Метод координат в пространстве

Координаты точки и координаты вектора

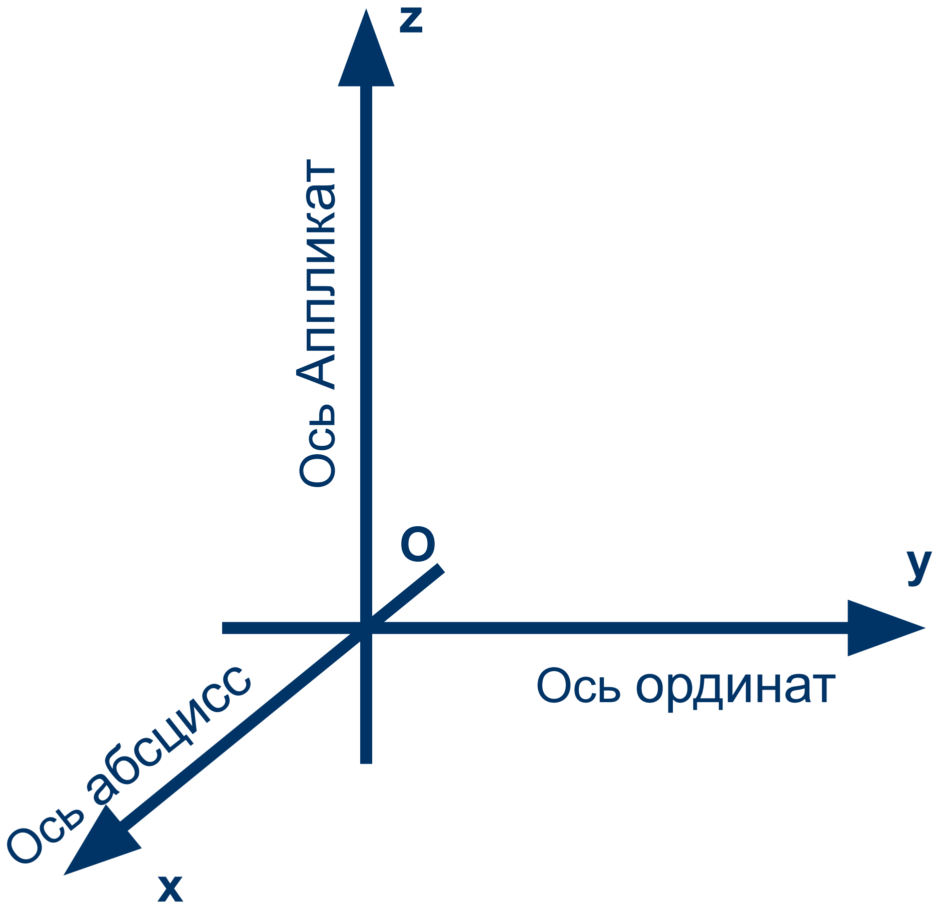
1. Прямоугольная система координат в пространстве

- Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждом из них выбрано направление(оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана **прямоугольная система координат** в пространстве.

Рассмотрим рисунок

РИСУНОК

- Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка – началом координат.
- Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются координатными плоскостями и обозначаются Oxy, Oxz , Ozx.

