

# Кому нужна математика?

Нелли Литвак  
Профессор прикладной математики  
Университет Твенте, Нидерланды

# Математика Великая и Ужасная

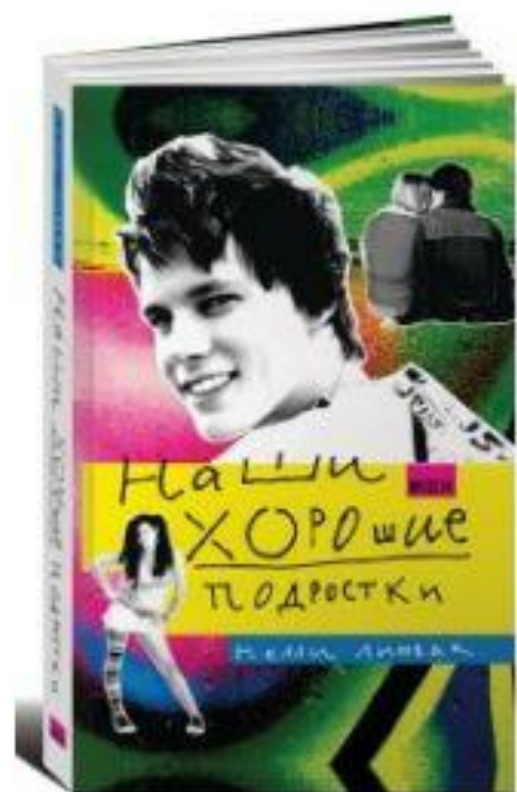
Нелли Литвак  
Профессор прикладной математики  
Университет Твенте, Нидерланды

- Физ-мат лицей №40, Нижний Новгород, 1989
- ВМК Нижегородского Госуниверситета, 1995
- Кандидат физ-мат наук, 1999
- Переехала работать в Нидерланды, 1999
- PhD в Техническом университете Эйнховен, 2002
- Университет Твенте, 2002-...

- Физ-мат лицей №40, Нижний Новгород, 1989
- ВМК Нижегородского Госуниверситета, 1995
- Кандидат физ-мат наук, 1999
- Переехала работать в Нидерланды, 1999
- PhD в Техническом университете Эйнховен, 2000
- Университет Твенте, 2002-...





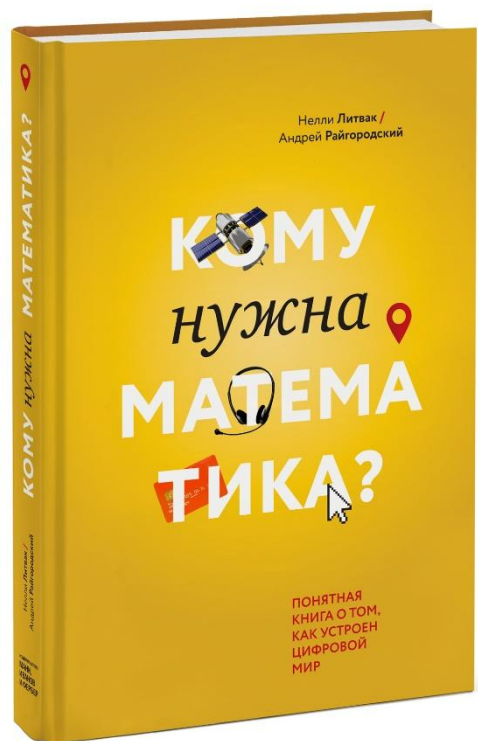


ozon.ru



ozon.ru





Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир.

Нелли Литвак, Андрей Райгородский

МИФ 2017









«И что, кому-то еще нужна математика?»



«И что, кому-то еще нужна математика?»

«Зачем нам математика, когда компьютеры могут все посчитать!»

Oh well!!





«И что, кому-то еще нужна математика?»

«Зачем нам математика, когда компьютеры могут все посчитать!»

## ПАРАДОКС:

- Мы живем в мире ЦИФРОВЫХ технологий
- Большинство не знает, какую роль в этом играет математика!

Oh well!!



# Сегодня

- Приложения
- Математика для всех!

**15 511 210 043 330 985 984 000 000**

**15 511 210 043 330 985 984 000 000**

- современный процессор с тактовой частотой в 2ГГц (2 миллиарда операций в секунду)

**15 511 210 043 330 985 984 000 000**

- современный процессор с тактовой частотой в 2ГГц (2 миллиарда операций в секунду)
- чтобы выполнить такое количество операций, ему понадобится

**245 миллионов лет!**

- Один прибор, 25 заданий
- В каком порядке выгоднее всего выполнять задания?
- ``Выгода'' может зависеть от срока выполнения, времени в очереди, и так далее.
- Попробуем перебрать все способы?
- Сколько способов?
- Первое задание: 25 способов
- Первое и второе задание:  $25 \times 24 = 600$  способов
- Всего

$$25 \times 24 \times 23 \times 22 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 25!$$



- Один прибор, 25 заданий
- В каком порядке выгоднее всего выполнять задания?
- ``Выгода'' может зависеть от срока выполнения, времени в очереди, и так далее.
- Попробуем перебрать все способы?
- Сколько способов?
- Первое задание: 25 способов
- Первое и второе задание:  $25 \times 24 = 600$  способов
- Всего

$$25 \times 24 \times 23 \times 22 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 25! =$$
$$= 15\,511\,210\,043\,330\,985\,984\,000\,000$$

