

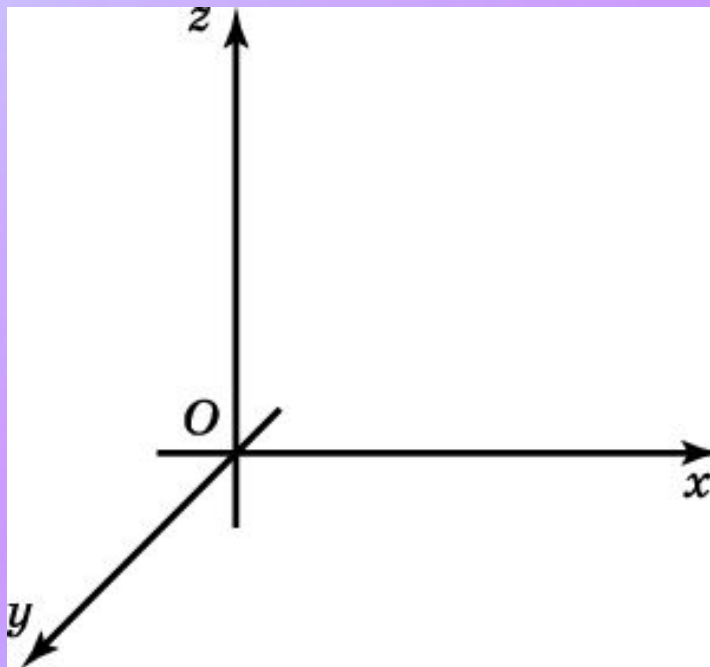
Координаты в пространстве

Решение задач

Прямоугольная система координат

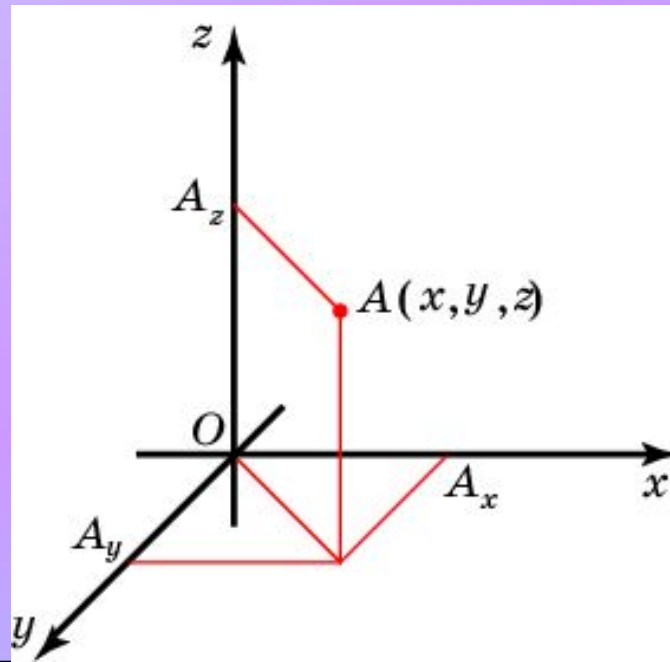
Прямоугольной системой координат в пространстве называется тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Общее начало координат обозначается буквой O , а координатные прямые обозначаются Ox , Oy , Oz и называются соответственно **осью абсцисс**, **осью ординат** и **осью аппликат**.

Плоскости, проходящие через пары координатных прямых, называются **координатными плоскостями** и обозначаются Oxy , Oxz и Oyz соответственно.



Координаты точки

Пусть A - произвольная точка пространства, в котором выбрана прямоугольная система координат. Через точку A проведем плоскость, перпендикулярную оси Ox , и точку ее пересечения с осью Ox обозначим A_x . Координата этой точки на оси Ox называется **абсциссой** точки A и обозначается x . Аналогично на осях Oy и Oz определяются точки A_y и A_z , координаты которых называются соответственно **ординатой** и **апplikатой** точки A и обозначаются y и z соответственно. Тройка чисел (x, y, z) называется **координатами точки A в пространстве**.



