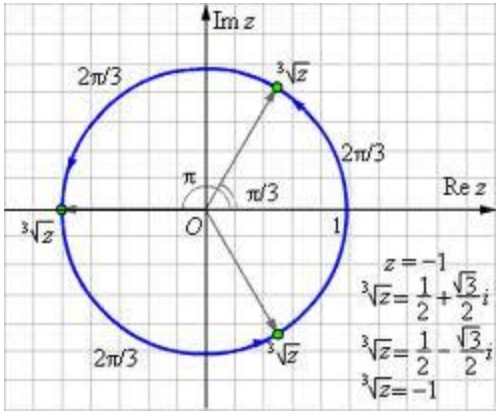
$$z = x + iy$$

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА



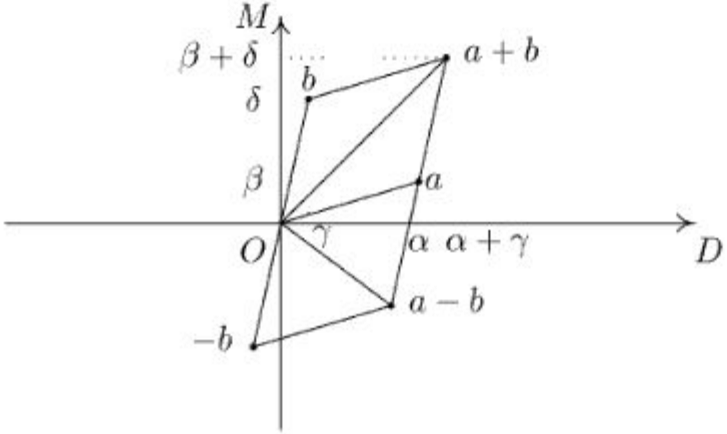
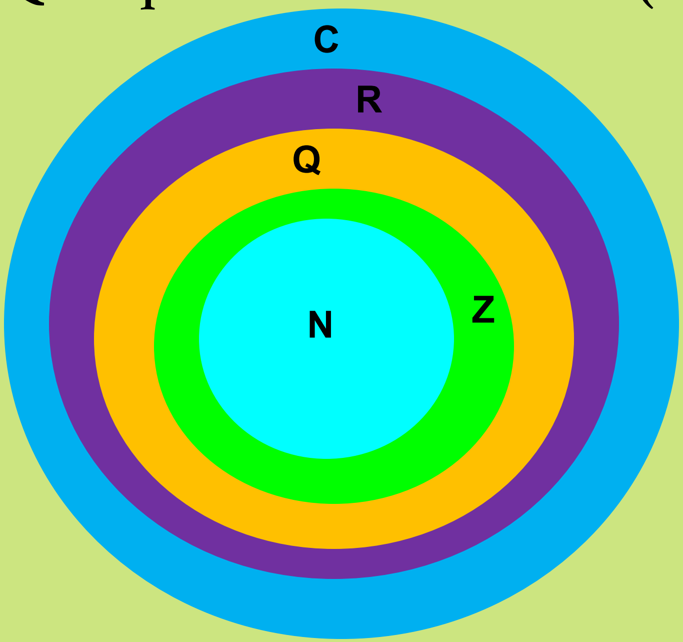


Рис. 1.2

$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

- N- ”natural”   R- “real”   C - “complex”   Z – исключительная роль нуля “zero”
- Q – “quotient” отношение (т.к. рациональные числа – m/n)