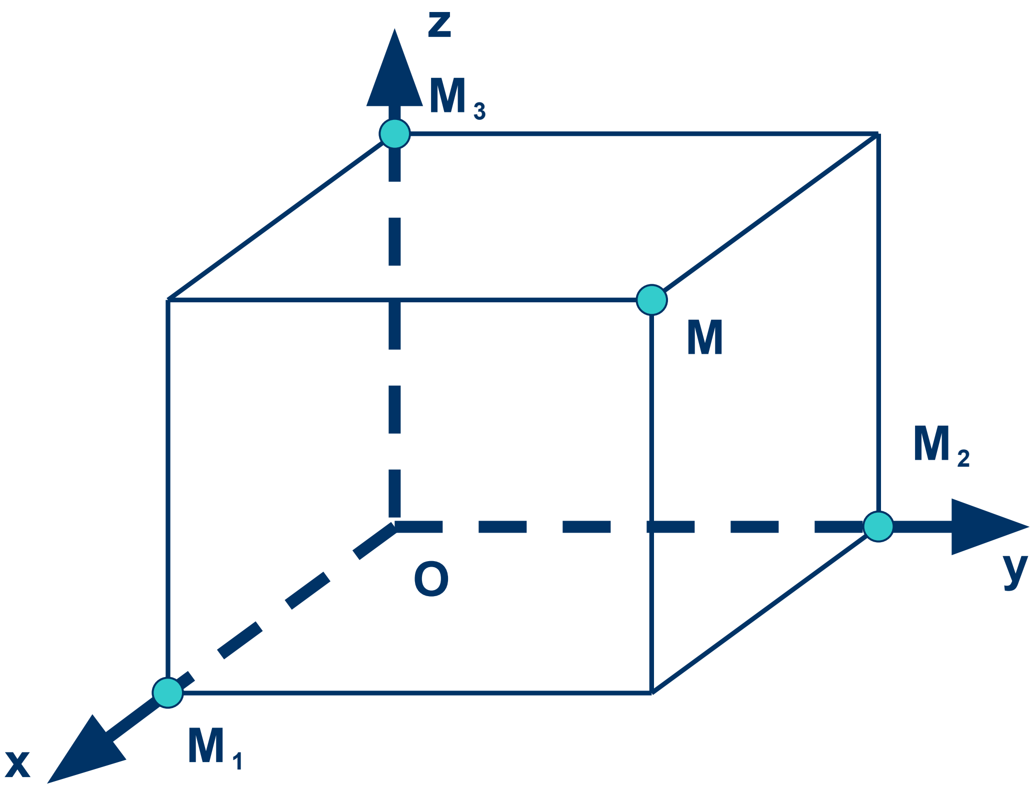


Определение луча на координатной плоскости.

- Точка О разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч – **отрицательной полуосью**.

Прямоугольная система координат

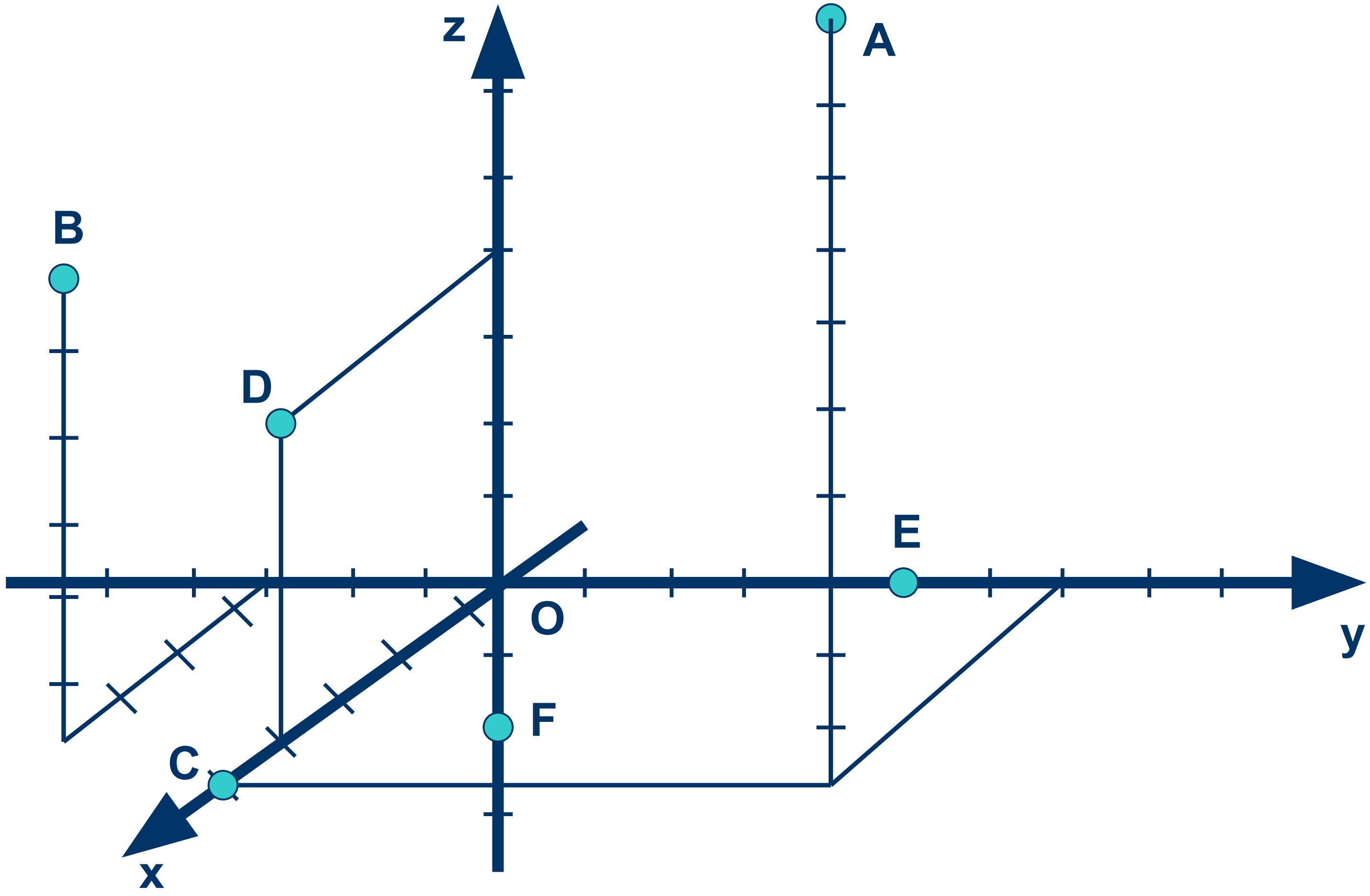
- В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются её координатами.