**ПРОКЛЯТИЕ РАЗМЕРНОСТИ!**

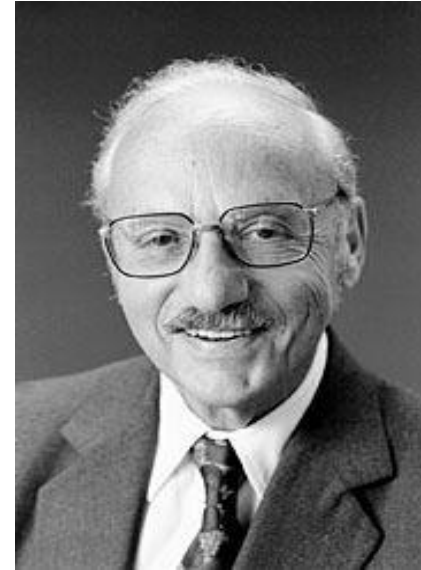


# Линейное программирование



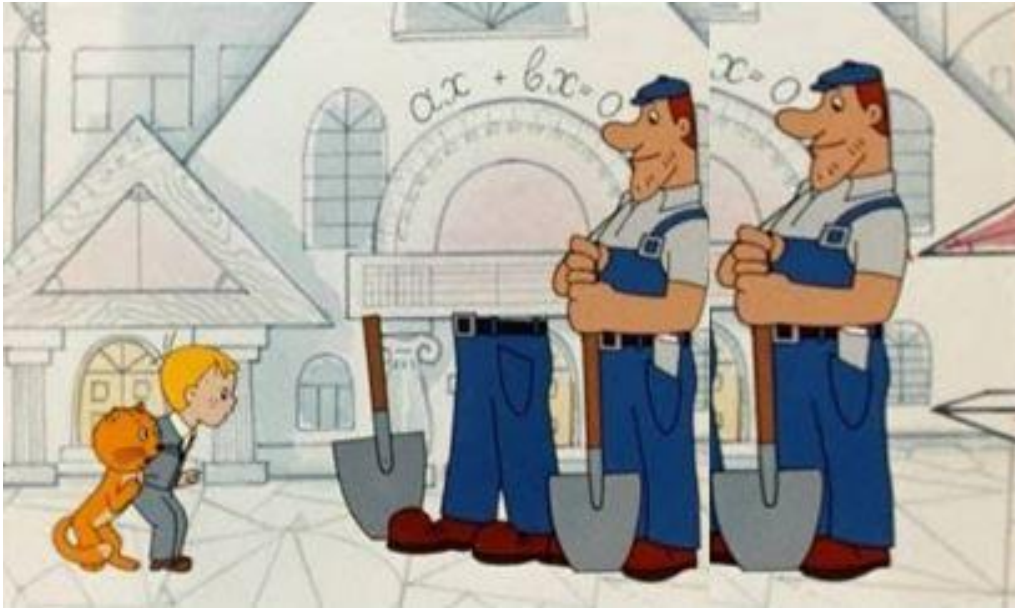
Леонид Витальевич  
Канторович  
1912-1986

Нобелевская премия 1975



Джордж  
Данциг  
1914-2005

# Целочисленное линейное программирование



Задачу задали у нас.  
Ее решал я целый час,  
И вышло у меня в ответе:  
Два землекопа и две трети.

Самуил Маршак. *«Про одного ученика и шесть единиц»*

# Целочисленное линейное

## программирование

Коммерческие пакеты: CPLEX (IBM), Gurobi

**Закон Мура** (Гордон Мур, один из основателей Intel):

*Мощность процессоров удваивается каждые 18 месяцев*

За 15 лет компьютеры ускорились примерно в **1000 раз**

# Целочисленное линейное программирование

Коммерческие пакеты: CPLEX (IBM), Gurobi

**Закон Мура** (Гордон Мур, один из основателей Intel):

*Мощность процессоров удваивается каждые 18 месяцев*

За 15 лет компьютеры ускорились примерно в **1000 раз**

**Роберт Биксби (2007):**

За 15 лет (1991-2006) скорость алгоритмов для решения задач целочисленного линейного программирования увеличилась в **29 000 раз (!)**

К 2015 году ускорение в **450 миллиарда раз (!!)**

# Студенческие проекты

- Расписание фестиваля хоров
- Статистические тесты для экзаменов в начальной школе

# Железные дороги Нидерландов



15,8 миллиарда пассажиров в 2006  
году

# Железные дороги Нидерландов

- Пути, платформы прибытия, мосты
- Пересадки
- Количество и тип вагонов каждого состава
- Расписание кондукторов и машинистов.
- 5500 поездов в день!
- Новое расписание: 2006

Премия Франца Эдельмана, INFORMS, 2008 год



NRC Handelsblad: *Ни одно проявление высшей математики не вызывало в обществе такую бурю эмоций.*



**Александр Схрейвер:**

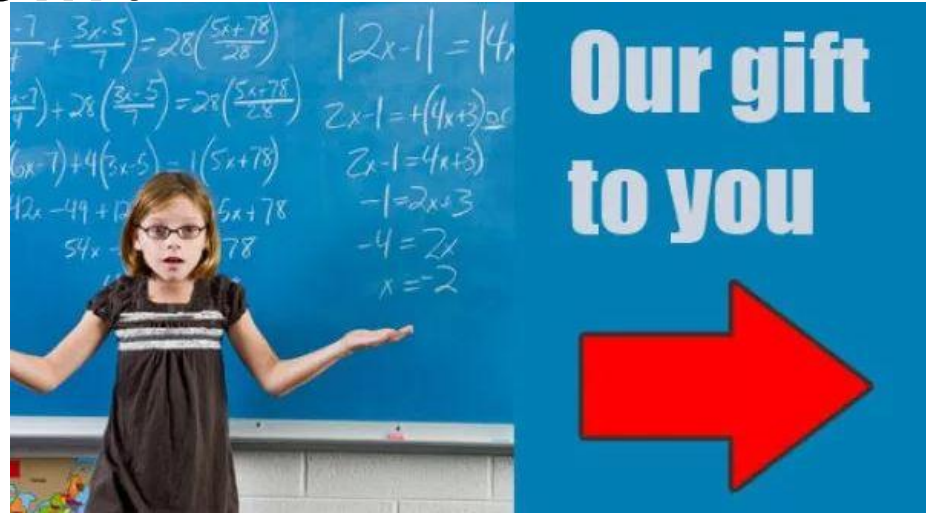
*«Что определяет оптимальность? Комфорт пассажиров? Общий доход? Расписание персонала?*

*Циркуляция материалов? Или пунктуальность?  
[..]*

*Как взвесить эти факторы по отношению друг к другу?»*

*«Математика железных дорог пока далека от совершенства.»*

# «Зачем мне знать, что такое логарифм?»»



- Джо Боулер «Математическое мышление»  
*скоро выйдет на русском языке в издательстве «МИФ»*
- Джейсон Вилкес «Сожгите класс математики»
- «Гуманитарные мозги»? «Математический ген»?
- Ничего подобного нейрологи не обнаружили!

Математика -  
великая и  
ужасная!

