

# Критические точки функции

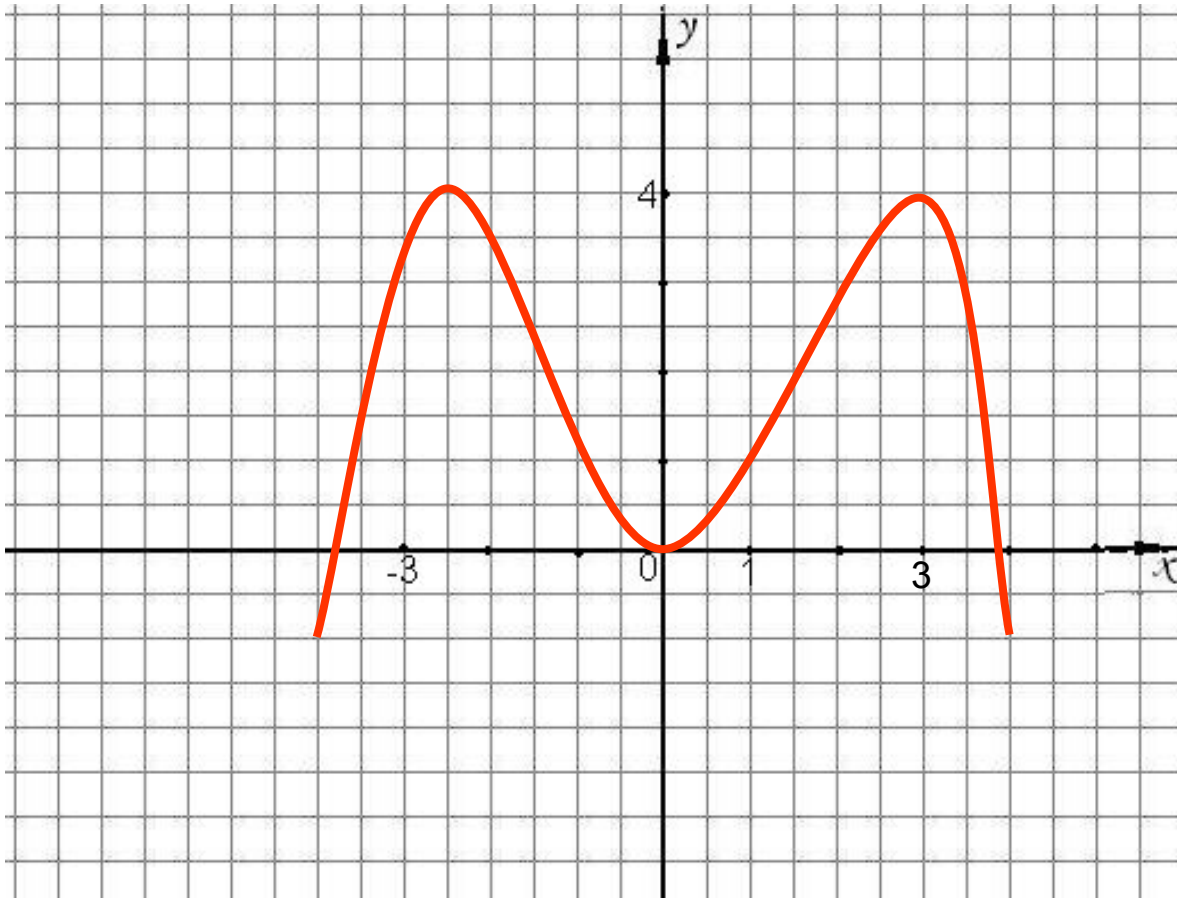
## Точки экстремумов

Разработка учителя математики МОУ «Курлекская СОШ»  
Томского района Томской области Логуновой Л.В.

2006 г.

