

Графические приемы.

Координатная плоскость $(x; y)$.

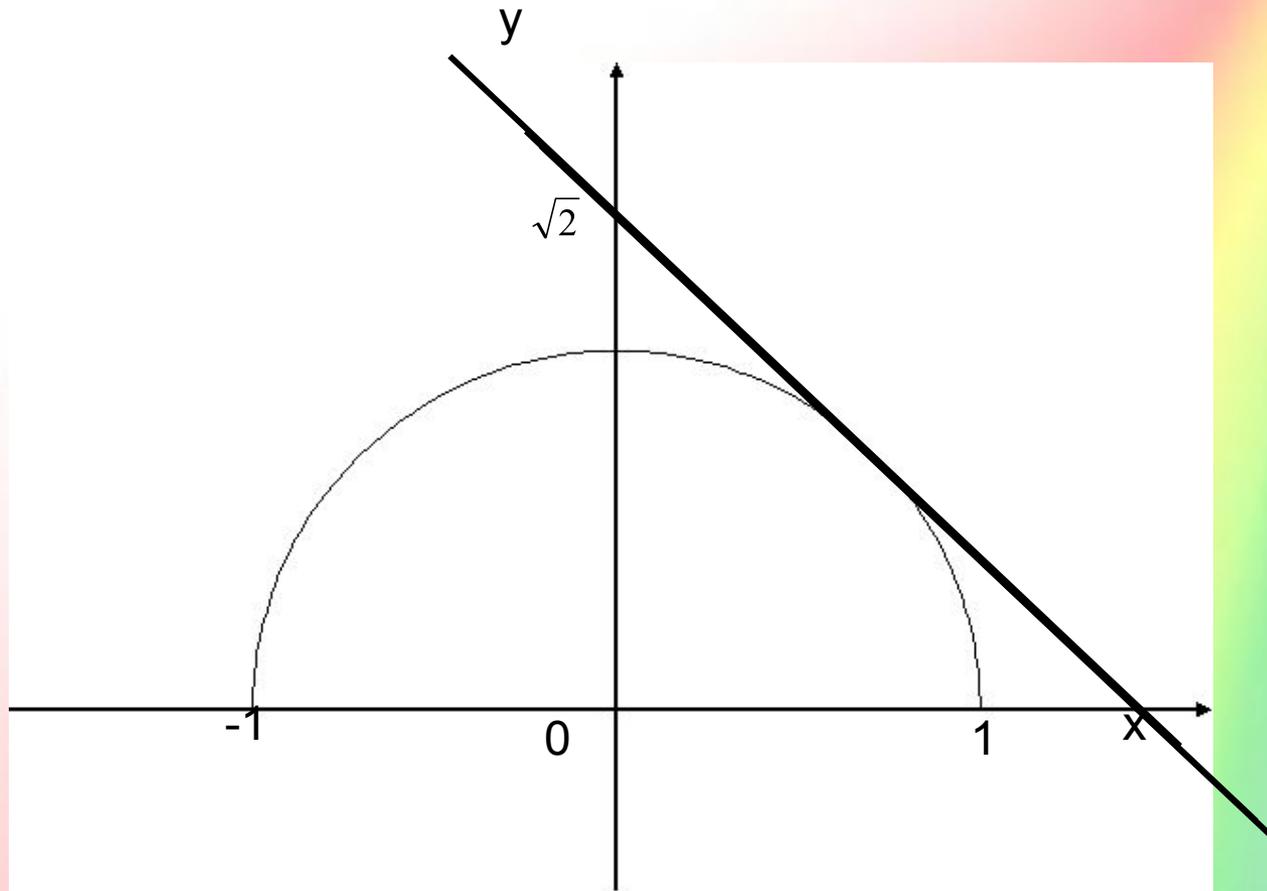
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Задание №1:

Параллельный перенос, преобразование плоскости или пространства, при котором все точки смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.
При каких значениях параметра a неравенство $\sqrt{1-x^2} > a - x$ имеет единственное решение?

1. Графиком функции $y = \sqrt{1-x^2}$ является полуокружность с центром $(0;0)$ и радиусом 1 (например, переход от одной фигуры к другой), при котором все точки смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние. Совокупность всех параллельных прямых порождает как на плоскости, так и в пространстве образует группу, которая в евклидовой геометрии является подгруппой группы движения, а в аффинной геометрии — подгруппой группы аффинных преобразований.
2. Функция $y = a - x$ для каждого фиксированного значения параметра задает прямую, т.е. уравнение $y = a - x$ на координатной плоскости $(x;y)$ порождает как на плоскости, так и в пространстве образует группу, которая в евклидовой геометрии является подгруппой группы движения, а в аффинной геометрии — подгруппой группы аффинных преобразований.

