

Квадратные уравнения

Учитель математики МБОУ
«Верхнемактаминская ООШ»
Гумеровой Фариды
Ильгамтдиновны

Квадратны е уравнения

Устные
упражнения
ия

Задачи

Теоретически
й
материал

Самостоятел
ьная
работа

Из истории
квадратных
уравнений



Квадратным уравнением
называется уравнение вида
 $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$
где x - переменная,
 a , b и c - некоторые числа.

**Коэффициенты квадратного уравнения
обычно называют:**

**a - первым или старшим коэффициентом,
 b - вторым коэффициентом,
 c - свободным членом.**

Примеры.

$$-x^2 + 6x + 1 = 0,$$

$$3,7x^2 - 2x + 8 = 0,$$

$$7x^2 + 6x - 23 = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2+px+q=0$,
в котором коэффициент при x^2 равен 1,
называется **приведенным**.

Если выполняется тождество

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2),$$

то уравнение $ax^2+bx+c=0$

при $x_1 \neq x_2$, имеет два корня x_1 и x_2 ,

при $x_1 = x_2$, имеет один корня x_1 .

Решение квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$$

1. Если $D > 0$, то уравнение имеет два корня


$$x_1 = (-b + \sqrt{D}) / 2a; \quad x_2 = (-b - \sqrt{D}) / 2a.$$

2. Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

3. Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень

$$x = -b / 2a.$$

Алгоритм решения квадратного уравнения

1. Вычислить дискриминант и сравнить его с нулем,
 2. Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней,
 3. Если дискриминант отрицателен, то записать, что корней нет.
- 

Неполные квадратные уравнения.

Квадратное уравнение называют неполным, если хотя бы один из коэффициентов a или b равен нулю.

1. $a \neq 0, b = 0, c \neq 0, \quad ax^2 + c = 0$
2. $a \neq 0, c = 0, b \neq 0, \quad ax^2 + bx = 0$
3. $a \neq 0, b = 0, c = 0, \quad ax^2 = 0.$

Примеры. $-3x^2 + 9 = 0,$

$$7x^2 - 11 = 0,$$

$$5x^2 = 0.$$



УСТНАЯ РАБОТА 1

1. Укажите коэффициенты квадратного уравнения:

а) $-5x^2 + 7x + 9 = 0$

б) $x^2 - 4x - 3 = 0$

в) $-2x^2 - 7x = 0$

г) $0,1x^2 + x - 8 = 0$

д) $2x^2 + 1 = 0$

е) $3x^2 = 0$

2. Назовите недостающий член так, чтобы его можно было представить в виде квадрата двучлена

а) $x^2 + 2x + \dots;$

б) $a^2 - 6x + \dots;$

в) $x^2 + 10x + \dots;$

г) $y^2 + 5y + \dots;$

д) $v^2 + v + \dots;$

е) $y^2 + 2vy + \dots$

3. Решите уравнение

а) $(x-6)^2 = 9;$

б) $(x-1)^2 = 4/9;$

в) $(x+1)^2 = 16;$

г) $x^2 + 2x + 1 = 0.$

УСТНАЯ РАБОТА 2

1. Найдите значение выражения b^2-4ac при:

а) $a=1, b=2, c=3,$

б) $a=2, b=5, c=-3.$

2. Решите уравнение

а) $x^2-25=0$

г) $x^2-19=0$

б) $x^2-7x=0$

д) $5x^2=0,2x$

в) $x^2+9=0$

е) $a^2=0$

3. Назовите коэффициенты квадратного уравнения

а) $x^2+4x+9=0$

г) $3-2x^2-x=0$

б) $x^2-3=0$

д) $2x^2+2x+1=0$

в) $2x^2-5x=0$

е) $x^2-x+2=0$

УСТНАЯ РАБОТА 3

1. Докажите, что число -1 является корнем уравнения

а) $x^3+1=0$

в) $x^2-1=0$

б) $x^2+x=0$

г) $x^2+3x+2=0$

2. Укажите коэффициенты квадратного уравнения

а) $-5x^2+2x-9=0$

г) $0,5x^2+3x-7=0$

б) $3x^2-4x-1=0$

д) $-2x^2+1=0$

в) $x^2-4x=0$

е) $11-3x^2=0$

3. Замените уравнение равносильными ему приведенным квадратным уравнением

а) $3x^2-6x-12=0$

в) $1/2x^2-3x+1,5=0$

б) $-x^2+2x-2=0$

г) $10x^2-20x+30=0$



Применение квадратных уравнений

$S = \pi r^2$ - формула для вычисления площади круга

$S = 4\pi r^2$ - формула для вычисления площади поверхности шара.

$S = a^2$ - формула для вычисления площади квадрата.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Необходимо построить открытый желоб прямоугольного сечения для стока воды. Длина периметра поперечного сечения желоба должна равняться 6 см.

Какой высоты должны быть стенки желоба, чтобы получился максимальный слив?

x -высота боковых стенок желоба.

S -площадь поперечного сечения.

$$S(x) = (6 - 2x)x = -2x^2 + 6x$$

$$-2x^2 + 6x = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 3.$$

$$A = -2,$$

$S(x)$ -принимает максимальное значение при $x = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Задача.