# Точки экстремума (повторение)

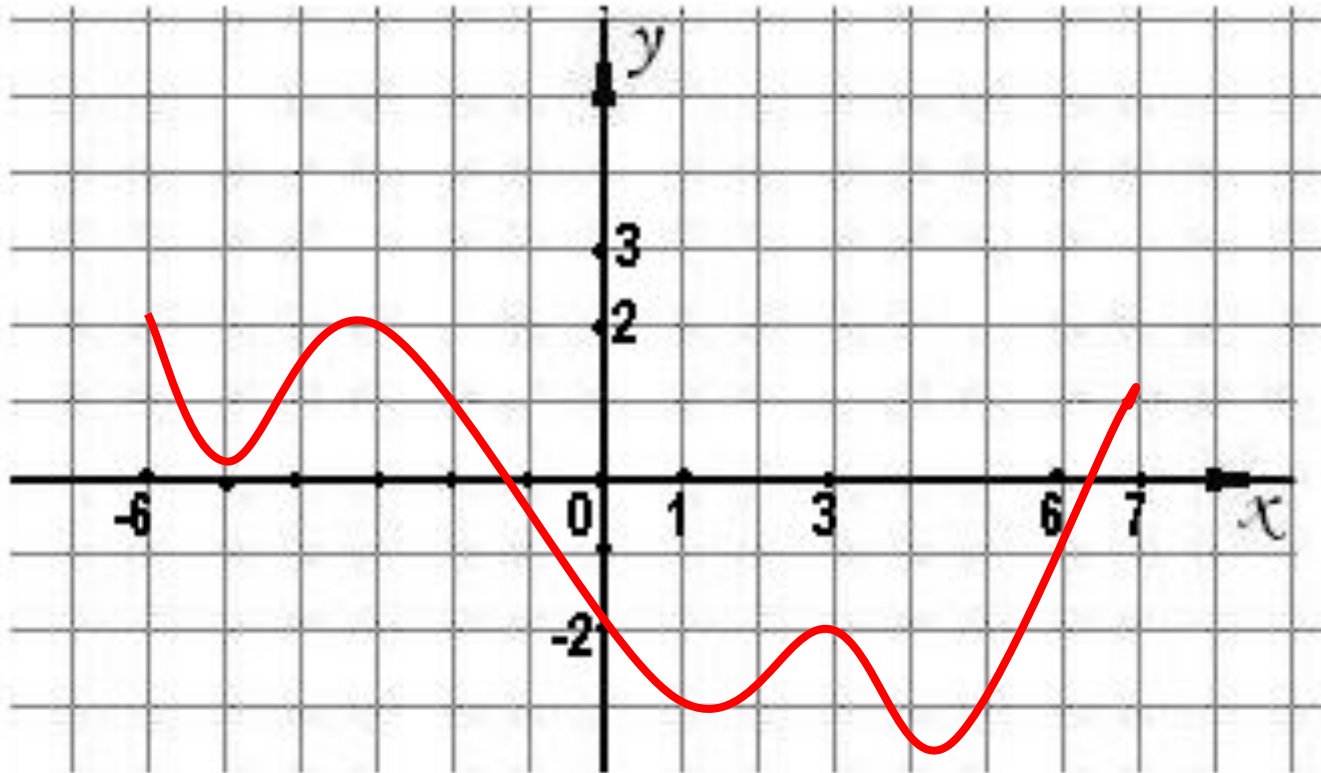
Точки области определения функции, в которых возрастание функции сменяется убыванием или, наоборот, убывание сменяется возрастанием, называются **точками экстремумов**.



Это точки  
максимума и  
точки  
минимума.

1. Сколько точек минимума имеет функция, заданная графиком на отрезке  $[-6; 7]$ ?

