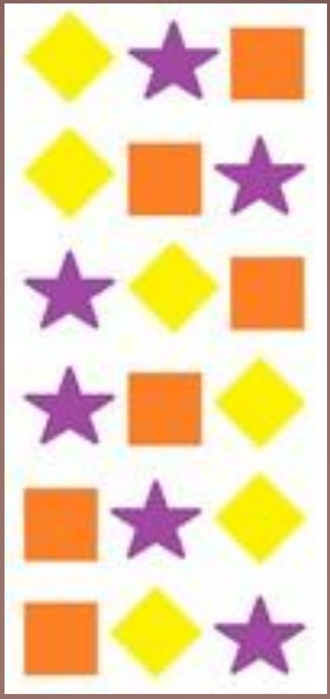
Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения, а их число равно

$$P_n = n! = 1\cdot 2\cdot 3\ldots\cdot(n-1)\cdot n$$

Символ $n!$ называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до n. По определению, считают, что $0!=1,\ 1!=1$

Пример всех перестановок из $n = 3$ объектов (различных фигур) – на картинке справа. Согласно формуле, их должно быть ровно $P_3 = 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$ так и получается. С ростом числа объектов количество перестановок очень быстро растет и изображать их наглядно становится затруднительно. число перестановок из 10 предметов

– уже **3628800** (больше 3 миллионов!).



Размещения

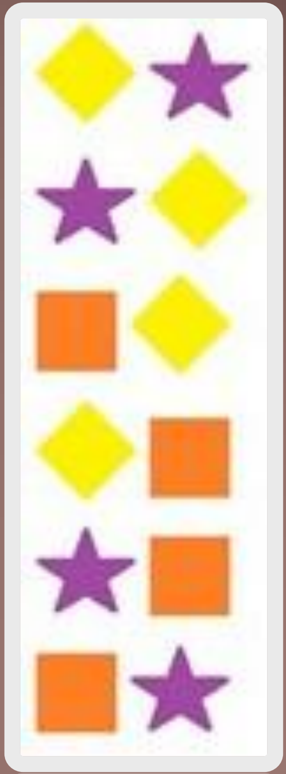
Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком, а их число равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)$$

Пример всех размещений из $n = 3$ объектов (различных фигур)

по $m = 2$ на картинке справа. Согласно формуле, их должно

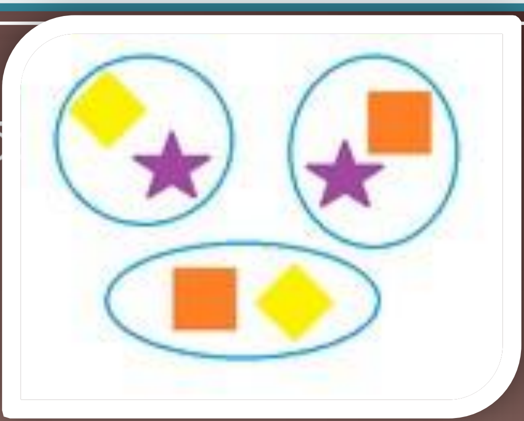
быть ровно $A_3^2 = 3\cdot(3-2+1) = 3 \cdot 2 = 6$



Сочетания

- *Размещениями* называют комбинации, составленны элементов по m элементов, которые отличаются либ элементов, либо их порядком, а их число равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)$$



Пример всех размещений из n = 3 объектов (различных фигур)

по m = 2 на картинке справа. Согласно формуле, их должно

быть ровно $A_3^2 = 3\cdot(3-2+1) = 3\cdot 2 = 6$

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком, а их число равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)$$

Пример всех размещений из $n = 3$ объектов (различных фигур)

по $m = 2$ на картинке справа. Согласно формуле, их должно

быть ровно $A_3^2 = 3\cdot(3-2+1) = 3\cdot 2 = 6$

При решении задач комбинаторики используют следующие правила:
Правило суммы. Если выбран один элемент, то количество комбинаций складывается.
Правило произведения. Если выбрана пара элементов, то количество комбинаций умножается.

Перестановки. Задача

Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?

Решение*: найдём количество всех возможных перестановок 4-х карточек:*

$P_4 = 4! = 24$

Когда карточка с нулём располагается на 1-м месте, то число становится трёхзначным, поэтому данные комбинации следует исключить. Пусть ноль находится на 1-м месте, тогда оставшиеся 3 цифры в младших разрядах можно переставить $P_3 = 3! = 6$ *способами.*

Примечание*: т.к. карточек немного, то здесь несложно перечислить все такие варианты:*

0579

0597

0759

0795

0957

0975

Таким образом, из предложенного набора можно составить:

24 – 6 = 18 четырёхзначных чисел

Ответ*: 18*

Сочетания. Задача

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком, а их число равно

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)$

Пример всех размещений из $n = 3$ объектов (различных фигур)

по $m = 2$ на картинке справа. Согласно формуле, их должно

быть ровно $A_3^2 = 3\cdot(3-2+1) = 3\cdot 2 = 6$

Размещения. Задача

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком, а их число равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)$$

Пример всех размещений из $n = 3$ объектов (различных фигур)

по $m = 2$ на картинке справа. Согласно формуле, их должно

быть ровно $A_3^2 = 3\cdot(3-2+1) = 3\cdot 2 = 6$

Спасибо за просмотр!