Public Group

Discussion

Алла's post

Members

Events

Videos

Photos



Change Group Photo

Joined ▾

✓ Notifications

Share

⋮

Нелли Литвак  
Алла Кечеджан



# Математика - великая и ужасная!

Public Group

Discussion

Алла's post

Members

Events

Videos

Photos



Change Group Photo

Joined

Notifications

Share

...

## Total Members

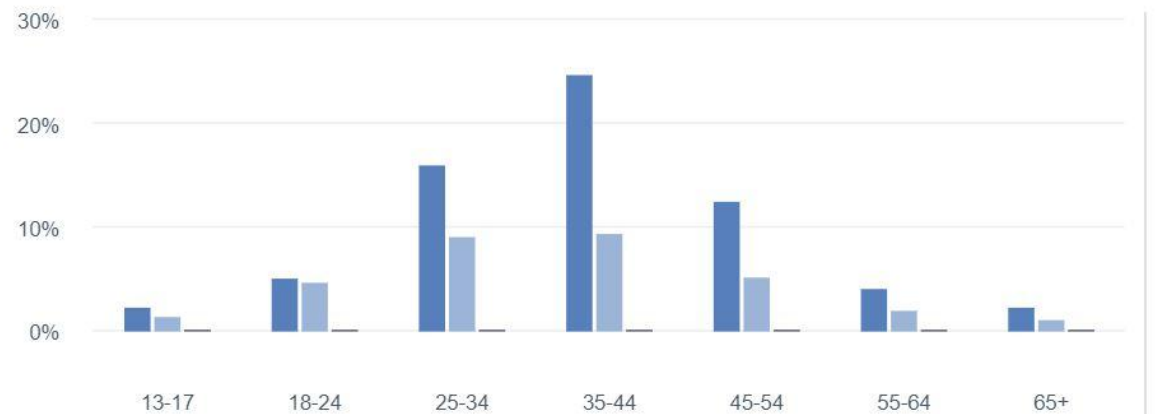
Oct 14, 2017 - Nov 10, 2017

4.1K Members



## Age and Gender

67 % Women 32.9 % Men 0.1 % Custom



# Зачем мне нужно знать, что такое логарифм

- Структурированное мышление
- Понимание процессов и связей в реальном мире
- Как компьютер запоминает и передает информацию?
- Почему расстояния между участниками социальной сети такие короткие? (точнее: сравнимы с логарифмом от числа участников)
- Почему если маленькая группа людей откажется от прививки, то это может привести к глобальной эпидемии?
- Как компьютер находит «похожие» товары и «похожих» пользователей?

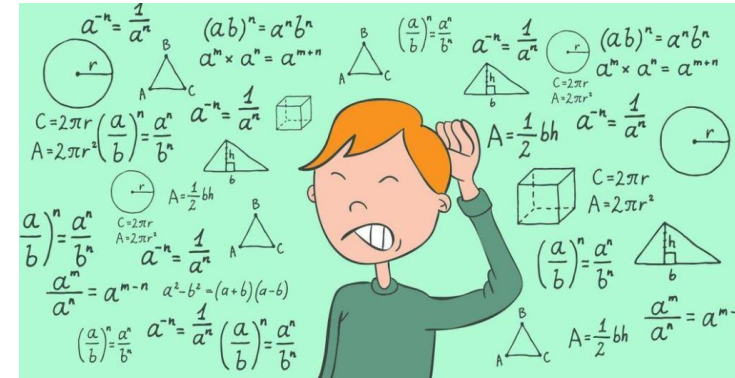


e-n-a-t-i-r-o-d

letter	% van alle letters
e	18,91
n	10,03
a	7,49
t	6,79
i	6,50
r	6,41
o	6,06
d	5,93

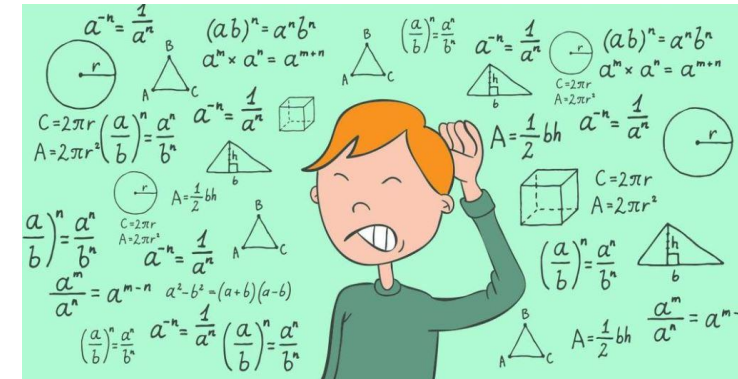
# Школьная математика

- Индивидуальная работа
- Главное – без ошибок!
- Надо выучить много непонятных формул



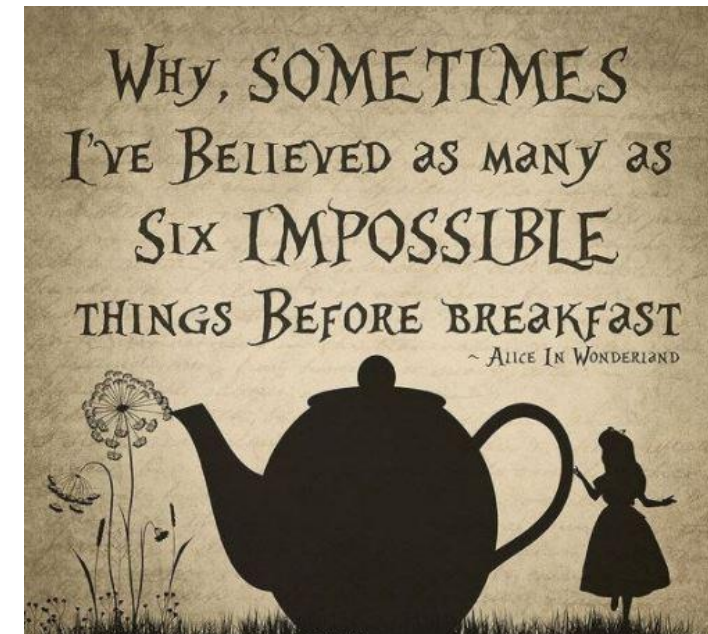
## Школьная математика

- Индивидуальная работа
- Главное – без ошибок!
- Надо выучить много непонятных формул