Ответ: 2



1) 4

2) 3

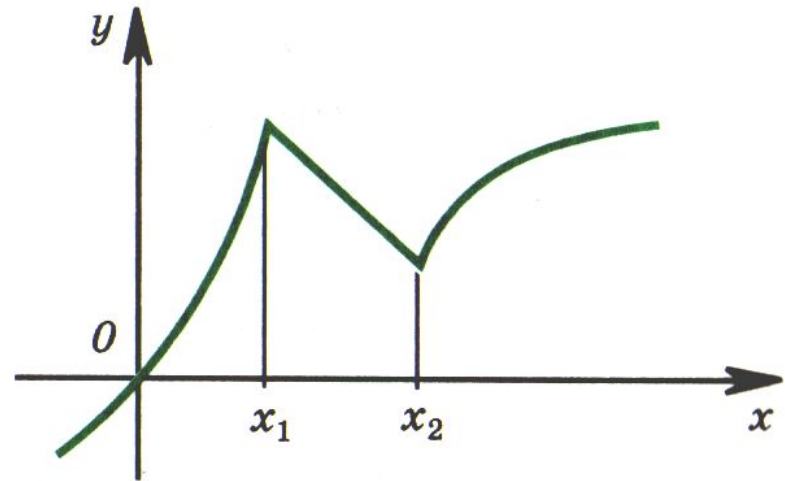
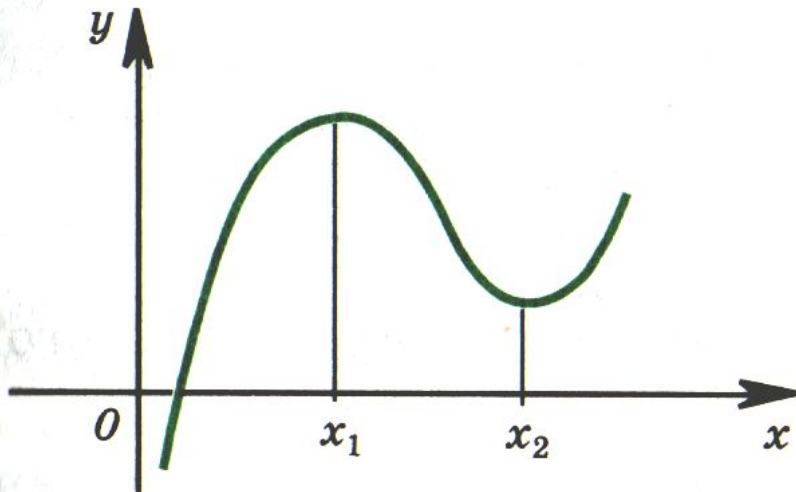
3) 1

4) 2

# Критические точки

## Определение

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются **критическими точками**.



# Среди критических точек есть точки экстремума

## Необходимое условие экстремума

### Теорема Ферма

Если точка  $x_0$  является точкой экстремума функции  $f$  и в этой точке существует производная  $f'$ , то она равна нулю:  $f'(x_0) = 0$ .

Но, если  $f'(x_0) = 0$ , то не обязательно, что точка  $x_0$  будет точкой экстремума. Примеры