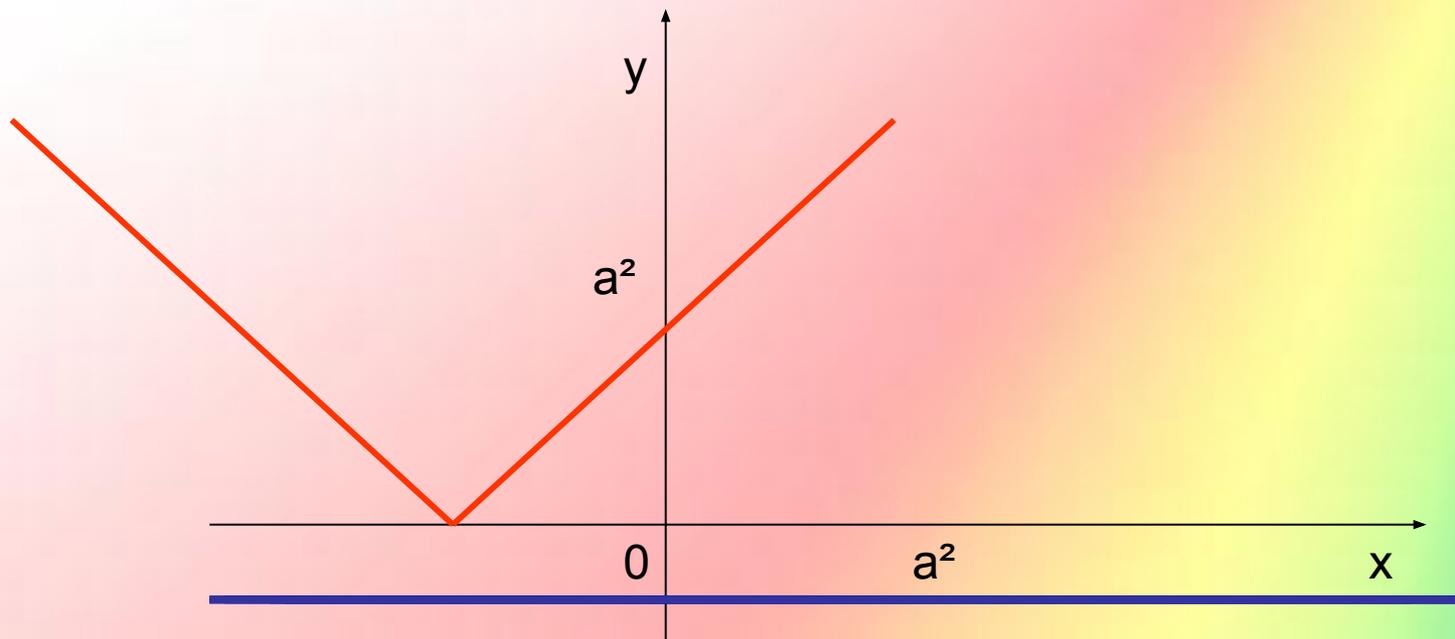
Надо определить те значения параметра, при которых найдутся точки полуокружности, расположенные выше соответствующих точек прямой. Понятно, что такие точки появятся после того, как прямая $y=a-x$ займет положение слева от касательной, т.е. при $a < \sqrt{2}$



При каких значениях параметра a корни уравнения $|x-a^2| = -a^2+2a+3$ имеют одинаковые знаки?

Решение:

1. Первое семейство $y = |x-a^2|$ задает систему «уголков», стороны которых образуют углы по 45° с осью абсцисс. Вершины находятся на оси x , причем справа от начала координат ($a=0$ не устраивает, т.к. уравнение очевидно будет иметь корни разных знаков).
2. Второе семейство $y = -a^2+2a+3$ представляет собой множество прямых, параллельных оси абсцисс. Эти прямые должны пересекать «уголки» в точках, абсциссы которых имеют одинаковые знаки.



$$\begin{cases} -a^2 + 2a + 3 < a^2, \\ -a^2 + 2a + 3 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - 2a - 3 > 0, \\ a^2 - 2a - 3 < 0 \end{cases}$$

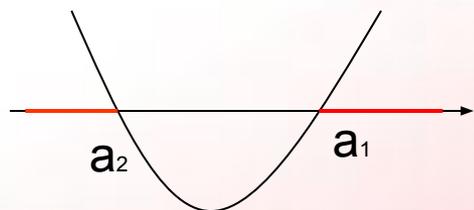
$$f(x) = 2a^2 - 2a - 3$$

$$2a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 6 = 7$$

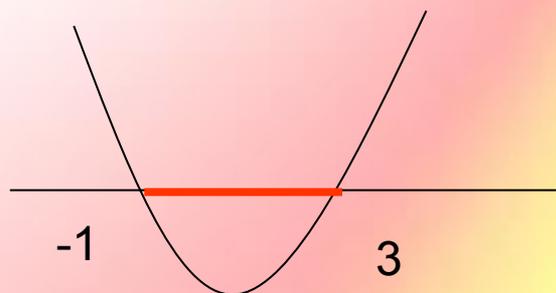
$$a_1 = \frac{1 + \sqrt{7}}{2}$$

$$a_2 = \frac{1 - \sqrt{7}}{2}$$



$$g(x) = a^2 - 2a - 3$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \\ a < \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \\ -1 < a < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < a < \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \\ \frac{1 + \sqrt{7}}{2} < a < 3 \end{cases}$$

Ответ: $\left(-1; \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{7}}{2}; 3\right)$

При каких значениях параметра a корни уравнения $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ имеют одинаковые знаки?