## Математика на самом деле

- Обсуждения и споры
- Огромное количество ошибок
- Креативный процесс





*«Я не возражаю против формул и фактов. Я жалею о  
отсутствии математики на наших уроках математики.»*

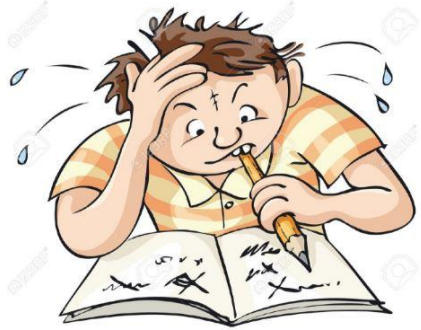
Пол Локхард, «Плач математика»

*«Я не возражаю против формул и фактов. Я жалуюсь на отсутствие математики на наших уроках математики.»*

Пол Локхард, «Плач математика»

Интересно, почему есть понятие «школьная» и «высшая» математика, но нет понятия «высшей» литературы, биологии и даже физики!





**СТАРАЙСЯ  
БОЛЬШЕ!!!**

- Главное в математике это ПОНЯТЬ
- Упражнения нужны чтобы закрепить ПОНИМАНИЕ
- ❖ Математика – очень поступательная наука
- ❖ Математические концепции быстро забываются
- Упражняться не поняв БЕСПОЛЕЗНО!

# Математические способности

- **В школе:** думать быстро, хорошая память
- **В науке:** особо не важно ни то, ни другое!
- *«Математика – это наука о понимании»* Билл Терстон
  
- Математика – это чистая логика, наука объяснения
- Понять логику в состоянии абсолютно ВСЕ!
- Способности = интерес

# Ошибки

- Джо Боулер: Ошибки полезны!
- Когда человек делает ошибку, появляются новые связи в мозге
- Новые связи появляются даже если человек не осознал и не исправил ошибку!
- Когда человек дает правильный ответ, этого не происходит!

# Ошибки

- Джо Боулер: Ошибки полезны!
- Когда человек делает ошибку, появляются новые связи в мозге
- Новые связи появляются даже если человек не осознал и не исправил ошибку!
- Когда человек дает правильный ответ, этого не происходит!

~~НЕТ, НЕ  
ПРАВИЛЬНО!!!~~

**ОБЪЯСНИ,  
ПОЧЕМУ?**

# Великая и ужасная математика...



- Учебники математики надо писать в соавторстве с «гуманитариями»
- Математики не понимают, что тут может быть непонятного!
- «Технический снобизм»
- Совсем не всем нужно становиться математиками
- Понять основы настоящей живой математики может **КАЖДЫЙ!**

# Математические способности

- Математика – это чистая логика
- Понять логику в состоянии абсолютно ВСЕ!
- Математические способности = скорость и легкость усвоения



# Способности

- Математические
- Гуманитарные
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика
- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические
- Креативность
- Актерские
- Танцы
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода
- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские
- Социальные
- Юмор



- Арьен Любах,  
Нидерланды
- Журналист, писатель

**Папа Любах:** Арьен, я надеюсь, что хоть этот диплом ты получишь.

На твоих шутках не проживешь!


**Арьен (19 лет):** Папа, я могу год прожить только на этой шутке.



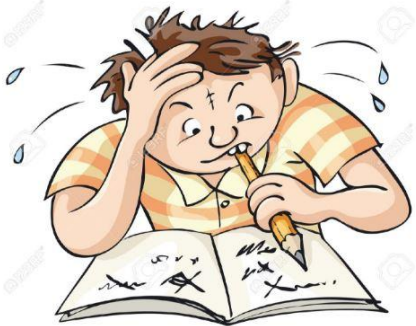
- Малала Юсуфзай, Пакистан
- Дата рождения: 12-07-1997
- Нобелевская премия Мира 2014

- Математические ✓
- Гуманитарные ✓
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика

- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические ✓
- Актерские
- Танцевальные
- Креативность ✓
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода

- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские ✓ 
- Социальные ✓
- Юмор

**СТАРАЙСЯ БОЛЬШЕ!!!**



- Математические
- Гуманитарные
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика

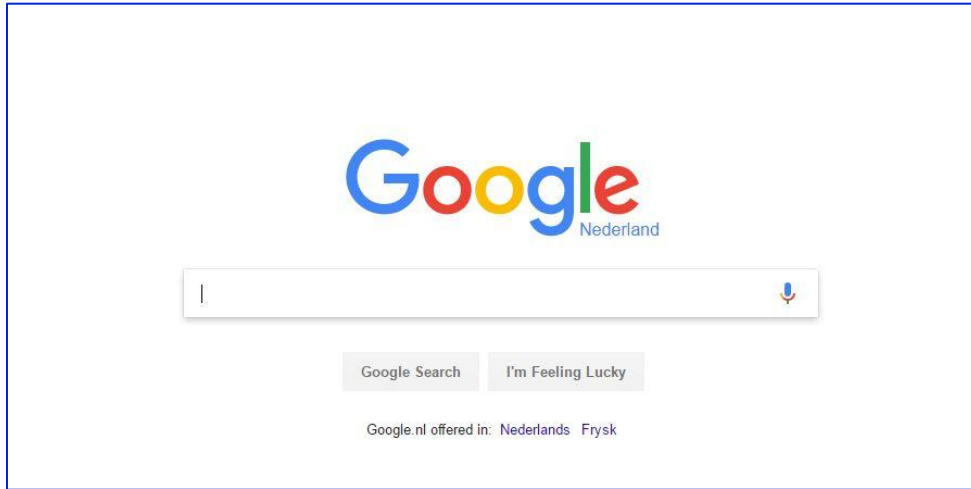
- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические
- Актерские
- Танцевальные
- Креативность
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода

- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские
- Социальные
- Юмор

Интерне

т

# Интернет



# Интернет

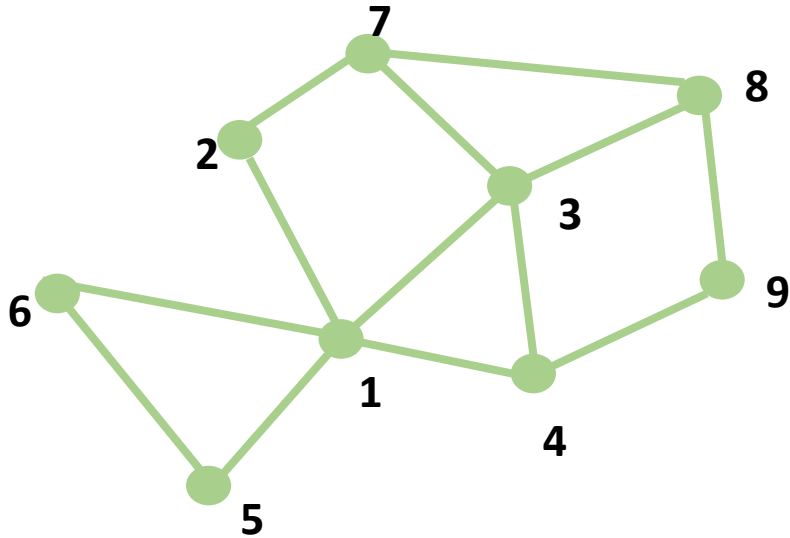


Сохранится ли связь в  
Интернете?

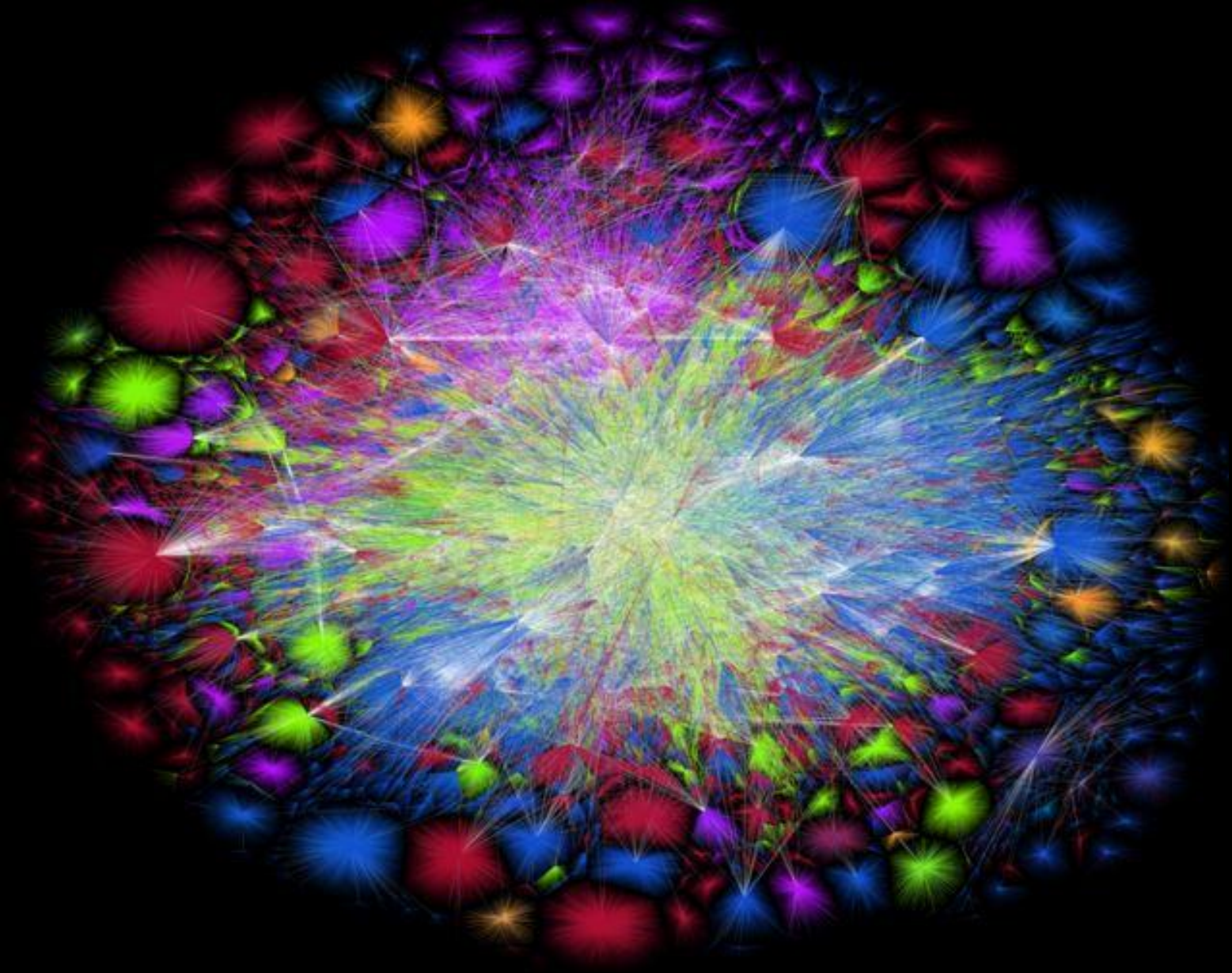


# Интернет как граф

- Серверы/компьютеры = узлы (вершины)
- Каналы связи / кабели = линии (ребра)



