Комбинаторные задачи

5 – 6 класс

Учитель математики
МБОУ «Гимназия»
г. Новозыбкова
Арещенко
Елена Александровна

Комбинаторика

- раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов

КОМБИНАТОРНАЯ ЗАДАЧА – это задача, требующая осуществления перебора всех возможных вариантов или подсчета их числа.

- **Решить** комбинаторную задачу - это значит выписать все возможные комбинации, составленные из чисел, слов, предметов и др., отвечающих условию задачи.

- **ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПЕРЕБОР** – строгий порядок разбора всех случаев, возможных решений.

Решение задачи методом полного перебора всех возможных вариантов

№1 ***Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1; 4; 7?***

Решение: Для того, чтобы не пропустить и не повторить ни одного из чисел, будем выписывать их в порядке возрастания:

11;14;17;(начали с 1)

41;44;47;(начали с 4)

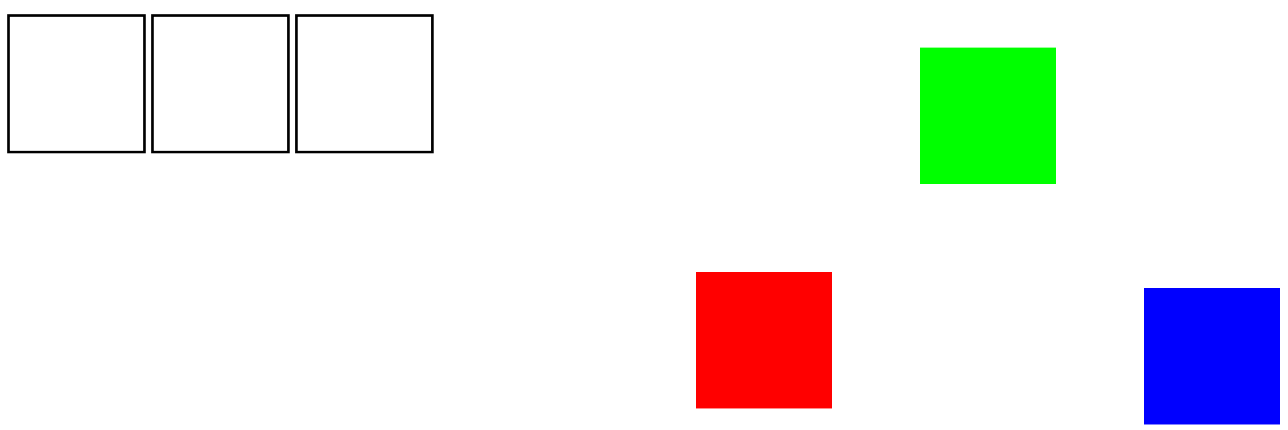
71;74;77;(начали с 7)

Таким образом, из трёх данных цифр можно составить всего 9 различных двузначных чисел.

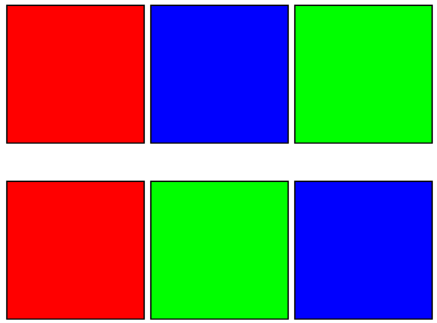
Ответ: 9 чисел.

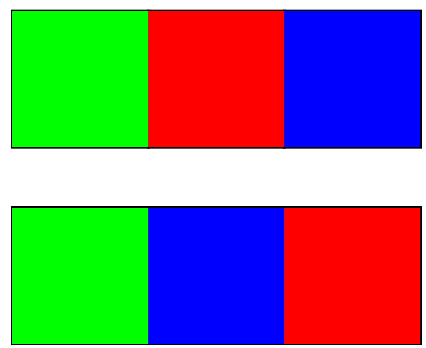
Решение задачи методом полного перебора всех возможных вариантов

