

The background features several large, overlapping, semi-transparent swirls in shades of light green, light blue, and light purple. Scattered throughout the background are numerous small, yellow, triangular shapes, some pointing upwards and some downwards, resembling confetti or starbursts.

**Степень с
рациональным
показателем и ее
свойства**

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где m - целое число, а n - натуральное ($n > 1$), называется число $\sqrt[n]{a^m}$,

т.е.
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Например:
$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$$

$$81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$$

$$128^{-\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{128^{-2}} = (\sqrt[7]{128})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

Для любых рациональных чисел r и s и любых положительных a и b справедливы равенства:

1°. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

2°. $a^r : a^s = a^{r-s}$

3°. $(a^r)^s = a^{rs}$

4°. $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$

5°. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

6°. Пусть r - рациональное число и $0 < a < b$. Тогда

$$a^r < b^r \quad \text{при} \quad r > 0,$$

$$a^r > b^r \quad \text{при} \quad r < 0.$$

7°. Для любых рациональных чисел r и s из неравенства $r > s$

следует, что $a^r > a^s$ при $a > 1$,

$$a^r < a^s \quad \text{при} \quad 0 < a < 1.$$

Например: Сравнить числа $\sqrt[5]{8}$ и $2^{\frac{2}{3}}$

Представим $\sqrt[5]{8} = 2^{\frac{3}{5}}$.

По свойству **7°** имеем $2^{\frac{2}{3}} > 2^{\frac{3}{5}}$, т.к. $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$.