Нахождение точки на координатной плоскости.

- Если, например, точка М лежит на координатной плоскости или на оси координат, то некоторые её координаты равны нулю. Так, если М принадлежит Оху, то аппликата точка М равна нулю: z=0. Аналогично если М принадлежит Oxz, то y=0, а если М принадлежит Oyz, то x=0. Если М принадлежит Ox, то ордината и аппликата точки М равна нулю: y=0 и z=0. Если М принадлежит Oy, то x=0 и z=0; если М принадлежит Oz, то x=0 и y=0. Все три координаты начала координат равны нулю: О (0;0;0). Напиши координаты для точек A, B, C, D, E, F на рисунке следующего слайда.

Задание!



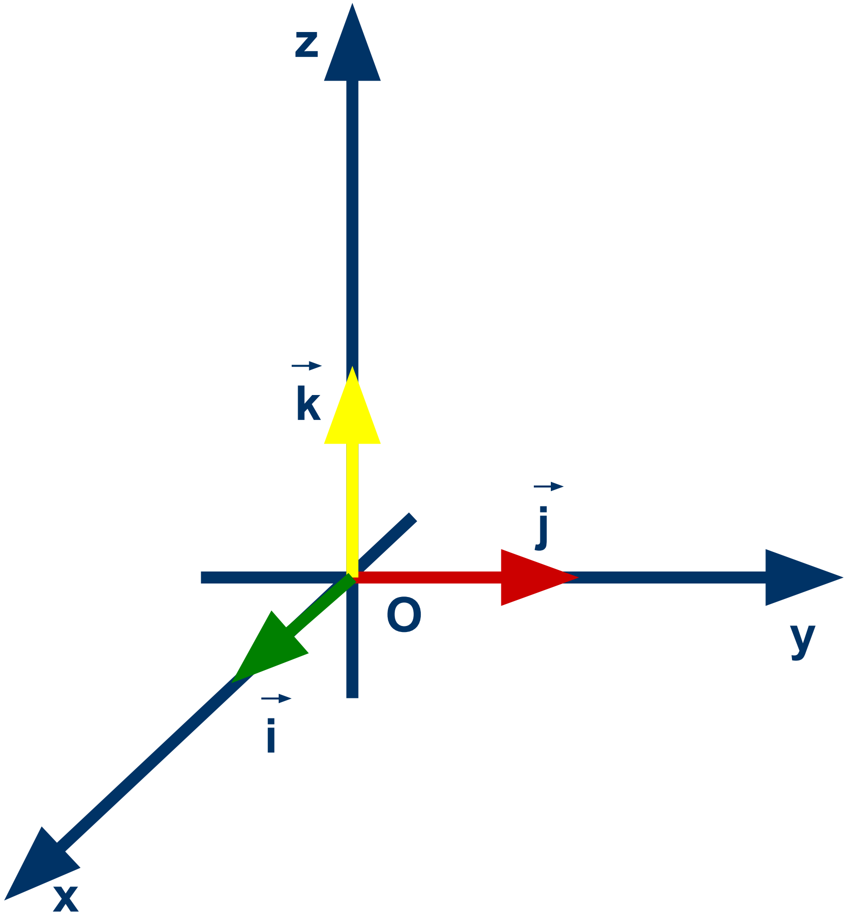
Ответы.

