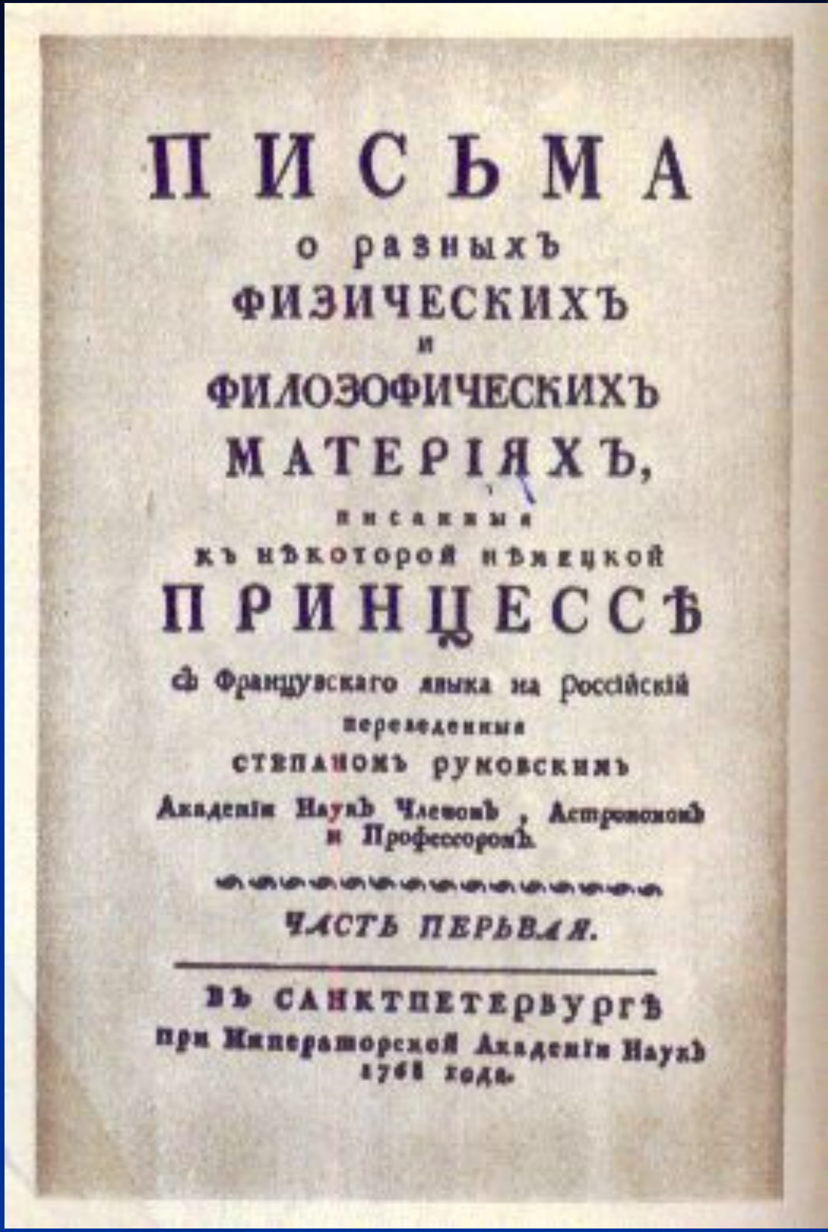
# Круги Эйлера

# Леонард Эйлер-известный швейцарский ученый

**Идеальный математик XVIII ВЕКА (1707 – 1783гг.) (к 300-летию со дня рождения)**

- Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной литературе по математике столь же часто, как имя Эйлера. В Энциклопедии можно найти сведения о шестнадцати формулах, уравнениях, теоремах и т. д., носящих имя Эйлера.

"Письма о разных физических и философических материях, написанные к некоторой немецкой принцессе...", где появились впервые «круги Эйлера»



ПИСЬМА
о разныхъ
ФИЗИЧЕСКИХЪ
и
ФИЛОЗОФИЧЕСКИХЪ
МАТЕРІЯХЪ,
писанныя
къ нѣкоторой нѣмецкой
ПРИНЦЕССѢ
съ Французскаго языка на Россійскій
переведенныя
Степаномъ Румовскимъ
Академіи Наукъ Членомъ, Астрономомъ
и Профессоромъ.

