

Корень n -ой степени

*«Никогда не считай,
что ты знаешь всё, что
тебе уже больше нечему
учиться».*

Н.Д. Зелинский

Алгебраический словарь

$$\sqrt{a} = b, b^2 = a, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a} = b, b^n = a$$

1. n – четное

$$a \geq 0, b \geq 0$$

2. n – нечетное

a, b – любые

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a, a \geq 0$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

a , если $a \geq 0$

$-a$, если $a < 0$

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$$

$a-b$, если $a \geq b$

$b-a$, если $a < b$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[mn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$a \geq 0$$

m, n, k – натуральные
числа

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Работаем устно:

1. Какие выражения имеют смысл:

$$\sqrt{1}; \sqrt{4}; \sqrt[3]{8}; \sqrt[3]{-27}; \sqrt[3]{1}; \sqrt[4]{5}; \sqrt{8};$$
$$\sqrt[4]{16}; \sqrt[3]{-1}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{9}; \sqrt[4]{-16}; \sqrt[8]{-1};$$
$$\sqrt{-4}; \sqrt[3]{9}; \sqrt[5]{-32} ?$$

2. При каких значениях a имеет смысл выражение:

$$\sqrt{a}, \sqrt{a^2}, \sqrt{-a}, \sqrt{a^3}, \sqrt{-a^2}, \sqrt{-a^5};$$
$$\sqrt[3]{a}; \sqrt[4]{a}; \sqrt[5]{a^2}; \sqrt[6]{a^3} ?$$

3. Вычислить:

$$\sqrt{100}; \sqrt[5]{1000000}; \sqrt{6,25}; \sqrt[4]{81};$$
$$\sqrt[3]{0,001}; \sqrt[3]{\frac{125}{27}}; \sqrt{0,16}; \sqrt[4]{\frac{81}{16}}.$$

При каких значениях x
имеет смысл выражение:

1. $\sqrt[4]{9 - x^2}$

2. $\sqrt[5]{\frac{x}{3 - x}}$

3. $\sqrt[8]{-5a^2 + 7a - 2}$

Способы извлечения квадратных корней:

1. По таблице;
2. Алгебраический;

3. Древневавилонский: $\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$

Пример:

$$\sqrt{1700} = \sqrt{1600 + 100} = 40 + \frac{100}{80} = 41,25$$

$$\sqrt{3821}$$

Выполни по
образцу:

Извлечение корней третьей степени.

Подсказк

$$1^3 = 1;$$

$$2^3 = 8;$$

$$3^3 = 27;$$

$$\underline{\text{а.}} 4^3 = 64;$$

$$5^3 = 125;$$

$$6^3 = 216;$$

$$7^3 = 343;$$

$$8^3 = 512;$$

$$9^3 = 729.$$

Образец.

$$\sqrt[3]{571787} = 83$$

Реши

$$\sqrt[3]{274625};$$

сам:

$$\sqrt[3]{6859}.$$

$$\sqrt{7 + \sqrt{24}} - ?$$

Формула:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Образец.

$$\sqrt{7 + \sqrt{24}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{49 - 24}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{49 - 24}}{2}} = \sqrt{\frac{7 + 5}{2}} + \sqrt{\frac{7 - 5}{2}} = \sqrt{6} + 1$$

Попробуем

ВМЕСТЕ:

$$\sqrt{17} = \sqrt{16 \cdot (9 + 4\sqrt{5})}$$

Верно ли равенство:

$$\sqrt{2^2} = 2; \sqrt{(-2)^2} = 2; (\sqrt{2})^2 = 2;$$

$$\sqrt{(-2)^2} = -2; \sqrt{a^2} = a; \sqrt{a^2} = -a;$$

$$\sqrt{a^2} = |a|; a - \sqrt{a^2} = 0; a - \sqrt{a^2} = 2a;$$

$$a - \sqrt{a^2} = a - |a|;$$

$$\sqrt[3]{3^2} = 3; \sqrt[5]{2^5} = -2; \sqrt[6]{3^6} = 3;$$

$$\sqrt[4]{2^2} = 2; \sqrt[9]{2^9} = |2|?$$

Вычислить:

$$\sqrt{4a^2}; \sqrt{a^4b^8}; \sqrt{9a^2b^4};$$

$$\sqrt{81a^2b^6c^4}; \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2};$$

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}; \sqrt[3]{8a^3b^6};$$

$$\sqrt[4]{625a^4b^8}.$$

Алгебраический

тренажер:

1. Вычислить:

$$0,5 \cdot \sqrt[3]{96} \cdot \sqrt[3]{1\frac{1}{3}} - \frac{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

2. Определите знак

выражения:

$$\sqrt[4]{1,001} - 1$$

$$\left(\sqrt[5]{3,5} - \sqrt[5]{\pi}\right) \left(\sqrt[6]{0,999} - 1\right)$$

$$\left(\sqrt[7]{-6,5} - \sqrt[7]{-5,6}\right) \left(\sqrt[4]{0,3} - \sqrt[4]{0,2}\right)$$

3. Упростить:

$$\frac{\left(\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{6}\right)^2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}}$$

$$\frac{\left(\sqrt[3]{9} + \sqrt{3}\right)^2}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1}$$