

Комбинаторика

Размещение и
сочитание

Размещение

- В комбинаторике размещением называется расположение «предметов» на некоторых «местах» при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны. Более формально, размещением (из n по k) называется упорядоченный набор из k различных элементов некоторого n -элементного множества.

Размещение

- Например, — это 4-элементное размещение 6-элементного множества $\{1,2,3,4,5,6\}$.
- Набор элементов $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ir}\}$ из множества X , т.е. $x_{ij} \in X$ ($j=1,2,\dots,r$) называется выборкой объемом k из n элементов или просто (n,k) -выборкой.

Размещение

- **(n,k)-выборка называется упорядоченной, если в ней задан порядок следования элементов. Если порядок следования элементов в выборке не является существенным, то такая выборка неупорядоченная.**
- **число (n,k) – размещений без повторений**

$$A_n^k = n^{\underline{k}} = (n)_k = n(n-1)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} k!$$

Сочетание

- В комбинаторике сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данных n элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.

Сочетание

Число всех выборов k элементов из n данных без учета их порядка называют числом сочетаний из n элементов по k

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Формулы:

Для любых натуральных чисел n и k
где $n > k$, справедливы равенства:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$$

Для числа выборов
двух элементов из n
данных:

$$A_n^2 = n(n-1)$$

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$C_n^2 = \frac{A_n^2}{2}$$