ЧАСТЬ ПЕРЬВАЯ.

ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ
при Императорской Академіи Наукъ
1768 года.

- Эйлер писал тогда, что «круги очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».
- При решении целого ряда задач Леонард Эйлер использовал идею изображения множеств с помощью кругов и они получили название «круги Эйлера».

# Типы кругов Эйлера

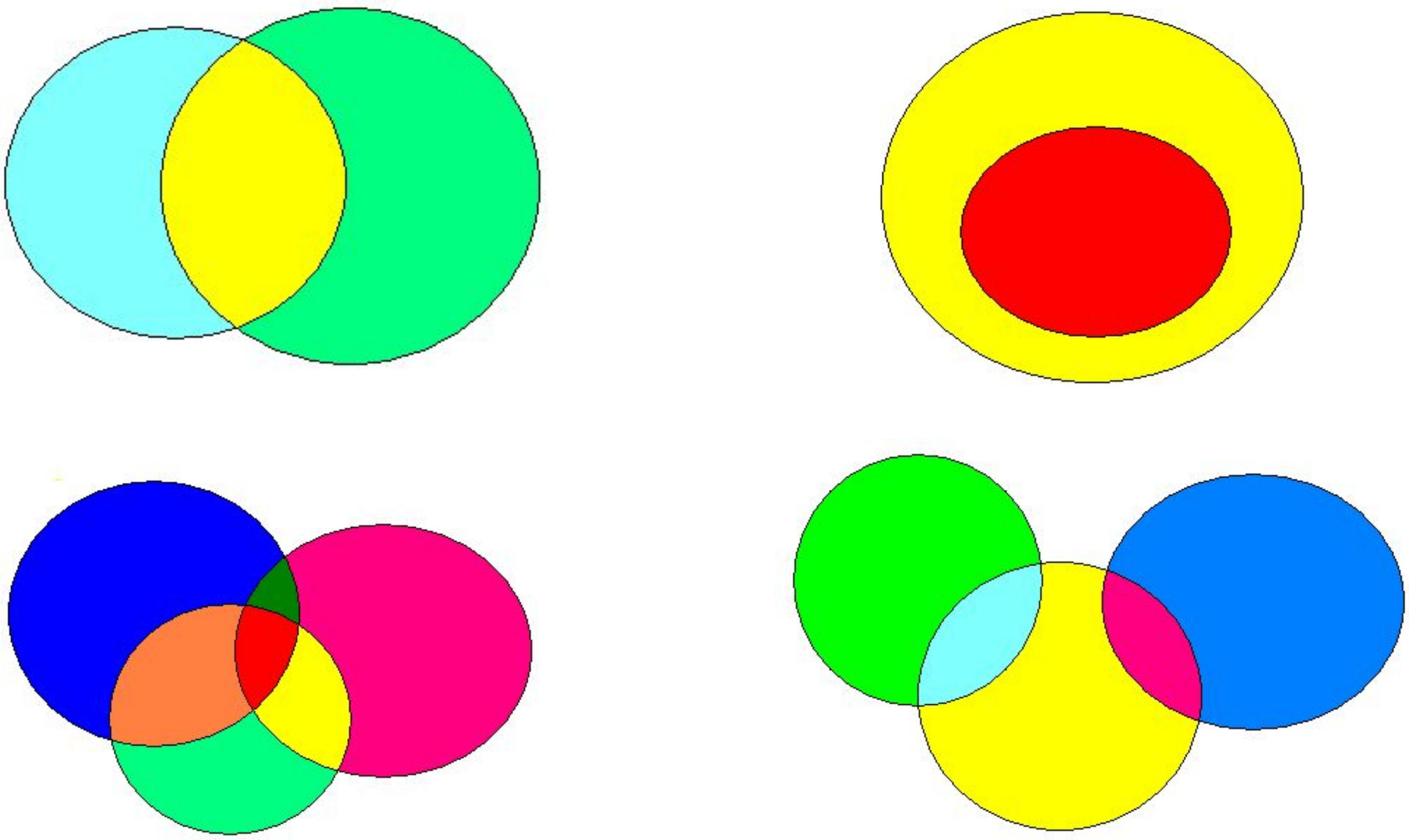


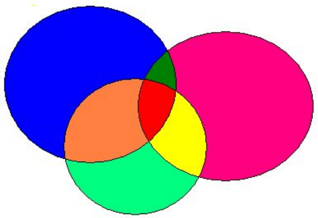
***Диаграмма Эйлера-Венна*** **- наглядное средство для работы со множествами. На этих диаграммах изображаются все возможные варианты пересечения множеств. Количество пересечений (областей) n определяется по формуле:**