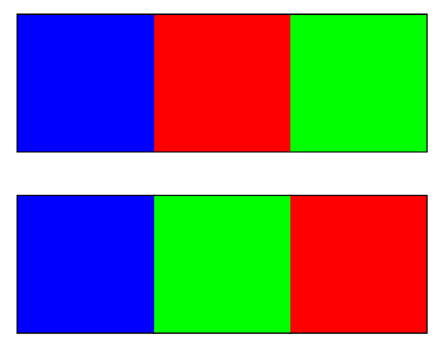
№2 ***Прямоугольник состоит из трех квадратов. Сколькими способами можно раскрасить эти квадраты тремя красками: красной, зеленой и синей?***



Решение задачи:







6 способов

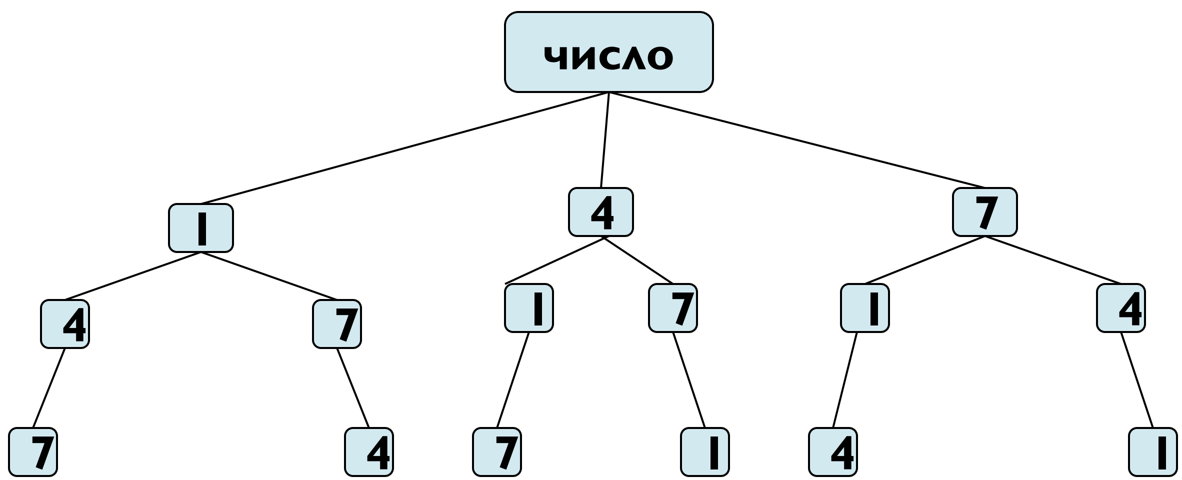
Решение задач с помощью дерева возможных вариантов

- Существует более общий подход к решению самых разных комбинаторных задач с помощью составления специальных схем. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда название - дерево возможных вариантов. При правильном построении дерева ни один из возможных вариантов решения не будет потерян.

Задача.

Рассмотрим задачу **о составлении трехзначных чисел из цифр 1;4;7** (*цифры в записи числа не повторяются*).

Для её решения построим схему-дерево возможных вариантов.



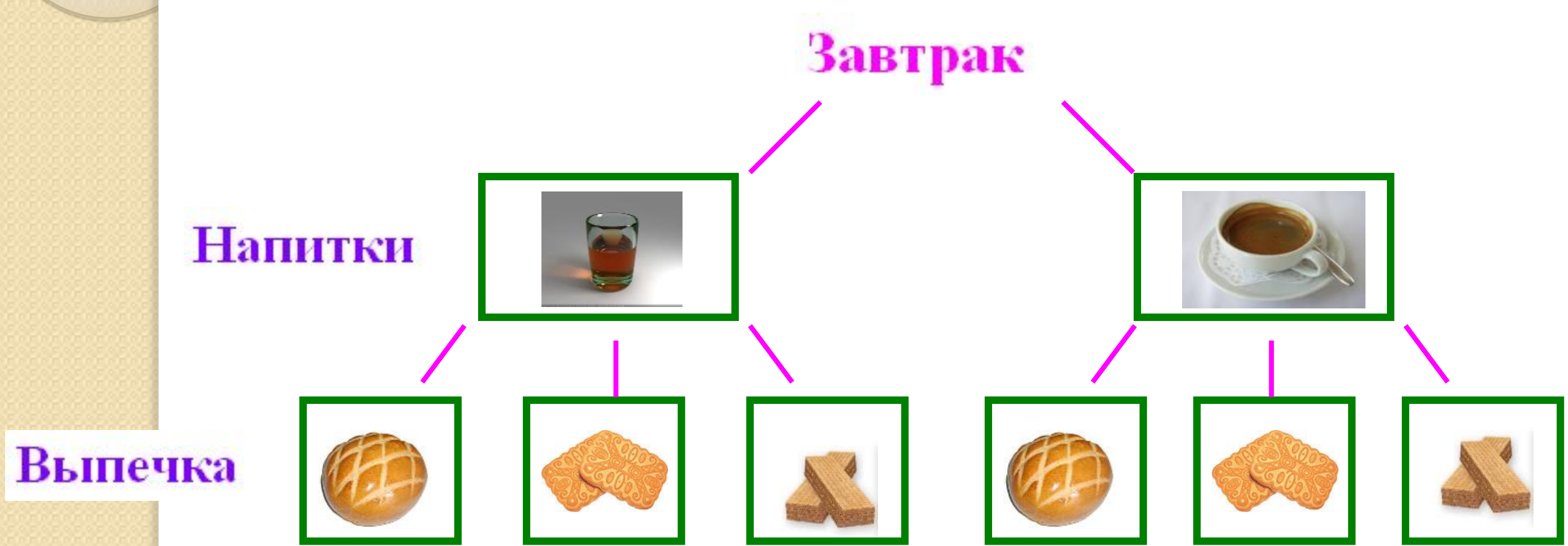
Ответ: числа 147; 174; 417; 471; 714; 741

