

The background features several large, overlapping, colorful swirls in shades of purple, green, and blue. Interspersed among these swirls are numerous small, yellow, triangular shapes that resemble rays of light or confetti, scattered across the white background.

**Степень с
рациональным
показателем и ее
свойства**

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где m - целое число, а n - натуральное ($n > 1$), называется число $\sqrt[n]{a^m}$,

т.е.
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Например:
$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$$

$$81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$$

$$128^{-\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{128^{-2}} = (\sqrt[7]{128})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

Для любых рациональных чисел r и s и любых положительных a и b справедливы равенства:

1°. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

2°. $a^r : a^s = a^{r-s}$

3°. $(a^r)^s = a^{rs}$

4°. $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$

5°. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

6°. Пусть r - рациональное число и $0 < a < b$. Тогда

$$a^r < b^r \quad \text{при} \quad r > 0,$$

$$a^r > b^r \quad \text{при} \quad r < 0.$$

7°. Для любых рациональных чисел r и s из неравенства $r > s$

следует, что $a^r > a^s$ при $a > 1$,

$$a^r < a^s \quad \text{при} \quad 0 < a < 1.$$

Например: Сравнить числа $\sqrt[5]{8}$ и $2^{\frac{2}{3}}$

Представим $\sqrt[5]{8} = 2^{\frac{3}{5}}$.

По свойству **7°** имеем $2^{\frac{2}{3}} > 2^{\frac{3}{5}}$, т.к. $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$.