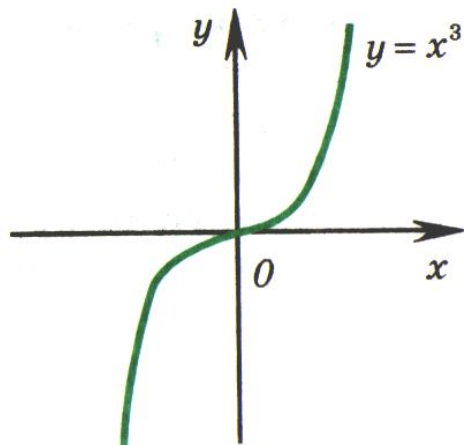


Рис. 105

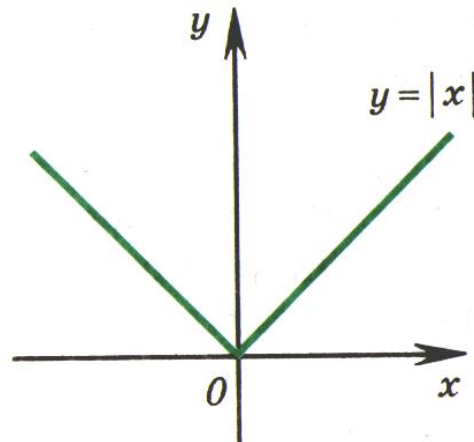


Рис. 106

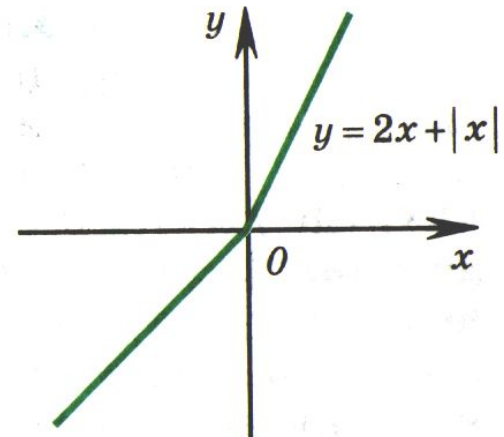
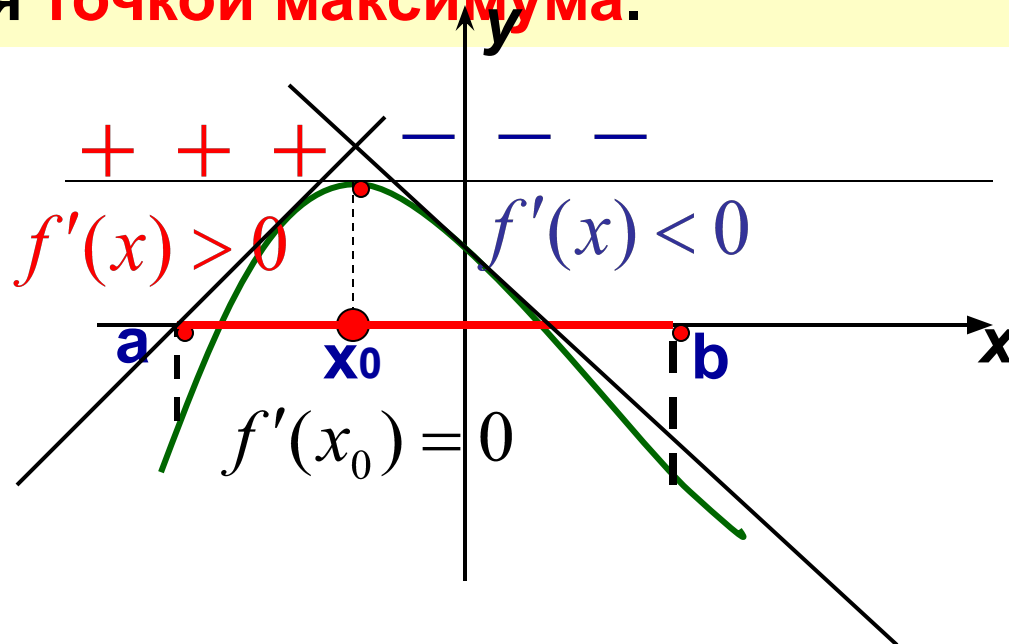


Рис. 107

# Признак точки максимума функции

Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) > 0$  на интервале  $(a; x_0)$  и  $f'(x) < 0$  на интервале  $(x_0; b)$ , то точка  $x_0$  является **точкой максимума**.

Если при переходе через точку  $x_0$  производная от функции **меняет знак с «плюса» на «минус»**, то точка  $x_0$  является **точкой максимума**.



# Признак точки минимума функции

Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) < 0$  на интервале  $(a; x_0)$  и  $f'(x) > 0$  на интервале  $(x_0; b)$ , то точка  $x_0$  является **точкой минимума**.

Если при переходе через точку  $x_0$  производная от функции **меняет знак с «минуса» на «плюс»**, то точка  $x_0$  является **точкой минимума**.