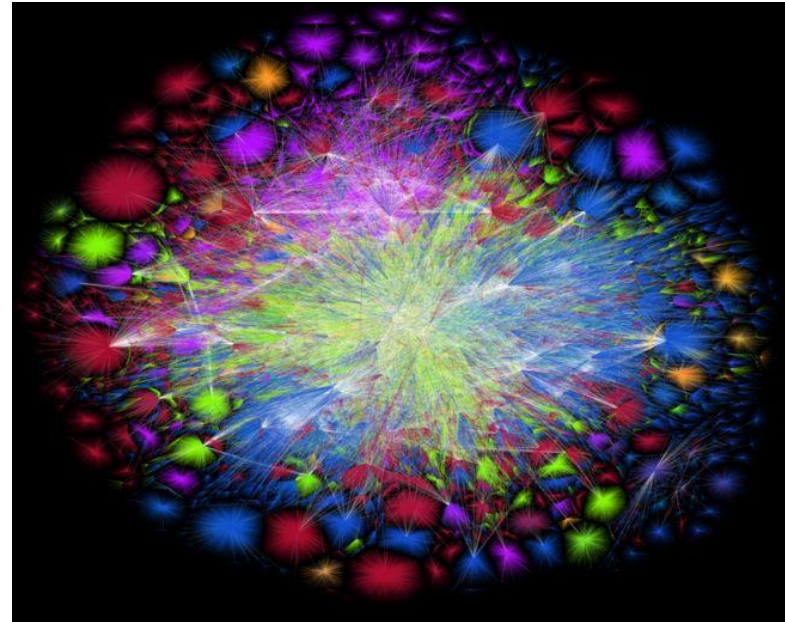
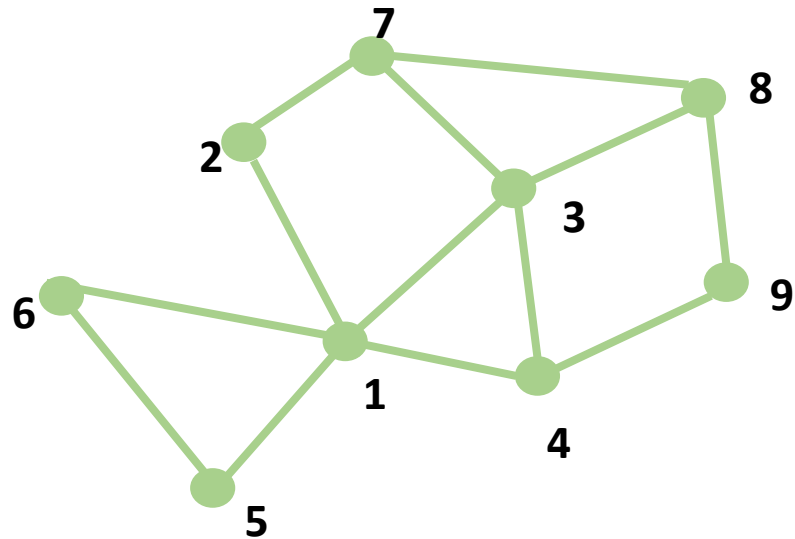
- Как выглядит Интернет как граф?



**Barrett Lyon [www.opte.org](http://www.opte.org)**

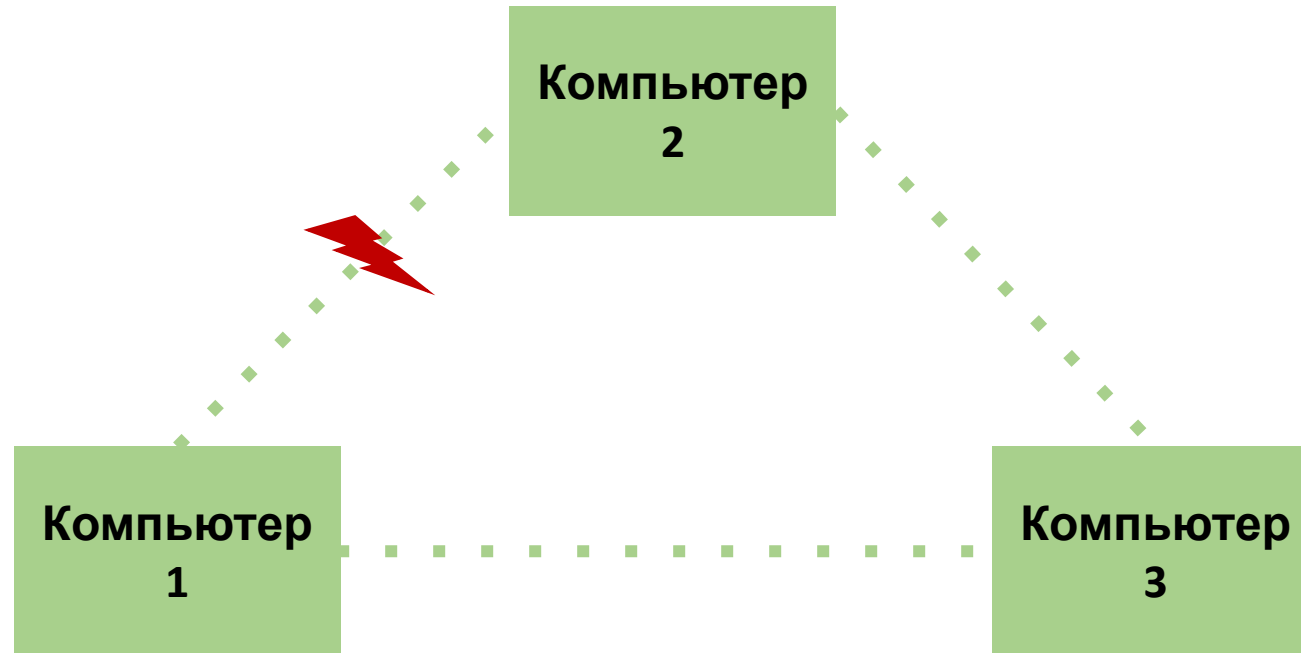
- **Связный граф:**

Мы можем дойти по линиям с одного узла на другой.



- Останется ли Интернет связным графом, если есть помехи, перегрузки, атаки?

# Мини-Интернет



- Канал доступен с вероятностью  $p$ ,  $0 < p < 1$
- Помеха в канале с вероятностью  $1-p$

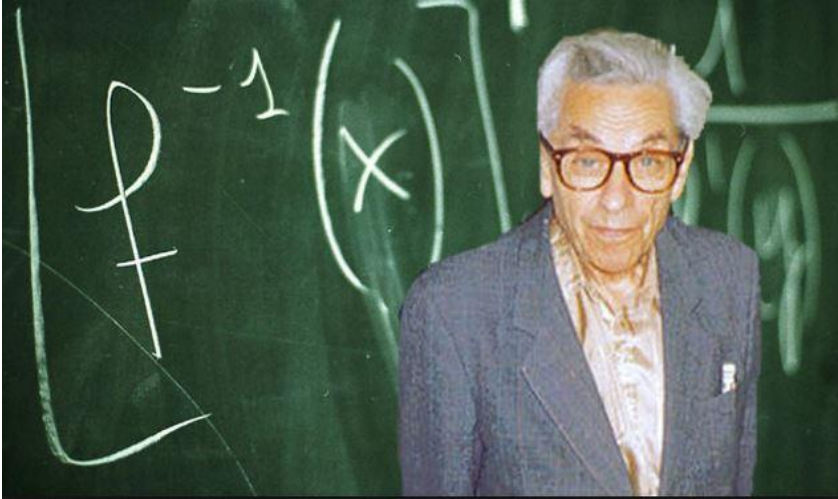
# Вероятность потери связи



$$3p(1-p)^2 + (1-p)^3$$

- Если  $(1-p)$  мало, то  $(1-p) > 3p(1-p)^2 + (1-p)^3$
- Сеть более надежна, чем один канал!
- **Что если сеть очень большая?**