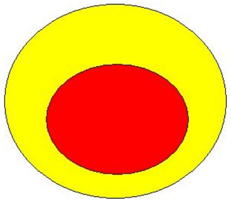
$$\underline{N=2^{n}},$$

**где n - количество множеств.**

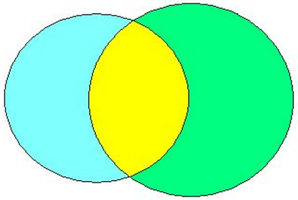
**Таким образом, если в задаче используется два множества, то $N=2^2=4$, если три множества, то $N=2^3=8$, если четыре множества, то $N=2^4=16$. Диаграммы Эйлера-Венна используются в основном для N<=4.**

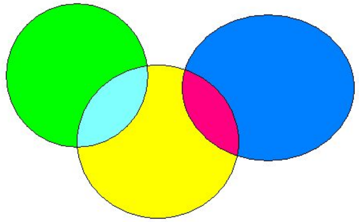
# Для диаграмм Эйлера-Венна справедливы два основных понятия:





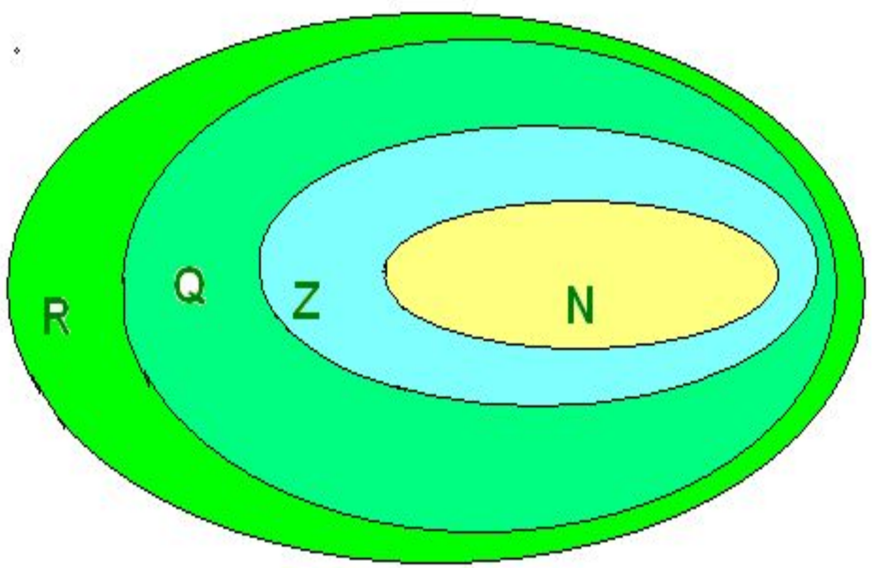
- Универсальное множество (универсум) U (в контексте задачи) - множество, содержащее все элементы рассматриваемой задачи: элементы всех множеств задачи и элементы, не входящие в них.
- Пустое множество Ø (в контексте задачи) - множество, не содержащее ни одного элемента рассматриваемой задачи. На диаграмме строят пересекающиеся множества, заключают их в универсум.