- Сколько различных завтраков, состоящих из 1 напитка и 1 вида выпечки, можно составить из чая, кофе, булочки, печенья и вафель?





Решение задачи:



Ответ: 6 способов

Правило умножения в комбинаторных задачах.

Для комбинаторной задачи с умножением можно построить дерево вариантов, но такое дерево строить станет намного сложнее, именно поэтому используется метод умножения, чтобы запись была короче.

Рассмотрим этот метод на примере одной задачи:

На обед в школьной столовой предлагается 2 вида супа, 3 вторых блюда и 4 разных сока. Сколько различных обедов можно составить по предложенному меню?

Рассуждение:

Первое блюдо можно выбрать 2 способами, для каждого вида супа можно выбрать второе блюдо из трёх предложенных, уже получается 6 вариантов , осталось выбрать напиток: для каждого из 6 полученных наборов существует 4 способа выбора напитка. Итог: 24 способа.

Оформление:

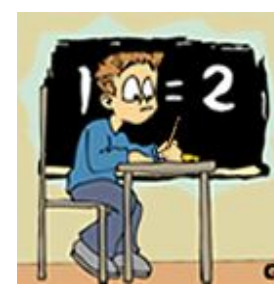
Суп - 2 способа
Вторые блюда - 3 способа
Сок - 4 способа

