



Комбинаторика.
Комбинаторные задачи.

Подготовила учитель
математики ССКОШ I и II видов
Соколова Н.Н.

Задача о бесплатном обеде

10 молодых людей решили отпраздновать окончание средней школы товарищеским обедом в ресторане. Когда все собрались и первое блюдо было подано, заспорили о том, как усесться вокруг стола. Одни предлагали разместиться в алфавитном порядке, другие - по возрасту, третьи - по успеваемости, четвертые-по росту и т.д.

Спор затянулся, суп успел остыть, а за стол никто не сажился. Примирил всех официант, обратившийся к ним с такой речью:

— Молодые друзья мои, оставьте ваши пререкания. Сядьте за стол как кому придется и выслушайте меня. Все сели как попало.

Официант продолжал:

— Пусть один из вас запишет, в каком порядке вы сейчас сидите. Завтра вы снова явитесь сюда пообедать и разместитесь уже в ином порядке. Послезавтра сядете опять по-новому и т. д., пока не перепробуете всех возможных размещений. Когда же придет черёд вновь сесть так, как сидите вы здесь сегодня, тогда, обещаю торжественно, я начну ежедневно угощать вас бесплатно самыми изысканными обедами. Предложение понравилось. Решено было ежедневно собираться в этом ресторане и перепробовать все способы размещения за столом, чтобы скорее начать пользоваться бесплатными обедами. Однако им не пришлось дожидаться этого дня. И вовсе не потому, что официант не исполнил обещания, а потому, что число всех возможных размещений за столом чересчур велико. Оно равняется, ни мало ни много, $3\ 628\ 800$. Такое число дней составляет, как нетрудно сосчитать, почти 10 тысяч лет!

Комбинаторика

Раздел математики, в котором изучают, сколько комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из данных объектов, называется комбинаторикой

Метод перебора вариантов

Задача1

Из цифр 4,6,7 составляют различные трехзначные числа без повторяющихся цифр.

- а) Сколько всего чисел можно составить?
- б) Найдите наибольшее число.
- в) Найдите наименьшее число, у которого вторая цифра равна 7.
- г) Сколько чисел, оканчивающихся цифрой 7, можно составить?

Решение

а) Зафиксируем на первом месте цифру 4 , получаем два возможных варианта: 467; 476

Затем на первое место ставим цифру 6, получаем тоже два варианта: 647; 674

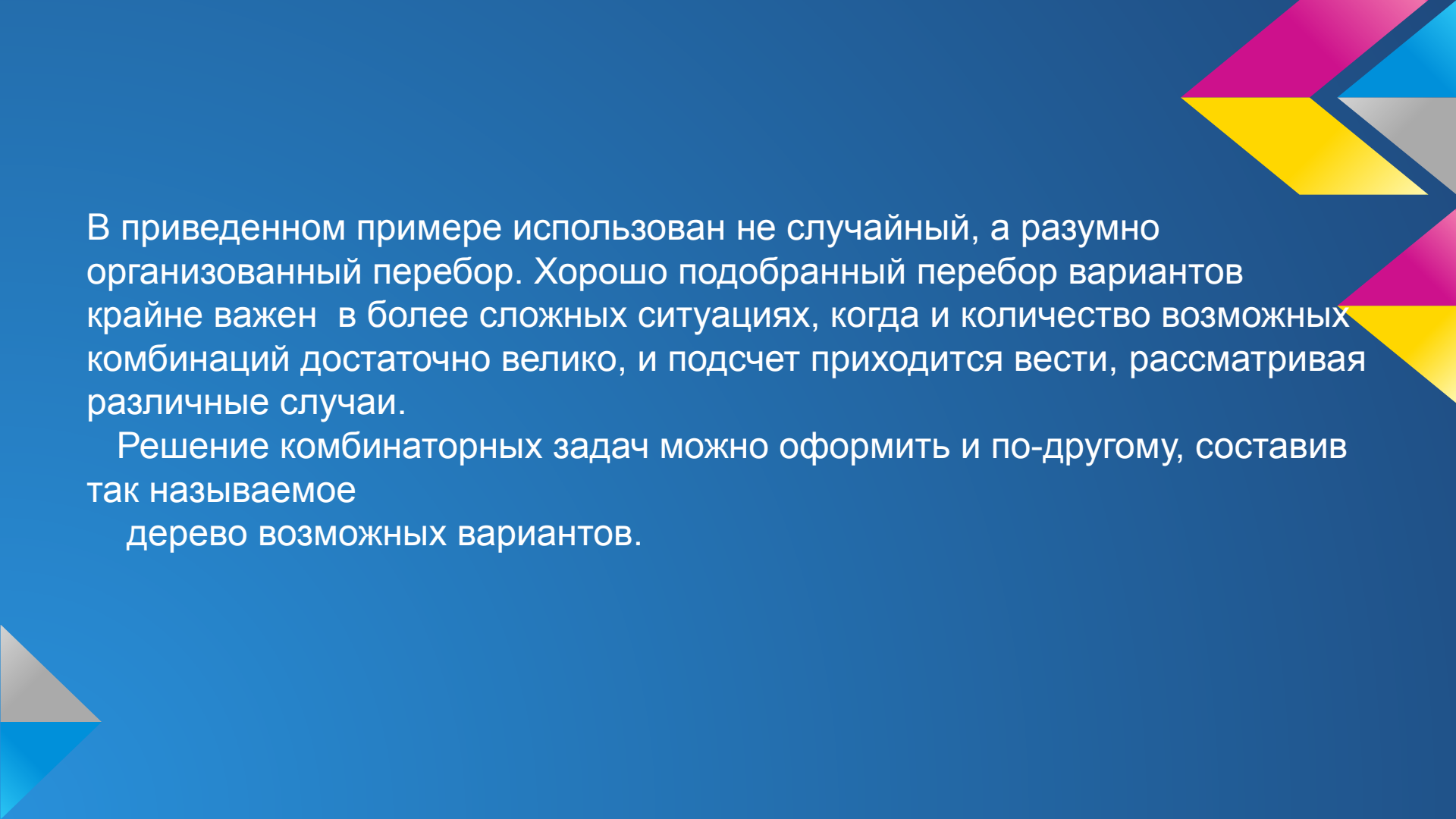
Наконец, на первое место ставим цифру 7, получаем еще два варианта: 746; 764