1. A(5; 4; 10),
2. B(4; -3; 6),
3. C(5; 0; 0),
4. D(4; 0; 4),
5. E(0; 5; 0),
6. F(0; 0; -2).

Сравни свои ответы.

2. Координаты вектора

- На каждом из положительных полуосей отложим от начала координат единичный вектор, т.е. вектор, длина которого равна единицы.



Разложение по координатным векторам

- Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

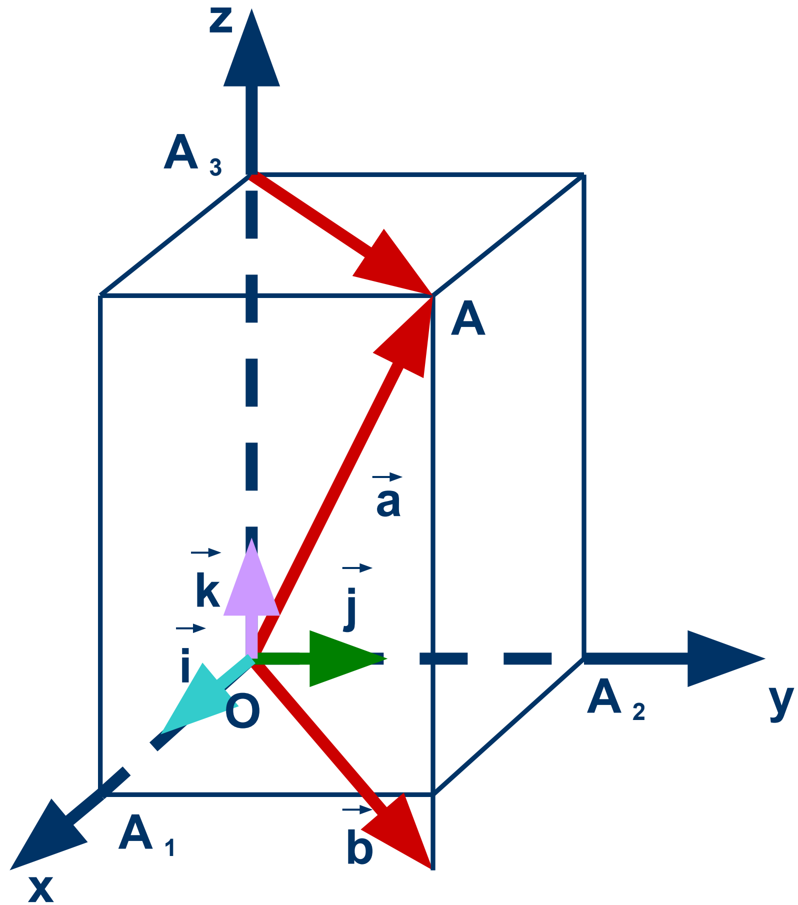
$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Причем коэффициенты разложения x, y, z определяются единственным образом.

Запись координат вектора.

- Координаты вектора $\vec{a}$ будут записываться в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{a}$ {x; y; z}.
- На рисунке справа изображен прямоугольный параллелепипед имеющий измерения: $OA_1=2$, $OA_2=2$, $OA_3=3$.
- Координаты векторов изображенных на этом рисунке, таковы:

$\vec{a}$ {2; 2; 4}, $\vec{b}$ {2; 2; -1},
$\overrightarrow{A_3A}$ {2; 2;0}, $\vec{i}$ {1; 0; 0},
$\vec{j}$ {0;1;0}, $\vec{k}$ {0; 0; 1}



Нулевой вектор и равные вектора

- Так как нулевой вектор можно представить в виде $\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$, то все координаты нулевого вектора равны нулю.
- Координаты равных векторов соответственно равны, т.е. если векторы

$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ равны, то $x_1=x_2$, $y_1=y_2$ и $z_1=z_2$.

Правила нахождения суммы, разности и произведения на данное число.