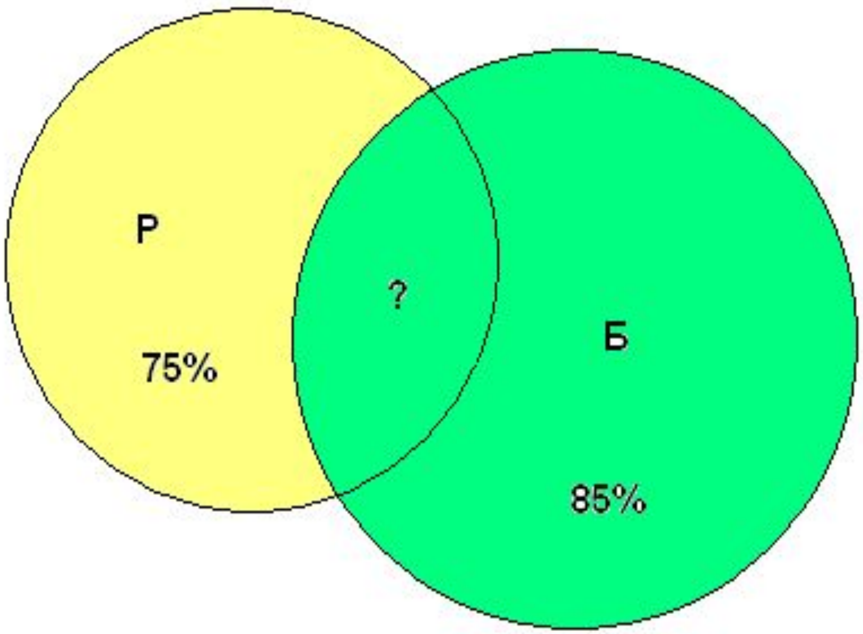
# Множество чисел

- Множество всех действительных чисел Эйлер изобразил с помощью этих кругов:
- N-множество натуральных чисел,
- Z – множество целых чисел,
- Q – множество рациональных чисел,
- R – множество вех действительных чисел.



# Решение задач с помощью кругов Эйлера.

- Часть жителей нашего города умеет говорить только по-русски, часть – только по-башкирски и часть умеет говорить на обоих языках. По-башкирски говорят 85%, по-русски 75%. Сколько процентов жителей говорят на обоих языках?

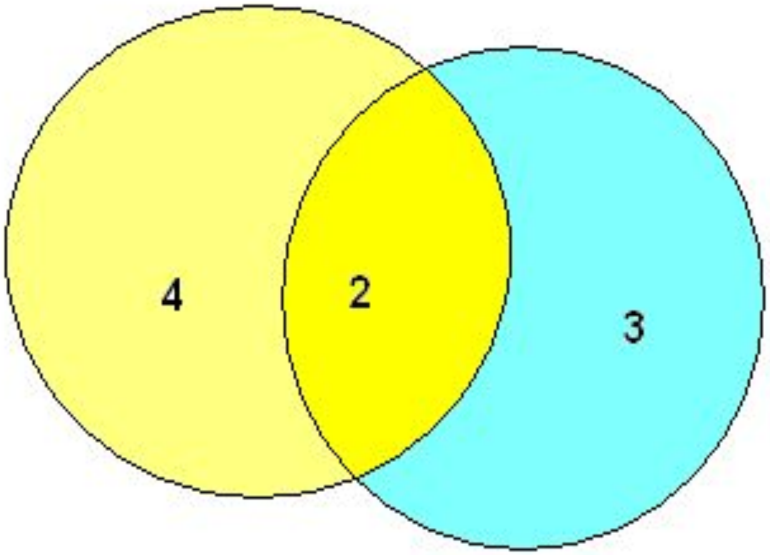


# Решение:

- 100%-85%=15% (жителей говорят только по-русски)
- 75%-15%=60% (жителей говорят на обоих языках)

