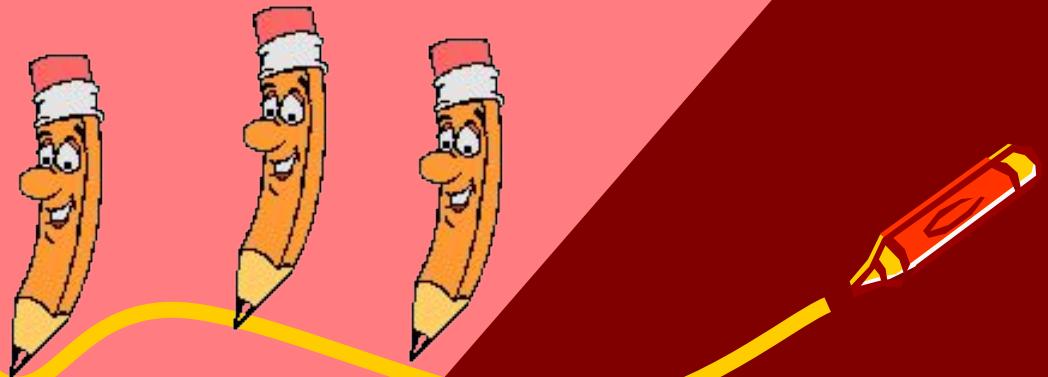




# "Комбинаторные задачи".



Подготовили:  
Ученицы 7А класса  
ОСШ № 19  
Долинко Галина  
Соколовская Валерия

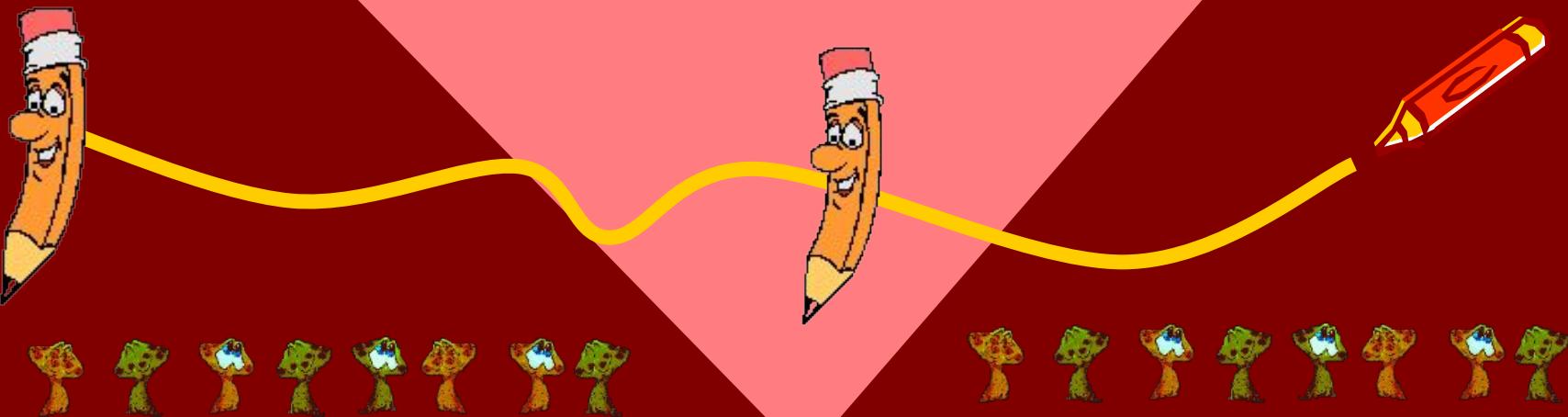




Цель: составить сборник задач по данной теме.

Задачи:

- рассмотреть примеры комбинаторных задач
- научиться выделять основные типы задач
- рассмотреть алгоритмы и схемы для решения задач
- составить аналогичные задачи
- представить результат своей деятельности, в виде сборника задач





# Актуальность темы

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Комбинаторика как наука стала развиваться в 18 веке параллельно с возникновением теории вероятностей.