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2\}$$

Правило №2

2. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$$

Правило №3

3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведение соответствующей координаты вектора на это число. Если $\vec{a}$ {x; y; z } – данный вектор, α - данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты

$$\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$$

Связь между координатами векторов и координатами точек.

- Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется **радиус-вектором** данной точки.
- Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.
- Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.

Простейшие задачи в координатах

- Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.
- Длина вектора а {x; y; z} вычисляется по формуле

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Расстояние между точками

- Расстояния между точка $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

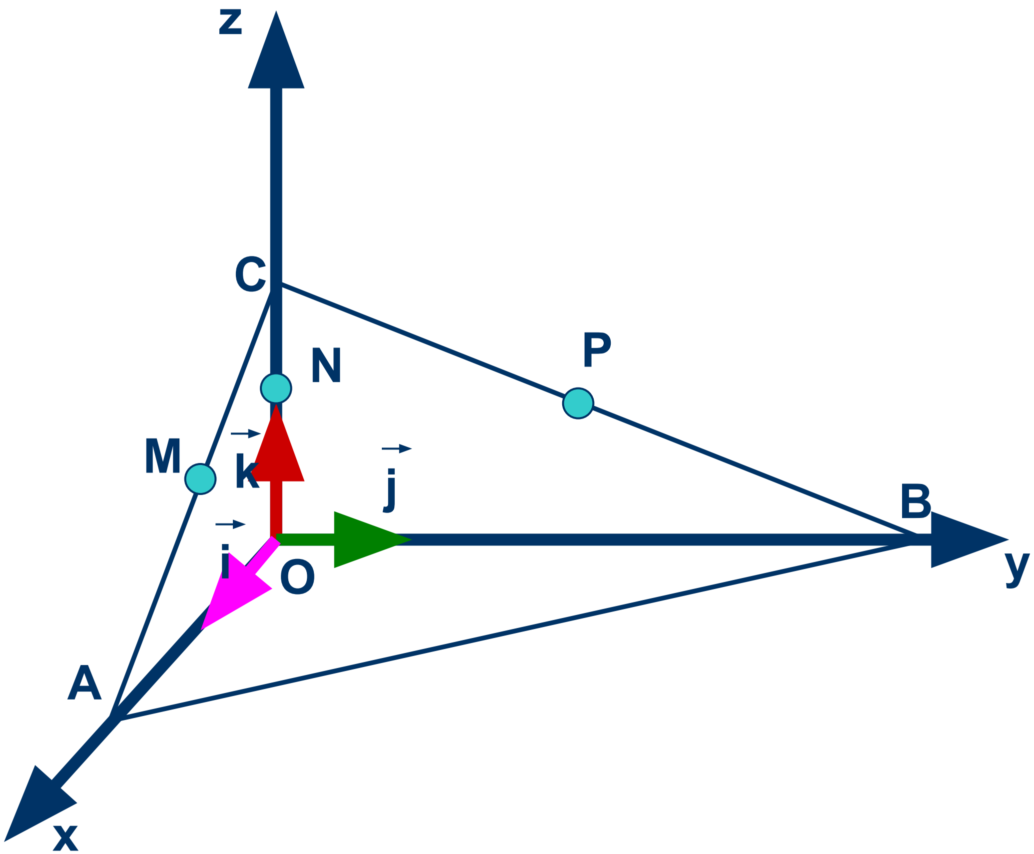
Задачка

Дано:

OA=4, OB=9, OC=2

M, N и P – середины отрезков AC, OC и CB.

Найти по рисунку справа координаты векторов $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AB}$.



Решение:

1. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + 2\vec{k}$, **<u>$\overrightarrow{AC}$ {-4; 0; 2}</u>**
2. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB} = 2\vec{k} + 9\vec{j}$, **<u>$\overrightarrow{CB}$ {0; 9; 2}</u>**
3. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -4\vec{i} + 9\vec{j}$, **<u>$\overrightarrow{AB}$ {-4; 7; 0}</u>**

Спасибо за внимание!!!

10 -11 класса

Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Л. С. Киселёва, Э. Г. Позняк

Издание подготовлено под научным руководством академика А. Н. Тихонова.

Презентацию делал:

Ученик 11 “А” класса, ХСОШ №5, города Хотьково

Витушки Сергей Валерьевич.

Классный руководитель:

Шмелёва Ольга Владимировна.