# Пол Эрдеш (1913-1996)



- около 1500 статей
- 509 соавторов

*«... Его не соблазняли посты и деньги. Большинство из нас окружили себя множеством земных благ и обязательств. Каждая встреча с ним напоминала мне, что это все-таки возможно, вот так идти за своей мечтой, не обращая никакого внимания на мелочи жизни...».*

Фэн Чжун, Университет Калифорнии в Сан Диего

# Случайный граф Эрдеша-Реньи (1959)

- $n$  узлов (точек, вершин)
- Линия (ребро) между двумя узлами с вероятностью  $p$
- Независимо от других линий
- Математический подход:  $p=p(n)$
- **Теорема (Эрдеш-Реньи).**
  - Если  $p > \ln(n)/n$ , то с большой вероятностью сеть **связная**
  - Если  $p < \ln(n)/n$ , то с большой вероятностью **связность потеряна**
  - Если  $p = \ln(n)/n$ , то **связность потеряна с вероятностью около  $e^{-1}$**

# Фазовый переход



Лед превращается в  
воду  
при температуре  $0^{\circ}\text{C}$



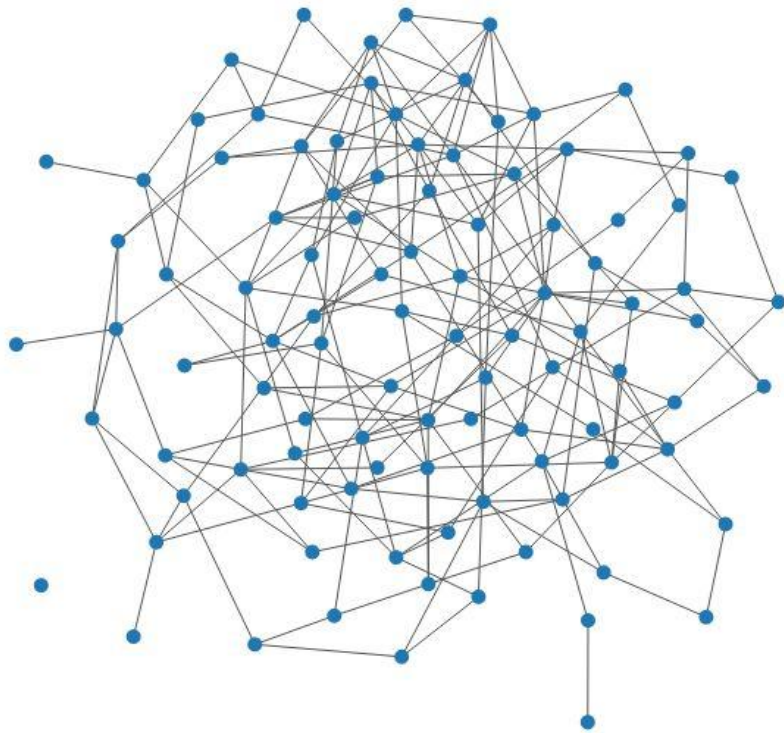
# Фазовый переход

- **Теорема (Эрдеш-Реньи).**

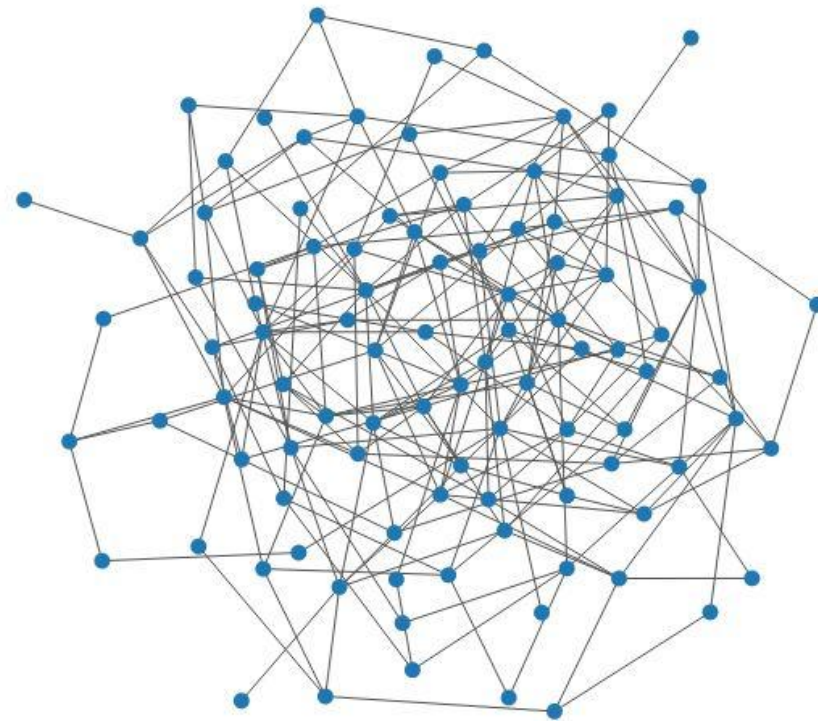
- Если  $p > \ln(n)/n$ , то с большой вероятностью сеть **связная**
  - Если  $p < \ln(n)/n$ , то с большой вероятностью **связность потеряна**
  - Если  $p = \ln(n)/n$ , то **связность потеряна с вероятностью около  $e^{-1}$**
- 
- Критическая вероятность  $p = \ln(n)/n$
  - Уменьшается когда  $n$  увеличивается
  - Мы снова видим, что большие сети более устойчивы!