Р. Декарт



Впервые прямоугольные координаты были введены Р. Декартом (1596-1650), поэтому прямоугольную систему координат называют также **декартовой системой координат**, а сами координаты — **декартовыми координатами**. Введение прямоугольных координат на плоскости позволило свести многие геометрические задачи к чисто алгебраическим и, наоборот, алгебраические задачи — к геометрическим. Метод, основанный на этом, называется **методом координат**.

Упражнение 1

Найдите координаты ортогональных проекций точек $A(1, 3, 4)$ и $B(5, -6, 2)$ на: а) плоскость Oxy ; б) плоскость Oyz ; в) ось Ox ; г) ось Oz .

Ответ: а) $(1, 3, 0)$, $(5, -6, 0)$; б) $(0, 3, 4)$, $(0, -6, 2)$; в) $(1, 0, 0)$, $(5, 0, 0)$; г) $(0, 0, 4)$, $(0, 0, 2)$.

Упражнение 2

Что представляет собой геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна нулю; б) вторая координата равна нулю; в) третья координата равна нулю; г) первая и вторая координаты равны нулю; д) первая и третья координаты равны нулю; е) вторая и третья координаты равны нулю; ж) все координаты равны нулю?

Ответ: а) Плоскость Oyz ; б) плоскость Oxz ; в) плоскость Oxy ;
г) ось Oz ; д) ось Oy ; е) ось Ox ; ж) начало координат.

Упражнение 3

На каком расстоянии находится точка $A(1, -2, 3)$ от координатной плоскости: а) Oxy ; б) Oxz ; в) Oyz ?

Ответ: а) 3;

б) 2;

в) 1.

Упражнение 4

На каком расстоянии находится точка $A(1, -2, 3)$ от координатной прямой: а) Ox ; б) Oy ; в) Oz ?

Ответ: а) $\sqrt{13}$;

б) $\sqrt{10}$;

в) $\sqrt{5}$.

Упражнение 5

Каким является геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна единице; б) первая и вторая координаты равны единице?

Ответ: а) Плоскость, параллельная плоскости Oyz и проходящая через точку $(1, 0, 0)$;

б) прямая, параллельная оси Oz и проходящая через точку $(1, 1, 0)$.

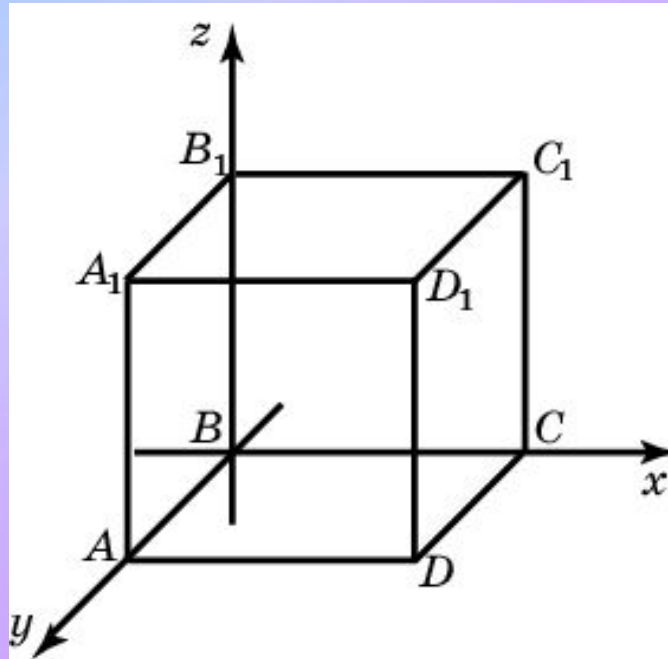
Упражнение 6

Какому условию удовлетворяют координаты точек пространства, одинаково удаленные от: а) двух координатных плоскостей Oxy , Oyz ; б) всех трех координатных плоскостей?

Ответ: а) $z=x$; б) $x=y=z$.