Основы комбинаторики очень важны для оценки вероятностей случайных событий, тк. именно они позволяют подсчитать принципиально возможное количество различных вариантов развития событий, но которые нельзя описать или охарактеризовать с помощью неизменных закономерностей в виде формул, правил, теорем и тп.

Навыки решения задач используются, как в часы досуга, так и для работы в секретных службах, развития математических способностей. Мы полагаем, что результаты нашей работы вызовут интерес у учащихся и ребят интересующихся математикой.

Поэтому наш сборник можно использовать на уроках, как дидактический материал по теме «Решение задач на перестановки, размещения и сочетания» и упражнения для развития логики и внимания, в виде занимательных квадратов.



рассмотрим, например, “дерево возможностей”, которое помогает решать разнообразные задачи, касающиеся перебора вариантов происходящих событий.

## Задача:

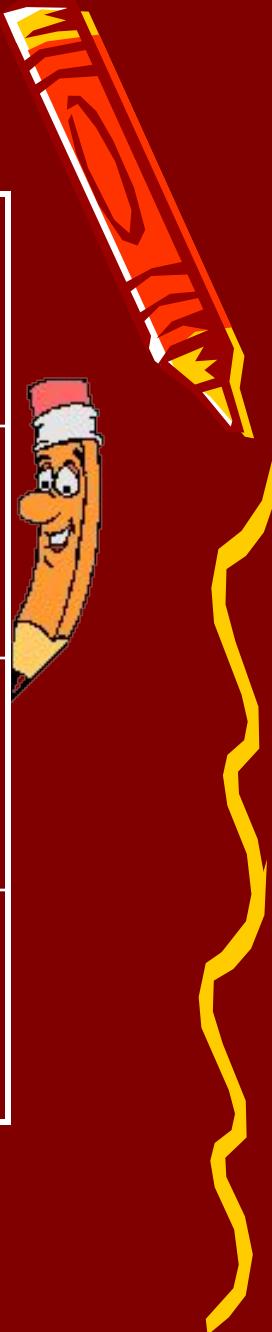
В школьной столовой на первое можно заказать борщ, солянку, грибной суп, на второе - мясо с макаронами, рыбу с картошкой, курицу с рисом, а на третье - чай и компот. Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?