# Пример

- $n=100$ ,  $\ln(n)/n \approx 0.046$



$p=0.04$



$p=0.05$

# Откуда берется фазовый переход?

- Наиболее вероятный способ нарушить связь в сети: один из узлов потерял все каналы связи
  - Оторвать целую группу узлов от сети гораздо сложнее!
- $P(\text{один из узлов потерял все каналы связи}) = (1 - p(n))^{n-1}$
- В среднем, число таких узлов =  $n (1 - p(n))^{n-1}$
- Теперь подставим  $p(n) = c \ln(n)/n$

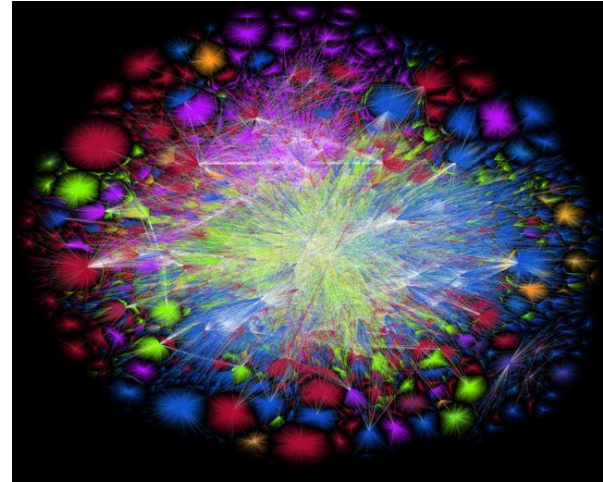
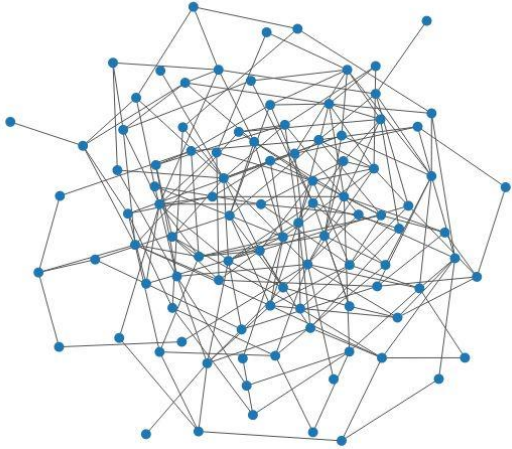
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( 1 - \frac{c \ln(n)}{n} \right)^{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-c \ln(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^{1-c}.$$

- Если  $c < 1$  то среднее количество изолированных узлов стремится к бесконечности
- Если  $c > 1$  то среднее количество изолированных узлов стремится к нулю
- Количество изолированных узлов очень близко к своему среднему значению
- Если  $c = 1$ , то количество изолированных узлов – это случайная величина, распределенная по закону Пуассона  $\text{Poisson}(1)$ , и тогда  $P(0 \text{ изолированных}$

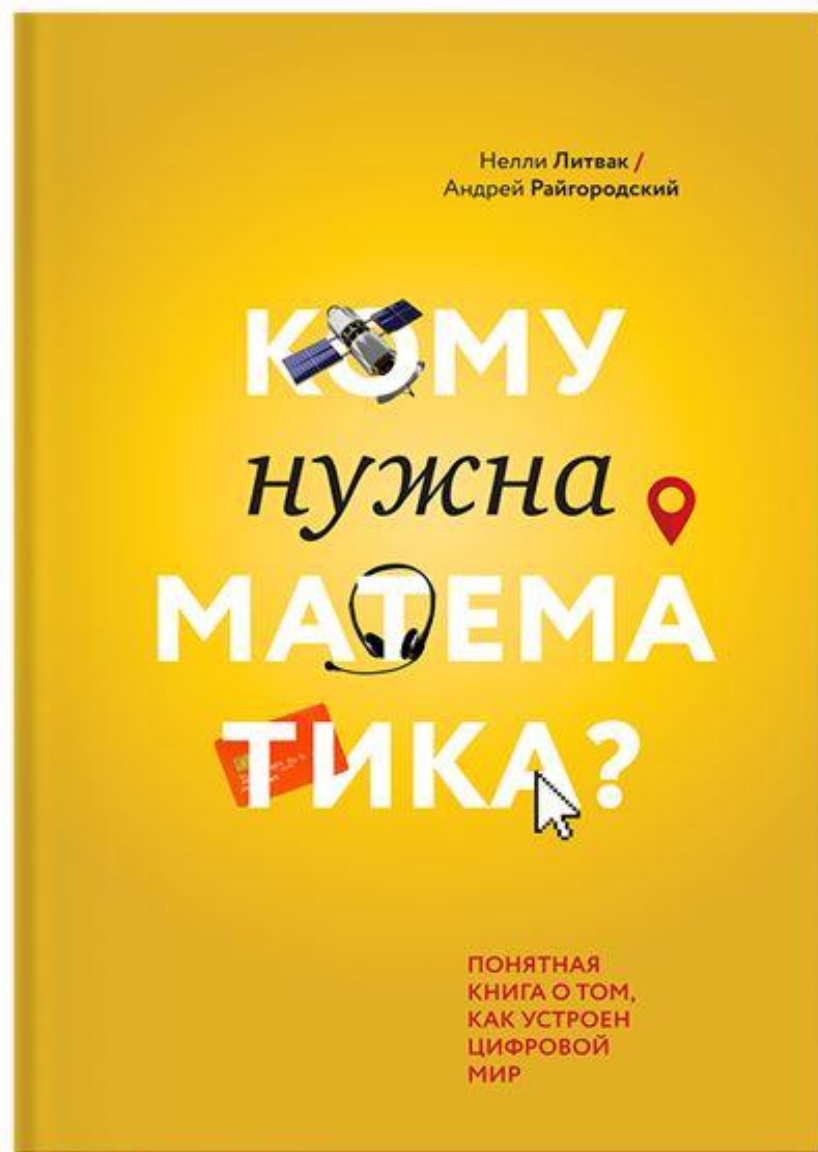
# Что мы знаем про устойчивость

## Интернета

- Модель Эрдеша-Реньи далека от реальности



- Место нахождения, хабы, опорная сеть, допустимый траффик
- Исследования продолжаются
- Но мы уже много поняли про устойчивость Интернета:
  - Большие сети более устойчивы
  - Фазовый переход



# Кому нужна математика?



[добавить  
в вишлист](#)

Понятная книга о том, как устроен цифровой мир

[Нелли Литвак и Андрей Райгородский](#)

*Математика  
в современной  
жизни*

*Для новичков  
и профессионалов*

*От успешных  
математиков*