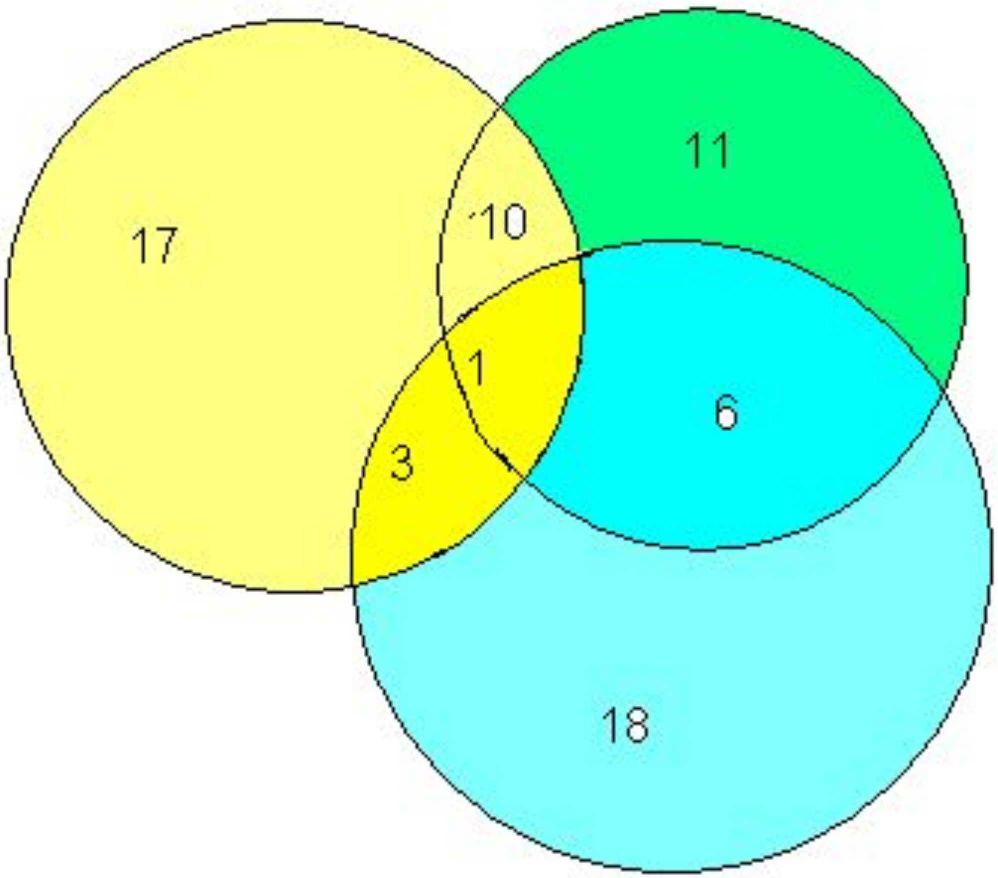
# Задача 2. О подругах

**Все мои подруги выращивают в своих квартирах какие-нибудь растения. Шестеро из них разводят кактусы, а пятеро — фиалки. И только у двоих есть и кактусы и фиалки. Угадайте, сколько у меня подруг?**



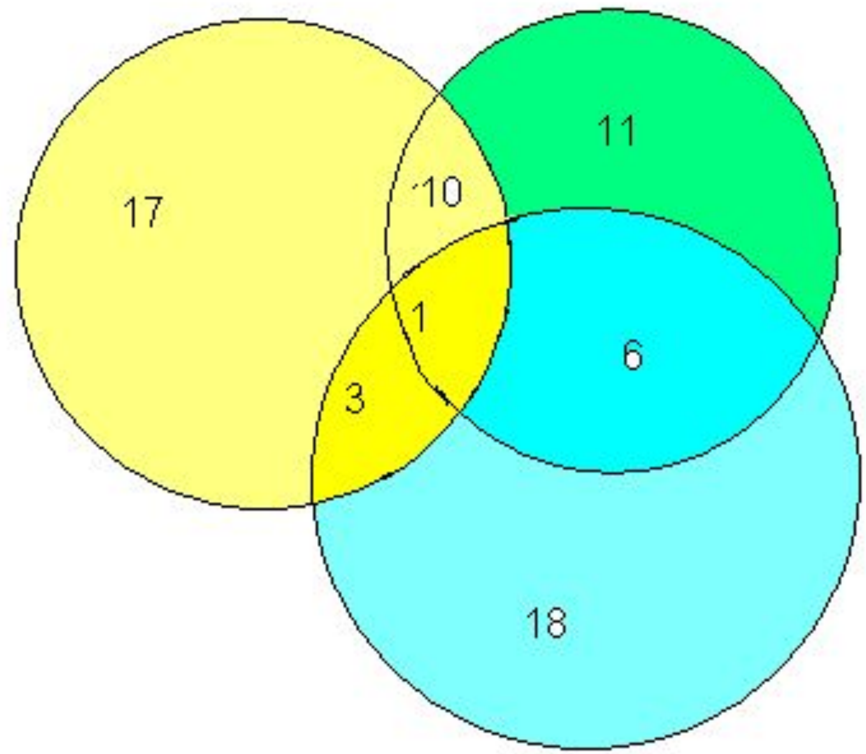
# Спортивная задача

- В футбольной команде «Баймак» 30 игроков:
- 18 нападающих.
- 11 полузащитников
- 17 защитников
- Вратари
- 3 могут быть нападающими и защитниками,
- 10 защитниками и полузащитниками,
- 6 нападающими и защитниками
- 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником.
- Вратари не замени
- Сколько в команде «Баймак» вратарей?



