Квадратные уравнения.

Автор: Бесфамильная Анна
ученица 8-а класса
Руководитель: Никифорова М.Н., учитель математики

ГОУ СОШ №1968
Москва
2010г.

Цели проекта:

- **Дать определение квадратного уравнения**
- **Рассмотреть алгоритм решения квадратных уравнений**
- **Познакомить с историей решения квадратных уравнений**
- **Изучить теорему Виета**
- **Найти занимательный материал по данной теме(кроссворды, стихи)**

Определение квадратного уравнения.

- *Квадратным уравнением* называется уравнение вида $ах^2+вх+с=0$, где х – переменная, а,в,с – некоторые числа, причем $а \neq 0$.
- Числа а, в, с – коэффициенты квадратного уравнения. Число а – *первый коэффициент*, в – *второй коэффициент*, с – *свободный член*.
- Если в квадратном уравнении $ах^2+вх+с=0$ хотя бы один из коэффициентов в или с равен нулю, то такое уравнение называется *неполным квадратным уравнением.*
- Квадратное уравнение, в котором коэффициент а=1 называется *приведенным квадратным уравнением.*

Стихотворение для запоминания формулы

«П», со знаком взяв обратным,
На два мы его разделим.
И от корня аккуратно
Знаком минут-плюс отделим.
А под корнем, очень кстати,
Половина «пэ» в квадрате,
Минус «ку». И вот решенье
Небольшого уравненья.

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Алгоритм решения квадратного уравнения:

$ax^2+вx+c=0$

Определить коэффициенты а,в,с

Вычислить дискриминант $D=в^2-4ac$

Если $D<0$, то

Уравнение не имеет корней

Если $D=0$, то

1 корень

$$x = \frac{-в}{2a}$$

Если $D>0$, то

2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-в \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Кроссворд

1 Квадратное
2 Приведенное
3 Равносильное
4 Коэффициент
5 Корень
6 Уравнение
7 Арифметический
8 Диофант
9 Неполное
10 Различитель
11 Свободный
12 Виет

1. Уравнение вида $ах^2+вх+с=о$
2. Квадратные уравнения, у которых первый коэффициент равен 1.
3. Уравнения с одной переменной, имеющие одни и те же корни.
4. Числа а,в и с в квадратном уравнении.
5. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
6. Равенство, содержащее неизвестное.
7. Неотрицательное значение квадратного корня.
8. Древнегреческий математик, который нашел приемы решения квадратных уравнений без обращения к геометрии.
9. Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов в или с равен 0.

10. «Дискриминант» - по-латыни.
11. Коэффициент с квадратного уравнения.
12. Французский математик, который вывел формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов.

Если вы разгадаете этот кроссворд верно, то сможете в выделенном вертикальном столбце прочитать термин, относящийся к теме.

Из истории решения квадратных уравнений.

Уравнения 2-ой степени умели решать еще в Древнем Вавилоне во II тысячелетии до н.э. Математики Древней Греции решали квадратные уравнения геометрически; например, *Евклид* – при помощи деления отрезка в среднем и крайнем отношениях. Задачи, приводящие к квадратным уравнениям, рассматриваются во многих древних математических рукописях и трактатах

Формула корней квадратного уравнения «переоткрывалась» неоднократно. Один из первых дошедших до наших дней выводов этой формулы принадлежит индийскому математику *Брахмагупте* (около 598 г.).

Среднеазиатский ученый *ал-Хорезми* (IX в.) в трактате «Китаб аль-джебр валь -мукабала» получил эту формулу методом выделения полного квадрата с помощью геометрической интерпретации.

Уравнение с вещественными коэффициентами

Квадратное уравнение с вещественными коэффициентами a,b,c может иметь от 0 до 2 вещественных корней в зависимости от значения дискриминанта $D = b^2 - 4ac$:

✔при $D > 0$ корней два, и они вычисляются по формуле

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

✔при $D = 0$ корень один (в некоторых контекстах говорят также о двух равных или совпадающих корнях), кратности 2:

$$x = \frac{-b}{2a};$$

✔при $D < 0$ вещественных корней нет. Существуют два *комплексных* корня, выражающиеся той же формулой (1) (без использования извлечения корня из отрицательного числа), либо формулой

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}.$$

Вместо формулы

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

для нахождения корней можно использовать эквивалентное выражение

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a},$$

где $k = b / 2$. Это выражение является более удобным для практических вычислений при чётном b, то есть для уравнений вида $ax^2 + 2kx + c = 0$.

Квадратное уравнение вида $x^2 + px + q = 0$, в котором старший коэффициент a равен единице, называют *приведённым*. В этом случае формула для корней

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

упрощается до

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Мнемонические правила

«Минус» напишем сначала,
Рядом с ним *p* пополам,
«Плюс-минус» знак радикала,
С детства знакомого нам.
Ну, а под корнем, приятель,
сводится всё к пустяку:
p пополам и в квадрате
Минус несчастное
прекрасное *q*.

Уравнение с комплексными коэффициентами

В комплексном случае квадратное уравнение решается по той же формуле

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

и указанным выше ее вариантам, но различимыми является только два случая: нулевого дискриминанта (один корень) и ненулевого (два корня).

Теорема Виета

По праву достойна в стихах быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.
Что лучше, скажи, постоянства такого:
Умножишь ты корни - и дробь уж готова:
В числителе *с*, в знаменателе *а*,
А сумма корней тоже дроби равна.
Хоть с минусом дробь - это что за беда -
В числителе *в*, в знаменателе *а*.

Теорема Виета

Сумма корней приведённого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ равна коэффициенту p, взятому с обратным знаком, а произведение корней равно свободному члену q:

$$x_1 + x_2 = -p, \qquad x_1 x_2 = q.$$

В общем случае (для неприведённого квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$):

$$x_1 + x_2 = -b/a, \qquad x_1 x_2 = c/a.$$

Разложение квадратного уравнения на множители

Если известны оба корня квадратного уравнения, его можно разложить по формуле

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

В случае нулевого дискриминанта это соотношение становится одним из вариантов формулы квадрата суммы или разности.

Уравнения, сводящиеся к квадратным

Уравнение вида $$a \cdot f^2(x) + b \cdot f(x) + c = 0$$

является уравнением, сводящимся к квадратному.

В общем случае оно решается заменой

$$f(x) = t, t \in E(f)$$

с последующим решением квадратного уравнения

$$a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$$

Также при решении можно обойтись без замены, решив совокупность двух уравнений

$$f(x) = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2}$$ и $$f(x) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2}$$

Если $f(x) = x^2$, то уравнение принимает вид:

$ax^4 + bx^2 + c = 0$

Такое уравнение называется биквадратным

Выводы:

1 В процессе работы над презентацией я изучила решение квадратных уравнений.

2 Научилась пользоваться формулами для решения квадратных уравнений

3 Узнала об истории решения

4 Данная презентация будет полезна учащимся 8-9классов для изучения и повторения при решении квадратных уравнений

5 Презентация окажет помощь учителям при объяснении темы «Квадратные уравнения»

Литература:

1. http://mathematic.su/teorema.html

2. http://megasoft2009.3dn.ru/load/27

3. http://www.rusedu.ru/

4.http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5