Квадратные уравнения

Учитель математики МБОУ
«Верхнемактаминская ООШ»
Гумеровой Фариды
Ильгамтдиновны

Квадратные уравнения

Устные упражнения

Задачи

Теоретический материал

Самостоятельная работа

Из истории квадратных уравнений

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

где x - переменная,

a, b и c - некоторые числа.

Коэффициенты квадратного уравнения обычно называют:

a - первым или старшим коэффициентом,

b - вторым коэффициентом,

c - свободным членом.

Примеры.

$$-x^2 + 6x + 1 = 0,$$

$$3{,}7x^2 - 2x + 8 = 0,$$

$$7x^2 + 6x - 23 = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2+px+q=0$,
в котором коэффициент при x^2 равен 1,
называется приведенным.

Если выполняется тождество
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$,
то уравнение $ax^2+bx+c=0$
при $x_1 \neq x_2$, имеет два корня x_1 и x_2,
при $x_1=x_2$, имеет один корня x_1.

Решение квадратных уравнений

$$ax^2 + b\,x + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = (-\,b \pm \sqrt{D}) \,/\, 2a$$

1. Если $D > 0$, то уравнение имеет два корня
   $x_1 = (-\,b + \sqrt{D}) \,/\, 2a$; $x_2 = (-\,b - \sqrt{D}) \,/\, 2a$.
2. Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.
3. Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень
   $x = -\,b \,/\, 2a$.

Алгоритм решения квадратного уравнения

1. Вычислить дискриминант и сравнить его с нулем,
2. Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней,
3. Если дискриминант отрицателен, то записать, что корней нет.

Неполные квадратные уравнения.

Квадратное уравнение называют неполным, если хотя бы один из коэффициентов а или в равны нулю.

1. $a \neq 0, в = 0, c \neq 0, \quad ax^2 + c = 0$
2. $a \neq 0, c = 0, в \neq 0, \quad ax^2 + вx = 0$
3. $a \neq 0, в = 0, c = 0, \quad ax^2 = 0.$

Примеры. $-3x^2 + 9 = 0,$

$7x^2 - 11 = 0,$

$5x^2 = 0.$

УСТНАЯ РАБОТА 1

1.Укажите коэффициенты квадратного уравнения:

а)$-5x^2+7x+9=0$ г)$0{,}1x^2+x-8=0$

б)$x^2-4x-3=0$ д)$2x^2+1=0$

в)$-2x^2-7x=0$ е)$3x^2=0$

2.Назовите недостающий член так, чтобы его можно было представить в виде квадрата двучлена

а) $x^2+2x+\ldots$; г) $y^2+5y+\ldots$;

б) $а^2-6x+\ldots$; д) $в^2+в+\ldots$;

в) $x^2+10x+\ldots$; е) $y^2+2вy+\ldots$

3.Решите уравнение

а) $(x-6)^2=9$; в) $(x+1)^2 ==16$;

б) $(x-1)^2=4/9$; г) $x^2+2x+1=0$.

УСТНАЯ РАБОТА 2

1. Найдите значение выражения b^2-4ac при:

   а) $a=1$, $b=2$, $c=3$,

   б) $a=2$, $b=5$, $c=-3$.

2. Решите уравнение

а) $x^2-25=0$	г) $x^2-19=0$
б) $x^2-7x=0$	д) $5x^2=0{,}2x$
в) $x^2+9=0$	е) $a^2=0$

3. Назовите коэффициенты квадратного уравнения

а) $x^2+4x+9=0$	г) $3-2x^2-x=0$
б) $x^2-3=0$	д) $2x^2+2x+1=0$
в) $2x^2-5x=0$	е) $x^2-x+2=0$

УСТНАЯ РАБОТА 3

1. Докажите, что число -1 является корнем уравнения

   а) $x^3+1=0$ в) $x^2-1=0$

   б) $x^2+x=0$ г) $x^2+3x+2=0$

2. Укажите коэффициенты квадратного уравнения

   а) $-5x^2+2x-9=0$ г) $0,5x^2+3x-7=0$

   б) $3x^2-4x-1=0$ д) $-2x^2+1=0$

   в) $x^2-4x=0$ е) $11-3x^2=0$

3. Замените уравнение равносильными ему приведенным квадратным уравнением

   а) $3x^2-6x-12=0$ в) $1/2x^2-3x+1,5=0$

   б) $-x^2+2x-2=0$ г) $10x^2-20x+30=0$

Применение квадратных уравнений

$S=\pi r^2$ - формула для вычисления площади круга

$S=4\pi r^2$ -формула для вычисления площади поверхности шара.