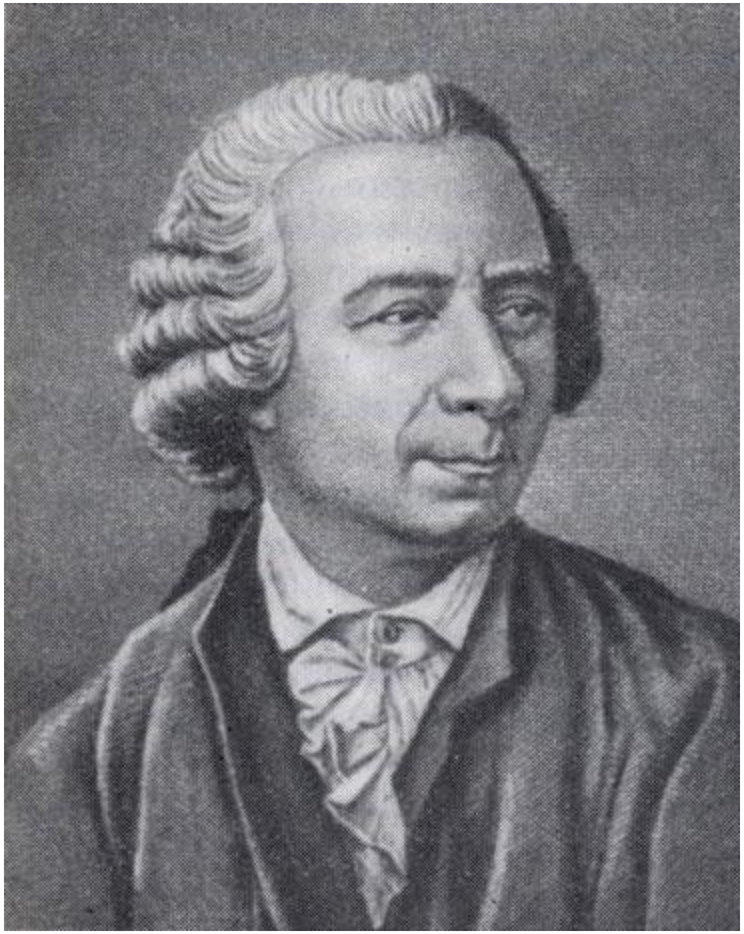


Минимальные условия комплексного числа

- 1) Существует число, квадрат которого = -1.
- 2) Множество комплексных чисел содержит все действительные числа.
- 3) Операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел удовлетворяет обычным законом арифметических действий.

Элемент, квадрат которого равен -1 называется мнимой единицей. Обозначается i (переводится «мнимый», «воображаемый»)

- "Комплексными числами и функциями комплексного переменного математики пользовались в своих исследованиях уже в XVIII в. Особенно велики заслуги крупнейшего математика XVIII в. Леонарда Эйлера (1707—1783), который по праву считается одним из творцов теории функций комплексного переменного. В замечательных работах Эйлера детально изучены элементарные функции комплексного переменного.
  После Эйлера открытые им результаты и методы развивались, совершенствовались и систематизировались, и в первой половине XIX в. теория функций комплексного переменного оформилась как важнейшая отрасль математического анализа. "Первое упоминание о «мнимых» числах как о корнях квадратных и» отрицательных чисел относится еще к XVI в. (Дж. К а р д а н о, 1545). До середины XVIII в. комплексные числа появляются лишь эпизодически в трудах отдельных математиков (И. Ньютон, Н. Бернулли, А. Клеро). Первое изложение теории комплексных чисел на русском языке принадлежит Л. Эйлеру («Алгебра», Петербург, 1763, позднее книга была переведена на иностранные языки и многократно переиздавалась): символ «*i*» также введен Л. Эйлером. Геометрическая интерпретация комплексных чисел относится к концу XVIII в. (датчанин Каспар Вессель, 1799 г.)."



Условия про операции комплексных чисел позволяют умножать комплексные числа на мнимую единицу (i). ***Такое произведение называют чисто мнимыми числами.***

- **Например: i, 2i, -0,3i – чисто мнимые числа.**
- $3i + 13i = (3+13)i = 16i$
- $3i \cdot 13i = (3 \cdot 13)(i \cdot i) = 39i^2 = -39$

ПРАВИЛА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

1^0 $ai + bi = (a+b)i$

2^0 $a(bi) = (ab)i$

3^0 $(ai)(bi) = abi^2 = -ab$

4^0 $0i = 0$

Сумма a+bi (a и b действительные числа)

1) a = 0, то a+bi =0+bi=bi (мнимое)
2) b = 0, то a+bi =a+0=a (действительное)
3) a не равно нулю, то a+bi ни действительное, не мнимое. Оно более сложное составное число.

КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ НАЗЫВАЮТ СУММУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ЧИСТО МНИМОГО ЧИСЛА

Z=a + bi

КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО

$Z = a + bi$

a - действительная часть числа

bi-мнимая часть комплексного числа

<u>КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА РАВНЫ, КОГДА РАВНЫ ИХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ И МНИМЫЕ ЧАСТИ.</u>

$a+bi=c+di$, если $a=c$, $b=d$

ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ $Z_1=a+bi$ $Z_2=c+di$

1. $Z_1 + Z_2 = (a+c)+(b+d)$
2. $Z_1 Z_2 = (a+bi)(c+di) = (ac-bd)(bc+ad)i$
3. $Z_1 : Z_2 = (Z_1\overline{Z_2}) : (Z_2)^2$

СОПРЯЖЕННЫМ ЧИСЛОМ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА НАЗЫВАЕТСЯ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО, ОТЛИЧАЮЩЕЕСЯ ОТ ДАННОГО ЗНАКОМ МЕЖДУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ И МНИМОЙ ЧАСТЯМИ.

например: $a+bi$ и $a-bi$ – сопряженные числа.

Рассмотрим свойства на примерах :

$z_1=1-2i$ $z_2=3+i$ $z_3=-7i$

а) $Z_1 Z_2$ б) $Z_1 + Z_2 Z_3$ в) $Z_1 + (Z_2)^2 + (Z_3)^3$