Комплексное число. Показательная форма комплексного числа.

Ко́мпле́ксные чи́сла (устар. мнимые числа) — числа вида $x+yi$, где x и y — вещественные числа, i — мнимая единица (величина, для которой выполняется равенство: $i^2=-1$). Множество всех комплексных чисел с арифметическими операциями является полем и обычно обозначается C от лат. complex — тесно связанный.

Показательная форма комплексного числа

Применяя формулу Эйлера к тригонометрической форме, получим показательную форму комплексного числа:

$$z = re^{i\varphi}$$

где $e^{i\varphi}$ *— расширение экспоненты для случая комплексного показателя степени.*

Отсюда вытекают следующие широко используемые равенства:

$$\cos\varphi = \frac{(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})}{2}$$

$$\sin\varphi = \frac{(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})}{2i}$$

Действия над комплексными числами в показательной форме.

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i\varphi_1} \cdot r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i\varphi_1}}{r_2 e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$z^n = \left(re^{i\varphi}\right)^n = r^n e^{in\varphi}$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{re^{i\varphi}} = \sqrt[n]{r} e^{\frac{i(\varphi+2\pi k)}{n}}, \quad k = \overline{0, n-1}.$$