Итого, всего можно составить 6 чисел;

б) Наибольшее число: 764;

в) Наименьшее число, у которого вторая цифра равна 7: 476;

г) Можно составить два числа, оканчивающихся цифрой 7: 467; 647.

The slide features a dark blue background. In the top right corner, there are several overlapping, colorful geometric shapes: a pink triangle pointing left, a yellow triangle pointing left, a blue triangle pointing left, and a grey triangle pointing left. In the bottom left corner, there are two overlapping triangles: a blue one pointing right and a grey one pointing right.

В приведенном примере использован не случайный, а разумно организованный перебор. Хорошо подобранный перебор вариантов крайне важен в более сложных ситуациях, когда и количество возможных комбинаций достаточно велико, и подсчет приходится вести, рассматривая различные случаи.

Решение комбинаторных задач можно оформить и по-другому, составив так называемое
дерево возможных вариантов.

Дерево возможных вариантов

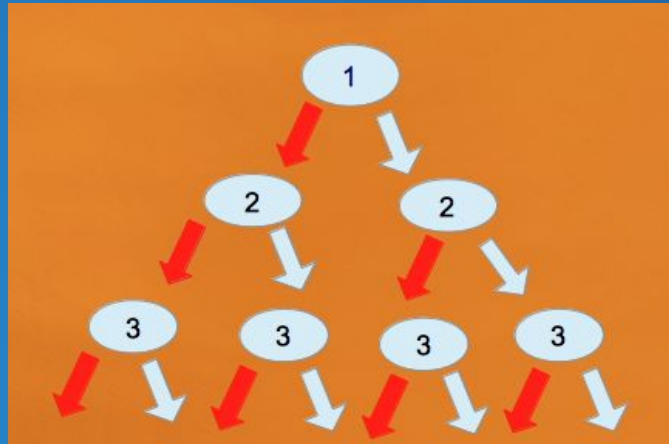
Задача1

В коридоре три лампочки.

- а) Сколько имеется различных способа освещения коридора, включая случай, когда все лампочки не горят?
- б) Сколько имеется различных способов освещения, если известно, что лампочки №1 и №2 горят или не горят одновременно?

Решение

а) В корень дерева поместим первую лампочку. Она может гореть (показано красной стрелкой), а может не гореть (голубая стрелка). В следующих уровнях дерева показаны варианты освещения второй и третьей лампочек. В итоге существует 8 различных способов освещения коридора.



Эти способы также можно записать, обозначая горящую лампочку знаком «+», негорящую лампочку-знаком «-».

+ + +

+ + -

+ - +

+ - -

- - -

- + +

- + -

- - +

б) Выбираем из 8 найденных способов те, которые соответствуют условию — лампочки №1 и №2 горят или не горят одновременно.

+ + +

+ + -

- - -

- - +

Получаем 4 комбинации.

в) Сколько имеется различных способов освещения коридора, когда горит большинство лампочек?

в) Выбираем те комбинации, которые соответствуют условию — горит большинство лампочек, т.е. должны гореть 2 или 3 лампочки

+ + +

+ + -

+ - +

- + +

Получаем 4 комбинации.

Ответ: 8 способов; 4 способа; 4 способа.

Задачи:

1) Из цифр 0; 1; 4; 8; 9 составляют двузначное число (повторение допускается).

- а) Сколько всего чисел можно составить?
- б) Укажите наибольшее число.
- в) Укажите наименьшее число, кратное 9.
- г) Сколько четных чисел можно составить?
- д) Перечислите все числа, которые кратны 8.

Задачи:

2) Для завтрака на кусок белого, черного или ржаного хлеба можно положить сыр или колбасу. Бутерброд можно запить чаем, молоком или кефиром.

- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов завтрака.
- б) В скольких случаях будет выбран молочный напиток?
- в) Что более вероятно: то, что хлеб будет ржаным, или то, что бутерброд будет с сыром?
- г) Как изменится дерево вариантов, если известно, что сыр не положат на черный хлеб, а колбасу не будут запивать кефиром?