Перечислим  
возможные  
варианты

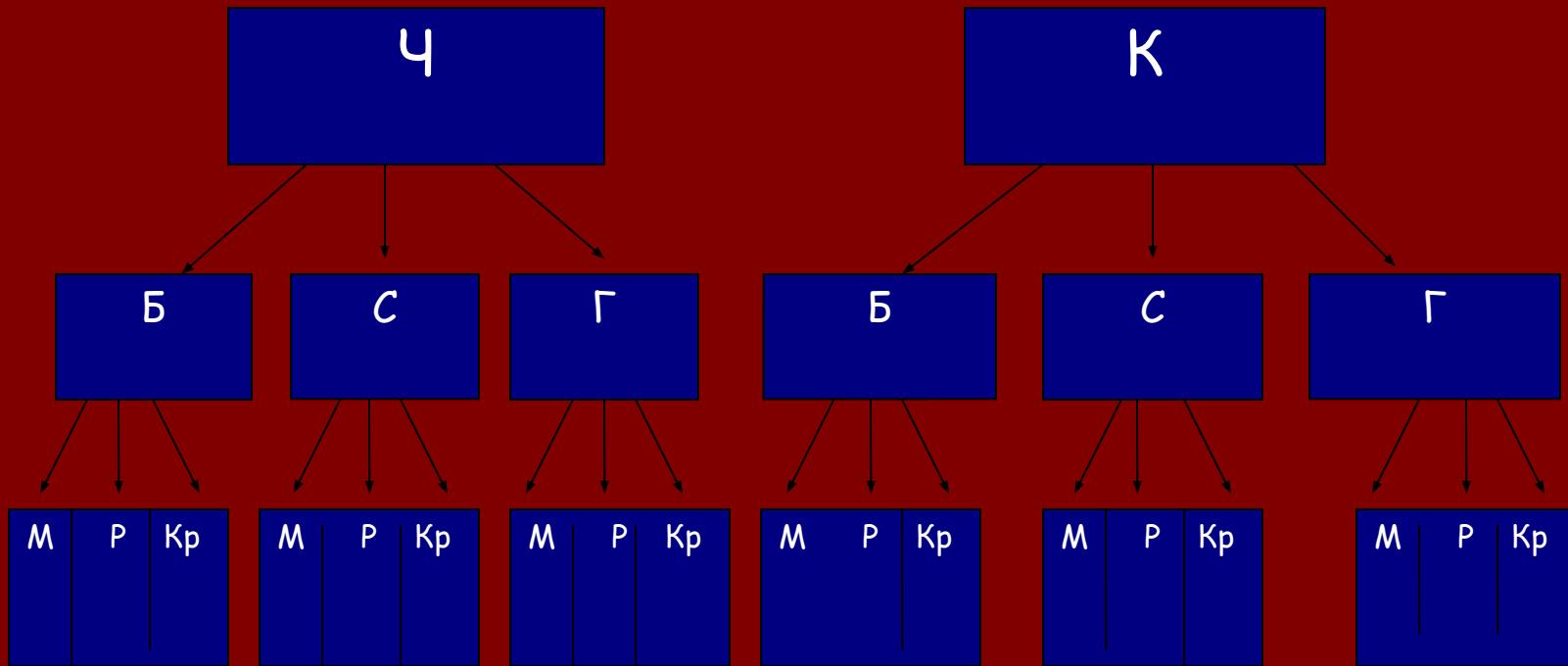
1 способ:

Чай (Ч) Компот (К)	Мясо с макаронами (М)	Рыба с картошкой (Р)	Курица с рисом (Кр)
Борщ (Б)	БМЧ/БМК	БРЧ/БРК	БКрЧ/БКрК
Солянка (С)	СМЧ/СМК	СРЧ/СРК	СКрЧ/СКрК
Грибной суп (Г)	ГМЧ/ГМК	ГРЧ/ГРК	ГКрЧ/ГКрК



2 способ:

Дерево  
возможностей



Каждый путь по этому «дереву» соответствует  
одному из способов выбора,  
число способов выбора равно числу точек в  
нижнем ряду «дерева».



## З способ

## Правило умножения

Правило умножения заключается в том, что для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В,

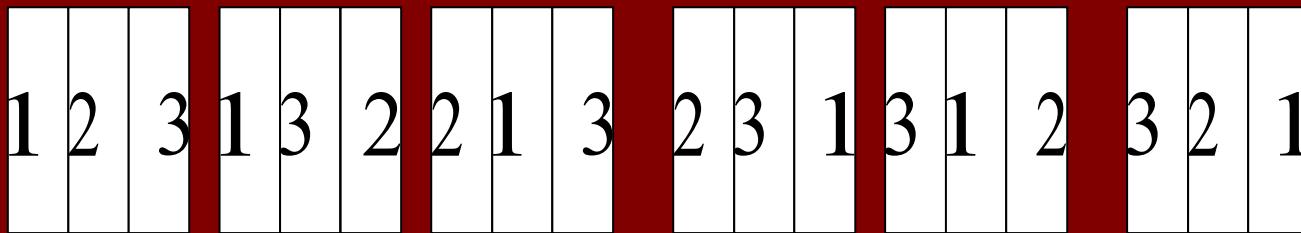
т.е. в нашей задаче имеется 3 элемента:  
первое, можно выбрать 3 раза,  
второе - 3 раза и  
третье - 2 раза,  
получаем:  $3 \times 3 \times 2 = 18$



В своей работе мы рассмотрели задачи на перестановки, сочетания и размещения.

