Комплексные числа

Автор: Павлов Вадим
Студент группы МОБ1-1

- **Ко́мпле́ксные чи́сла**, — расширение множества вещественных , обычно обозначается . Любое комплексное число может быть представлено как формальная сумма $x + iy$, где x и y — вещественные числа, i — мнимая единица
- Комплексные числа образуют алгебраически замкнутое поле — это означает, что многочлен степени n с комплексными коэффициентами имеет ровно n комплексных корней Это одна из главных причин широкого применения комплексных чисел в математических исследованиях. Кроме того, применение комплексных чисел позволяет удобно и компактно сформулировать многие математические модели, применяемые в математической физике и в естественных науках.

- **Определения**
- Поле комплексных чисел можно понимать как расширения поля вещественных чисел, в котором многочлен $z^2 + 1$ имеет корень. Следующие две элементарные модели показывают, что непротиворечивое построение такой системы чисел возможно.
- **Стандартная модель**
- Комплексное число z можно определить как упорядоченную пару вещественных чисел (x,y). Введём операции сложения и умножения таких пар следующим образом:

- Вещественные числа являются в этой модели подмножеством множества комплексных чисел и представлены парами вида , причём операции с такими парами согласованы с обычными сложением и умножением вещественных чисел. Ноль представляется парой единица — амнимая единица— На множестве комплексных чисел ноль и единица обладают теми же свойствами, что и на множестве вещественных, а квадрат мнимой единицы, как легко проверить, равен , то есть − 1.
- Несложно показать, что определённые выше операции имеют те же свойства, что и аналогичные операции с вещественными числами. Исключением являются только свойства, связанные с отношением порядка (*больше-меньше*), потому что расширить порядок вещественных чисел, включив в него все комплексные числа так, чтобы операции по-прежнему были согласованы с порядком, невозможно.
- **Матричная модель**
- Комплексные числа можно также определить как семейство вещественных матриц вида
- с обычным матричным сложением и умножением. Действительной единице будет соответствовать
- мнимой единице

- **Действия над комплексными числами**
- Сравнение $a + bi = c + di$ означает, что $a = c$ и $b = d$ (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).
- Сложение $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$.
- Вычитание $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$.
- Умножение
- Деление