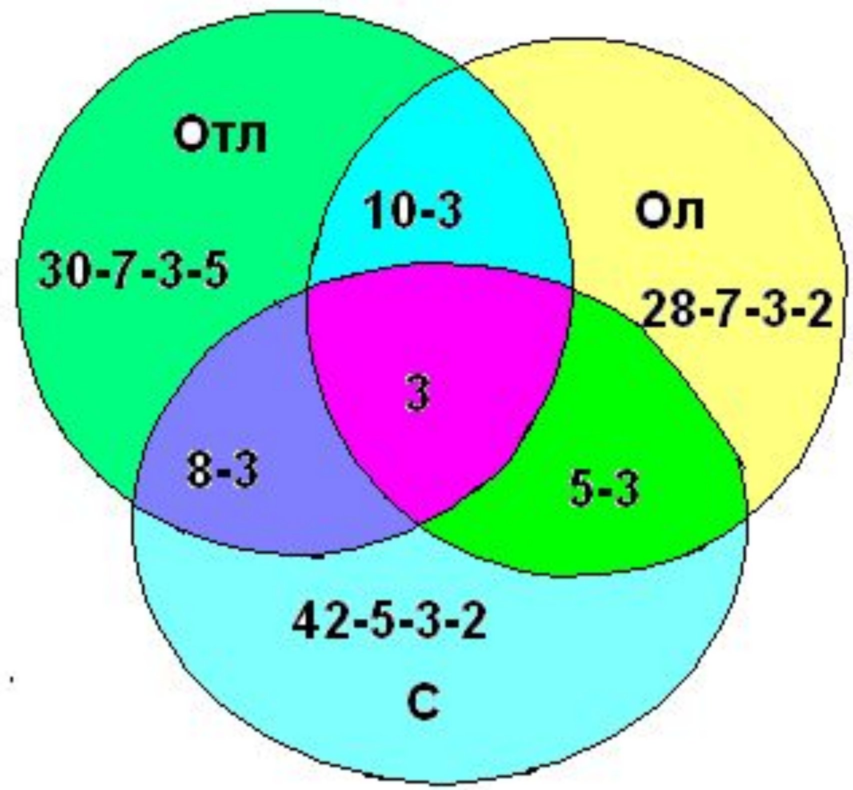
# Решение

- 18+11+17-3-10-6+1=28 (игроков) на этой диаграмме. Но в команде всего 30 футболистов. Значит вратарей будет 30-28=2. Ответ: 2 вратаря.



# «Озеро Графское»

- Из 100 отдыхающих на турбазе «Графское»,
- 30 детей - отличники учебы,
- 28 - участники олимпиад,
- 42 - спортсмены.
- 8 учащихся одновременно участники олимпиад и спортсмены,
- 10 – участники олимпиад и отличники,
- 5 – спортсмены и отличники учебы,
- 3 – и отличники, и участники олимпиад, и спортсмены.
- Сколько отдыхающих не относятся ни к одной из групп?



# Решение

- 20+13+30+3+5+7+2= 80 (детей)
- 100-80=20 (детей не входят ни в одну из групп)
- Ответ: 20 детей.

# Выводы

- **Круги Эйлера – инструмент визуализации работы со множествами,**
- **Применение кругов Эйлера (диаграмм Эйлера-Венна) позволяет легко решить задачи, которые обычным путем разрешимы лишь при составлении системы трех уравнений с тремя неизвестными.**

# Инструмент формализации – формула включений и исключений

Введем следующее понятие: число элементов конечного множества *A* называется *мощностью* этого множества и обозначается |*A*|.

**Формула включений и исключений даёт возможность находить мощность объединения любого конечного набора множеств.**

**Формула включений и исключений для двух множеств. Для любых конечных множеств *A* и *B* справедливо равенство:**

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

**Формула включений и исключений для трёх множеств. Для любых конечных множеств *A*, *B* и *C* справедливо равенство:**

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

# Выводы

- **Формула включений и исключений – инструмент формализации работы со множествами,**
- **Применение формулы включений и исключений основывается на формальном языке математики, то есть на составлении уравнения или системы уравнений.**