Упражнение 7

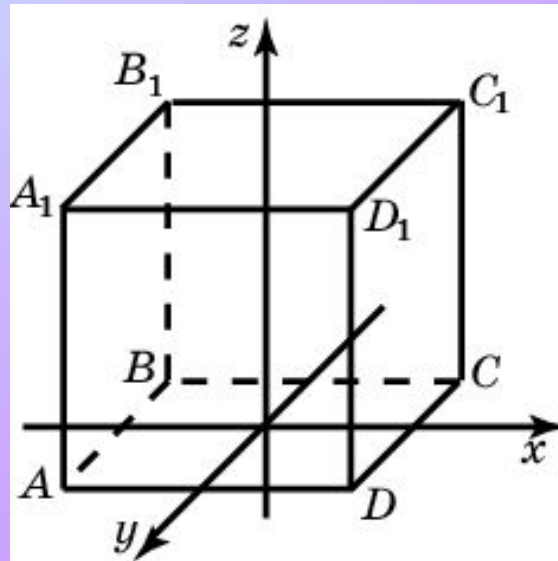
Дан куб $A...D_1$, ребро которого равно 1. Начало координат находится в точке B . Положительные лучи осей координат соответственно BA , BC и BB_1 . Назовите координаты всех вершин куба.



Ответ: $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(1, 1, 0)$, $A_1(1, 0, 1)$, $B_1(0, 0, 1)$, $C_1(0, 1, 1)$, $D_1(1, 1, 1)$.

Упражнение 8

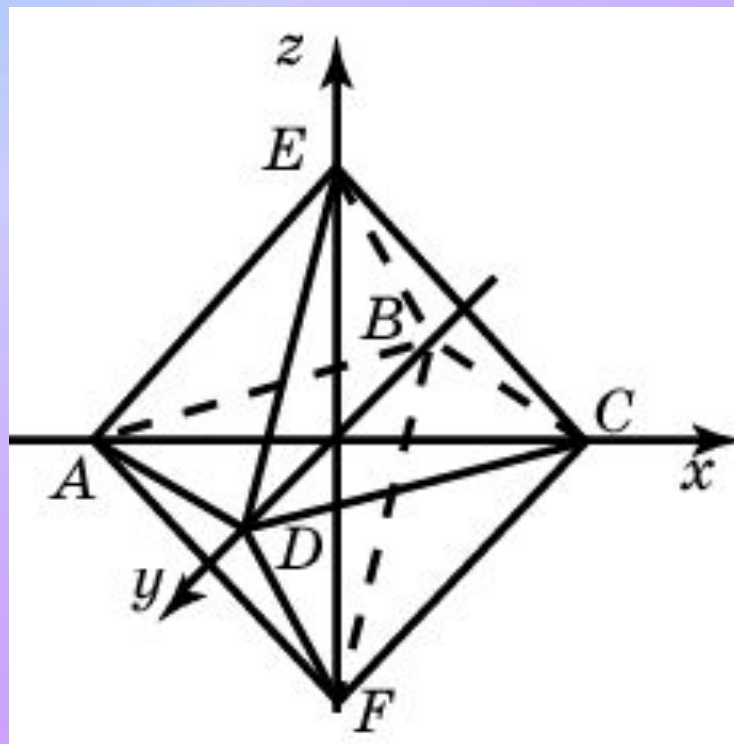
Куб $A...D_1$ помещен в прямоугольную систему координат так, что началом координат является центр нижнего основания куба, ребра куба параллельны соответствующим осям координат, вершина A имеет координаты $(-2, 2, 0)$. Найдите координаты всех остальных вершин куба.



Ответ: $B(-2, -2, 0)$, $C(2, -2, 0)$, $D(2, 2, 0)$, $A_1(-2, 2, 4)$, $B_1(-2, -2, 4)$, $C_1(2, -2, 4)$, $D_1(2, 2, 4)$.

Упражнение 9

Центром октаэдра является начало координат. Две его вершины имеют координаты $(1, 0, 0)$ и $(0, 1, 0)$. Найдите координаты остальных вершин октаэдра.



Упражнение 10

Как расположена сфера радиуса 2 с центром в точке с координатами $(1, 2, 3)$ относительно координатных плоскостей?

Упражнение 11

Точка A имеет координаты (x, y, z) . Найдите координаты симметричной точки относительно: а) координатных плоскостей; б) координатных прямых; в) начала координат.

Упражнение 12

Найдите координаты середины отрезка: а) AB , если $A(1, 2, 3)$ и $B(-1, 0, 1)$; б) CD , если $C(3, 3, 0)$ и $D(3, -1, 2)$.