Перестановкой из  $n$  элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке. Число перестановок из  $n$  элементов обозначается символом  $P_n$  ( $P$  из  $n$  элементов). Например.

Задача: в книжном шкафу на полке стоят 3 книги, эти книги можно переставить по разному:



Каждое из этих расположений называется перестановкой из трех элементов.

Таким образом  $P_3 = 6$ .

$$\text{Т.е. } P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 = 3!$$

Формула для вычислений:  $P_n = n!$



*Размещением из  $n$  элементов по  $k$  ( $k$  меньше или равно  $n$ ) называется любое множество, состоящее из любых  $k$  элементов, взятых в определенном порядке из данных  $n$  элементов.*

**Обозначение:**  $A_n^k$  (читают: « $A$  из  $n$  по  $k$ »).

**Задача:**

Пусть имеется три шара и две пустых ячейки. В пустые ячейки можно разместить по два шара.

**Решение:** из трех элементов по два будут наборы  $(1,2)$ ,  $(2,1)$ ,  $(1,3)$ ,  $(3,1)$ ,  $(2,3)$ ,  $(3,2)$ .

*Размещения считаются различными, если они отличаются самими элементами или порядком их расположения.*

Например:  $(1,2)$ ,  $(2,1)$ ,  $(1,3)$ ,  $(3,1)$  в нашем примере.

В результате получаем:  $A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$ .

**Задача:**

Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

**Решение:**  $A_8^4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$



**Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$**  называется любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов.

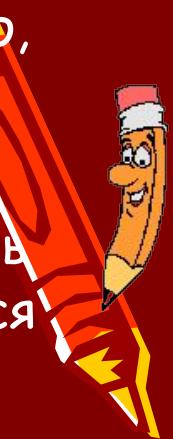
**Обозначение:**  $C_n^k$  (читают  $C$  из  $n$  по  $k$ ).

**Задача:** Пусть имеется три шара разного цвета. Нужно рассмотреть все возможные способы составления шаров, в которых сочетаются два цвета из данных трех.

**Решение:** из трех элементов (1;2;3) по два будут наборы (1,2),(1,3),(2,3).

В отличии от размещений в сочетаниях не имеет значение, в каком порядке указаны элементы. Два сочетания различны, если отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. Например: (1,2),(1,3).

**Решение: (2 способ).** В нашем примере, в каждом сочетании выполнимы все перестановки. Число таких перестановок равно  $P_2$ . В результате получим все возможные комбинации из 3 элементов по 2, которые отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов, т.е. все размещения из 3 элементов по 2. Всего мы получим  $A_3^2$  размещений. Значит если количество размещений разделить на количество перестановок, получим количество сочетаний из трех элементов по два.  $C_3^2 = A_3^2 / P_2 = 6 : 2 = 3$ .



## магические и занимательные квадраты

**Задача:** Расположить натуральные числа от 1 до 9 в магический квадрат  $3 \times 3$ .

В магическом квадрате  $3 \times 3$  магической постоянной 15 должны быть равны сумме трех чисел по 8 направлениям: по 3 строкам, 3 столбцам и 2 диагоналям.