Решение: $2 \times 3 \times 4 = 24$

Ответ:
Можно составить 24 варианта различных обедов

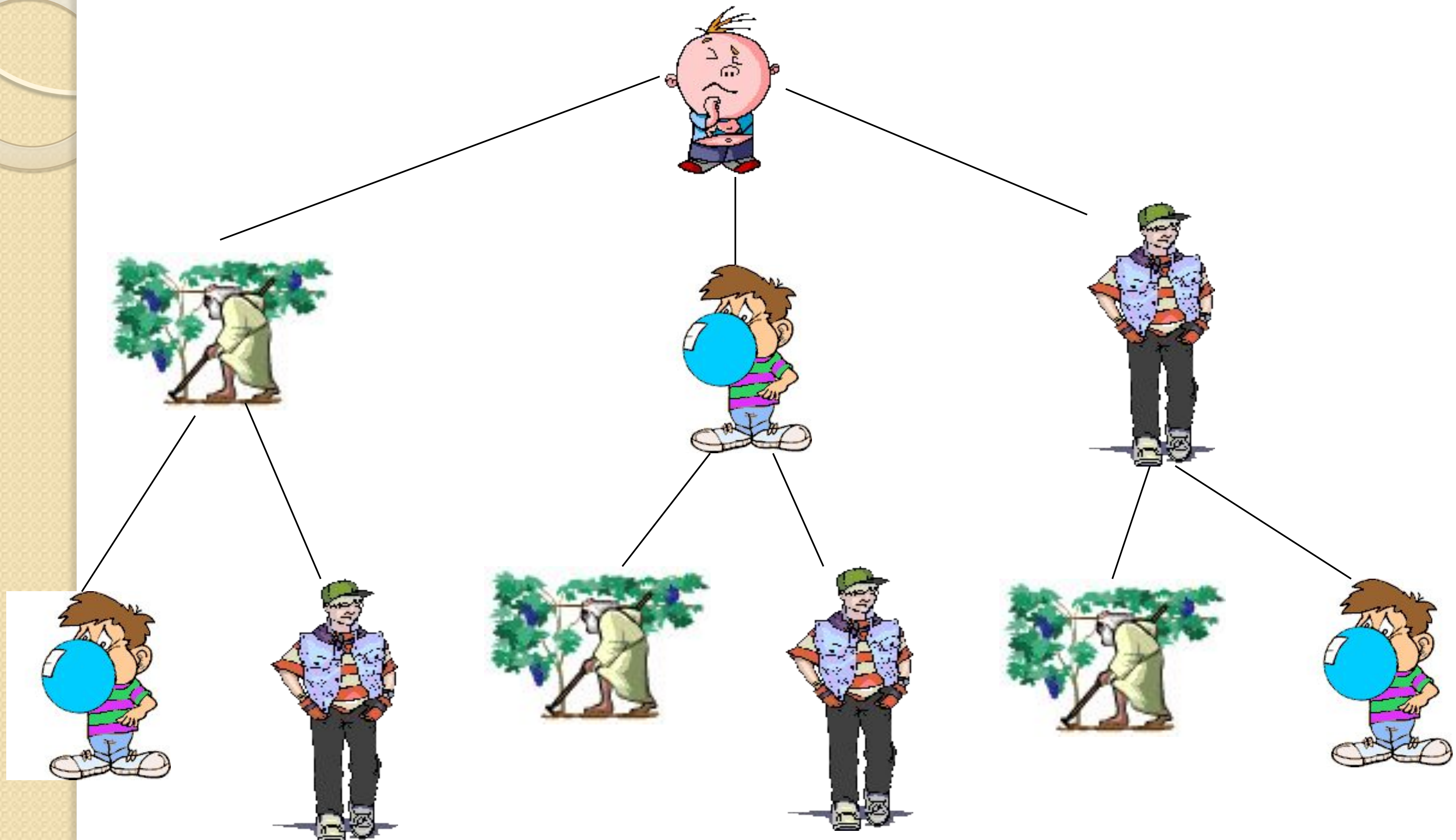
Перестановки в комбинаторных задачах.

В комбинаторике часто приходиться решать задачу о том, сколькими способами можно расположить в ряд или, как говорят математики, упорядочить все элементы некоторого множества. Каждое из таких расположений называют ***перестановкой.***



- Миша решил в воскресенье навестить дедушку, своего друга Петю и старшего брата Володю. В каком порядке он может организовать визиты? Сколько вариантов получилось ?

Решение задачи:



6 способов

Здесь речь идет о числе перестановок, т.е. о выполнении трех визитов в разной последовательности.

Сначала Миша выбирает, к кому отправится в первую очередь – 3 способа, затем он идет в гости к кому – то из 2 оставшихся, ну а затем – к последнему.

3•2•1= 6 способов

Задача.

В турнире участвуют четыре человека. Сколькими способами могут быть распределены места между ними?

Решение. *Первое место может занять любой из 4 участников. При этом второе место может занять любой из трёх оставшихся, третье – любой из двух оставшихся, а на четвёртом месте остаётся последний участник.*

Значит, места между участниками могут быть распределены следующим образом $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Ответ: 24 способами.

- Заметим, что в решении каждой задачи получили произведение всех натуральных чисел от 1

  до 3 (в первой задаче)

  до 4 (во второй задаче)

Такое произведение записывается короче:

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ («*три факториал*»)

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$ («*четыре факториал*»)

- *Андрей, Боря, Витя и Дима решили покататься на карусели. На ней было 4 сиденья с изображением льва, слона, тигра и медведя. Ребята заспорили, кому где сидеть, поэтому решили перепробовать все способы. Сколько раз нужно в таком случае прокатиться на карусели?*

Решение: Здесь речь идет о числе перестановок, т.е. о размещении 4 мальчиков по 4 местам разными способами: $4! = 24$