1. Во дворце культуры произвели ремонт зрительного зала, в котором число рядов меньше числа мест в ряду. До ремонта в нем было 770 мест, а стало 660. Во время ремонта убрали 2 ряда целиком и по 2 кресла в каждом ряду. Сколько теперь рядов в зрительном зале?

Задача.

2. Надо узнать, сколько времени будет падать камень, брошенный вертикально с крыши четырехэтажного дома, т.е. приблизительно с высоты 12 м.

Применяем формулу $S = gt^2/2$,
где S - путь падения,
 t - время, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ - ускорение
свободного падения

Задача.

Ученики 8 - го класса отправились из Перми на прогулку по Каме на теплоходе. По карте они увидели, что теплоход отошел от города на 48км. На стоянке определили скорость течения – по плывущим предметам.

Они оказались равной 4км/ч. Общее время пути (без стоянки) составила 5ч. Какова собственная скорость теплохода?



Самостоятельная работа

Вариант А₁

Вариант А₂

1. Решите уравнения

а) $x^2 - 4x + 3 = 0$

б) $x^2 + 9x = 0$

в) $7x^2 - x - 8 = 0$

г) $2x^2 - 50 = 0$

а) $x^2 - 6x + 5 = 0$

б) $x^2 - 5x = 0$

в) $6x^2 + x - 7 = 0$

г) $3x^2 - 48 = 0$

2. Длина прямоугольника на 5 см больше ширины, а его площадь равна 36 см².

2. Ширина прямоугольника на 6 см меньше длины, а его площадь равна 40 см².

Найдите стороны прямоугольника. Найдите стороны прямоугольника.

3. Один из корней данного уравнения равен 4.

Найдите второй корень и число а:

$$x^2 + x - a = 0$$

$$x^2 - ax - 8 = 0$$

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны -5 и 8.

9 и -4.

Вариант Б₁

Вариант Б₂

1. Решите уравнения

а) $x^2+2x-63=0$

б) $0,9x-3x^2=0$

в) $2x^2-5x+2=0$

г) $x^2-2x-6=0$

а) $x^2+18x+65=0$

б) $0,6+2x^2=0$

в) $2x^2-3x-2=0$

г) $x^2+2x-4=0$

2. Найдите длины сторон прямо угольника, периметр которого равен 32см, а площадь равна 55см².

2. Найдите длины сторон прямо угольника, площадь которого равна 51см², а периметр равен 40см.

3. Один из корней уравнения $2x^2+10x+q=0$ на 3 больше другого. Найдите q.

3. Один из корней уравнения $3x^2-21x+q=0$ на 1 меньше другого. Найдите q.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны -3 и -1/3.

-2 и -1/2.

Вариант В₁

Вариант В₂

1. Решите уравнения

а) $x^2 + x = 90$

б) $7x^2 = -4x$

в) $\frac{1}{5}x^2 + x - 10 = 0$

г) $x^2 + 4x + 5 = 0$

а) $x^2 - x = 110$

б) $-3x^2 = 11x$

в) $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$

г) $x^2 - 2x + 3 = 0$

2. Когда от квадратного листа фанеры отрезали прямоугольную полосу шириной 2 м, площадь листа составила 24 м². Найдите первоначальную площадь листа.

2. От прямоугольного листа картона длиной 16 см отрезали квадрат, сторона которого равна ширине листа. Площадь оставшегося прямоугольника равна 60 см². Найдите ширину листа картона.

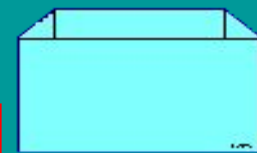
3. Разность корней уравнения $2x^2 - 5x + c = 0$ равна 1,5. Найдите с.

3. Разность корней уравнения $2x^2 - 3x + c = 0$ равна 2,5. Найдите с.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны $2 + \sqrt{3}$ и $2 - \sqrt{3}$.

$1 - \sqrt{2}$ и $1 + \sqrt{2}$.

Проверка самостоятельной работы



С.р	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
1а	3;1	5;1	-9;7	-13;-5	-10;9	10;11
1б	0; -9	0;5	0; 0,3	0;-0,3	0;-4/7	0; 11/3
1в	1; 1,1/7	1; -1,1/6	2;1/2	2;-1/2	-10;5	-2;6
1г	-5;5	-4;4	$1 \pm \sqrt{7}$	$-1 \pm \sqrt{5}$	нет	нет
2	4 и 9	4 и 10	5 и 11	3 и 17	36см ²	10 и 6
3	-5;20	-2;2	8	36	2	-2
4	$x^2 - 3$ $x - 40 = 0$	$x^2 - 5$ $x - 36 = 0$	$3x^2 + 10x$ $+ 3 = 0$	$2x^2$ $+ 5x + 2 = 0$	$x^2 - 4$ $x + 1 = 0$	$x^2 - 2$ $x - 1 = 0$

История возникновения квадратных уравнений.

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 г.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.

В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи».



Из истории квадратных уравнений

Задачи на квадратные уравнения встречаются в старинных индийских книгах уже в **499** г. Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары:

Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А 12 по лианам...
Стали прыгать, повисая.
Сколько было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?



Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в

Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 г. итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2+vx+c=0$, было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. **Штифелем**.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Лишь в 17 в. благодаря трудам **Декарта, Ньютона и других ученых** способ решения квадратных уравнений принимает современный вид

