

Комбинаторные задачи и  
начальные сведения из теории  
вероятностей в курсе алгебры  
9 класса.

Парамонова  
Татьяна Павловна

# Примерное планирование

№ параграфа, пункта	Тема	Количество уроков
<b>3</b>	<b>Элементы комбинаторики</b>	<b>8</b>
3.1	Примеры комбинаторных задач	2
3.2	Перестановки	2
3.3	Размещения	2
3.4	Сочетания	2
<b>4</b>	<b>Начальные сведения из теории вероятности</b>	<b>3</b>
4.1	Вероятность случайного события	3
4.2 *	Сложение и умножение вероятностей	0
	Контрольная работа	1
Итого		12

# Комбинаторные задачи

- В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число этих комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач, а раздел математики, в котором рассматриваются подобные задачи, называют комбинаторикой. Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономике и других областях знаний.

# Способы решения комбинаторных задач:

- Перебор возможных вариантов
- Дерево возможных вариантов
- Комбинаторное правило умножения

**Задача 9.2. У Ирины пять подруг: Вера, Зоя, Марина, Полина и Светлана, Она решила двух из них пригласить в кино. Укажите все возможные варианты выбора подруг. Сколько таких вариантов?**

*Решение:*

Переберу возможные варианты:

Вера, Зоя	Вера, Марина	Вера, Полина	Вера, Светлана
Зоя, Марина	Зоя, Полина	Зоя, Светлана	
Марина, Полина	Марина, Светлана		
Полина, Светлана			

Таких вариантов 10.

**Задача 9.7. Используя цифры 0; 2; 4; 6, составьте все возможные трёхзначные числа, в которых цифры не повторяются.**

**Решение:**

**1) Составлю дерево возможных вариантов:**

Первая цифра	2						4						6					
вторая цифра	0		4		6		0		2		6		0		2		4	
третья цифра	4	6	0	6	0	4	2	6	0	6	0	2	2	4	0	4	0	2
Всего 18 вариантов																		

2) Посчитаю количество трёхзначных чисел по комбинаторному правилу умножения: Первую цифру я могу выбрать из имеющихся четырёх 3 способами, после чего вторую цифру я могу выбрать из оставшихся трёх 3 способами, после чего третью цифру я могу выбрать из оставшихся двух 2 способами, значит способов выбора у меня  $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ .

*Определение:* Перестановкой из  $n$  элементов называется каждое расположение этих элементов в определённом порядке.

$$P_n = n!$$

*Задача 9.23.* Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придётся перебрать, чтобы дозвониться подруге.

*Решение:*

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \text{ (вариантов дозвона)}$$

*Задача 9.29.* В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?

*Решение:*

Сначала буду рассматривать уроки алгебры и геометрии как один урок, тогда надо составить расписание не для 6 уроков, а для 5, т.е.  $P_5 = 5! = 120$  (способами). При этом возможны  $2! = 2$  способа для расстановки уроков алгебры и геометрии относительно друг друга, значит по комбинаторному правилу умножения расписание на понедельник, соответствующее заданным требованиям, можно составить  $120 \cdot 2 = 240$  (способами).

*Определение:* Размещением из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ) называется любое множество, состоящее из любых  $k$  элементов, взятых в определённом порядке из данных  $n$  элементов.  $A_n^k = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-(k-1))$

*Из определения следует, что два размещения из  $n$  элементов по  $k$  считаются различными, если они отличаются самими элементами или порядком их расположения.*

*Задача 9.40.* Сколькими способами может разместиться семья из трёх человек в четырёхместном купе, если других пассажиров в купе нет?

*Решение:*

*Буду распределять (размещать) 4 места по 3 пассажирам, это возможно  $A_4^3 = 4*3*2 = 24$  способами.*

*Задача 9.52.* Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?

*Решение:*

*Имея 10 цифр, я могу составить  $A_{10}^7 = 10*9*8*7*6*5*4$  семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различны. Среди этих номеров имеются номера, начинающиеся с цифры 0, их число равно  $A_9^6 = 9*8*7*6*5*4$ . Значит всего таких телефонных номеров будет  $A_{10}^7 - A_9^6 = 10*9*8*7*6*5*4 - 9*8*7*6*5*4 = 544320$ .*



*Определение:* Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  называется любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов.  $C_n^k = n! / k!(n-k)!$

В отличие от размещений в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы. Два сочетания из  $n$  элементов по  $k$  отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

*Задача 9.57.* В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать двоих из них для участия в математической олимпиаде?

*Решение:*  $C_7^2 = 7! / 2!5! = 7 \cdot 6 / 2 = 21$ .

*Задача 9.68.* Для ремонта школы прибыла бригада, состоящая из 12 человек. Трёх из них надо отправить на четвёртый этаж, а четырёх из оставшихся – на пятый. Сколькими способами это можно сделать?

*Решение:*

На четвёртый этаж можно отправить рабочих  $C_{12}^3 = 12! / 3!9! = 12 \cdot 11 \cdot 10 / 6 = 220$  способами, после чего на пятый этаж можно отправить четверых из оставшихся 9 рабочих  $C_9^4 = 9! / 4!5! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 / (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) = 126$  способами, т.е. по комбинаторному правилу умножения всего таких способов  $220 \cdot 126 = 27720$ .

# Начальные сведения из теории вероятности

Событие, которое может произойти, может не произойти, называют случайным событием. Изучением закономерностей случайных событий занимается теория вероятностей.

Как часто наступает то или иное событие в большой серии испытаний со случайными исходами, которые происходят в одинаковых условиях?

*Определение:* Относительной частотой случайного события в серии испытаний называется отношение числа испытаний, в которых это событие наступило, к числу испытаний.

*Определение:* Вероятностью события называется отношение числа благоприятных для него исходов к числу всех равновозможных исходов.

*Задача 9.75.* В партии из 1000 деталей отдел технического контроля обнаружил 12 нестандартных деталей. Какова относительная частота появления нестандартных деталей?

*Решение:*  $12:1000 = 0,012$ .

*Задача 9.81.* Для новогодней лотереи отпечатали 1500 билетов, из которых 120 выигрышных. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?

*Решение:*  $120:1500 = 0,08 = 8\%$ .

Задача 9.93. На полке стоят 12 книг, из которых 4 – это учебники. С полки снимают наугад 6 книг. Какова вероятность того, что 3 из них окажутся учебниками?

*Решение:*

Пусть А – событие, состоящее в том, 3 из 6 снятых с полки книг, окажутся учебниками, тогда количество равновозможных исходов «снять 6 книг из 12» равно  $C_{12}^6$  при этом количество благоприятных исходов «снять 3 учебника из 4» равно  $C_4^3$ , после чего количество благоприятных исходов «снять 3 неучебника из 8 неучебников» равно  $C_8^3$  и по правилу комбинаторного умножения всего благоприятных исходов события А будет  $C_4^3 C_8^3$ .

Значит  $P(A) = C_4^3 C_8^3 / C_{12}^6 = (4!/3!1!)(8!/3!5!)/(12!/6!6!) = 4!8!6!6!/(3!3!5!12!) = 8:33 = 24\%$ .