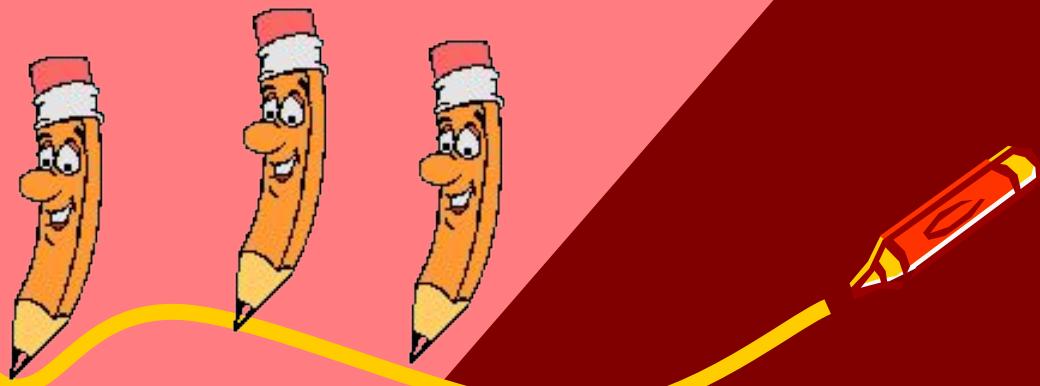
2	9	4
7	5	3
6	1	8

Проведенное нами простое построение магического квадрата  $3 \times 3$  доказывает его единственность.





# "Сборник задач".



## Тема: «Метод перебора».



В школьной столовой было меню: из напитков - кофе, чай; гарнир - картошка, рис, перловка; мясное - курица, котлеты, тефтели. Сколько возможных вариантов обеда можно заказать в школьной столовой? (Архипова Юля 6Б класс)

Художнику надо было нарисовать картины о трех профессиях: продавец, повар и пожарник. Позировать для картины пришли два продавца Оля и Вера; три повара Андрей, Света и Ника; три пожарника - Леша, Миша и Паша. Сколько может получится картин у художника, если в позировании примут участие все участники? (Искакова Айжан 6В класс)

В магазине продавали из хлебной продукции: кириешки, компашки, хлеб; из колбас - ливерную, докторскую, молочную; из напитков - сок, лимонад. Сколько покупок можно сделать из трех наименований? (Яковлев Константин 6В класс)



## Тема: Перестановки, размещения, сочетания.

В спорт зале на полке находилось 7 футбольных мячей. Найти все возможные перестановки?

(Яковлев Константин 6В класс)

Учащиеся шестого класса изучают 12 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 6 различных предметов?  
(Яковлев Константин 6В класс)

В классе было 13 человек. Сколько возможных вариантов сесть за парты по одному? по два?

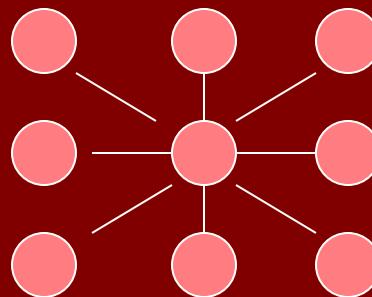
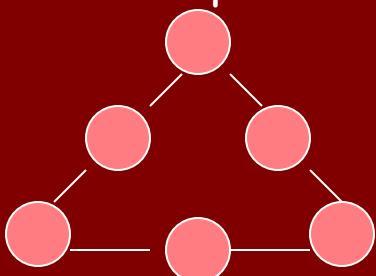
(Искакова Айжан 6В класс)

В классе 28 человек, надо выбрать на каждый день двух дежурных. Сколькими способами можно это сделать? (Ворошина Ольга 6А класс)



## Тема: «Занимательные квадраты».

- В квадрат  $3 \times 3$ , расставьте цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9 так, чтобы сумма чисел, стоящих в каждом вертикальном ряду, в каждом горизонтальном ряду, а также на любой диагонали было равно 15. (Яковлев Константин 6В класс)
- Заполните магический квадрат  $3 \times 3$ , используя числа 9,10,11,12,13,14,15,16,17, чтобы сумма была равна 39. (Балахнин Володя 6Б класс)
- Поставьте цифры 3,4,5,6,7,8 так, чтобы сумма на всех сторонах треугольника была равна 15.



(Балахнин Володя 6Б класс)

- Расставить числа 1,5,7,8,9,10,11,12,18 так, чтобы в каждой линии получилось 24. (Искакова Айжан 6В класс)