$S=a^2$ - формула для вычисления площади квадрата.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

1.Необходимо построить открытый желоб прямоугольного сечения для стока воды .Длина периметра поперечного сечения желоба должна ровняться 6см.

Какой высоты должны быть стенки желоба, чтобы получился максимальный слив?

X-высота боковых стенок желоба.

S-площадь поперечного сечения.

$S(x)=(6-2x)x=-2x^2+6x$

$-2x^2+6x=0$

$X_1=0;X_2=3.$

А=-2,

S(x) -принимает максимальное значение при x=1,5.

Ответ: 1,5.

Задача.

1. Во дворце культуры произвели ремонт зрительного зала, в котором число рядов меньше числа мест в ряду. До ремонта в нем было 770 мест, а стало 660. Во время ремонта убрали 2 ряда целиком и по 2 кресла в каждом ряду. Сколько теперь рядов в зрительном зале?

Задача.

2.Надо узнать, сколько времени будет падать камень, брошенный вертикально с крыши четырехэтажного дома, т.е. приблизительно с высоты 12 м.

Применяем формулу $S=gt^2/2$,

где S-путь падения,

t-время, $g=9,8$ м/с^2 - ускорение свободного падения

Задача.

Ученики 8 - го класса отправились из Перми на прогулку по Каме на теплоходе. По карте они увидели, что теплоход отошел от города на 48км. На стоянке определили скорость течения – по плывущим предметам.

Они оказались равной 4км/ч. Общее время пути (без стоянки) составила 5ч. Какова собственная скорость теплохода?

Самостоятельная работа

Вариант A_1 | **Вариант A_2**

1.Решите уравнения

Вариант A_1	Вариант A_2
а) $x^2-4x+3=0$	а) $x^2-6x+5=0$
б) $x^2+9x=0$	б) $x^2-5x=0$
в) $7x^2-x-8=0$	в) $6x^2+x-7=0$
г) $2x^2-50=0$	г) $3x^2-48=0$

2. Длина прямоугольника на 5см больше ширины, а его площадь равна 36см^2. Найдите стороны прямоугольника.

2.Ширина прямоугольника на 6см меньше длины, а его площадь равна 40см^2. Найдите стороны прямоугольника.

3.Один из корней данного уравнения равен 4. Найдите второй корень и число а:

$x^2+x-a=0$ | $x^2-ax-8=0$

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны

-5 и 8. | 9 и -4.

Вариант $Б_1$

1.Решите уравнения

а) $x^2+2x-63=0$

б) $0,9x-3x^2=0$

в) $2x^2-5x+2=0$

г) $x^2-2x-6=0$

2. Найдите длины сторон прямо угольника, периметр которого равен 32см, а площадь равна 55см^2.

3.Один из корней уравнения $2x^2+10x+q=0$ на 3 больше другого Найдите q.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны -3 и -1/3.

Вариант $Б_2$

1.Решите уравнения

а) $x^2+18x+65=0$

б) $0,6+2x^2=0$

в) $2x^2-3x-2=0$

г) $x^2+2x-4=0$

2. Найдите длины сторон прямо угольника, площадь которого равна 51см^2, а периметр равен 40см.

3.Один из корней уравнения $3x^2-21x+q=0$ на 1 меньше другого. Найдите q.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны -2 и -1/2.

Вариант B_1 / Вариант B_2

1. Решите уравнения

Вариант B_1:

а) $x^2 + x=90$

б) $7x^2 =-4x$

в) $1/5x^2 +x-10=0$

г) $x^2 +4x+5=0$

Вариант B_2:

а) $x^2 - x=110$

б) $-3 x^2 =11x$

в) $1/4x^2 - x-3=0$

г) $x^2 - 2x+3=0$

Вариант B_1:

2. Когда от квадратного листа фанеры отрезали прямоугольную полосу шириной 2м, площадь листа составила 24м^2. Найдите первоначальную площадь листа.

Вариант B_2:

2. От прямоугольного листа картона длиной 16см отрезали квадрат, сторона которого равна ширине листа. Площадь оставшегося Прямоугольника равна 60см^2. Найдите ширину листа картона.

Вариант B_1:

3. Разность корней уравнения $2x^2 -5x+c=0$ равна 1,5. Найдите c.

Вариант B_2:

3. Разность корней уравнения $2x^2 -3x+c=0$ равна 2,5. Найдите c.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны

Вариант B_1: $2 + \sqrt{3}$ и $2 - \sqrt{3}$.

Вариант B_2: $1 - \sqrt{2}$ и $1 + \sqrt{2}$.

Проверка самостоятельной работы

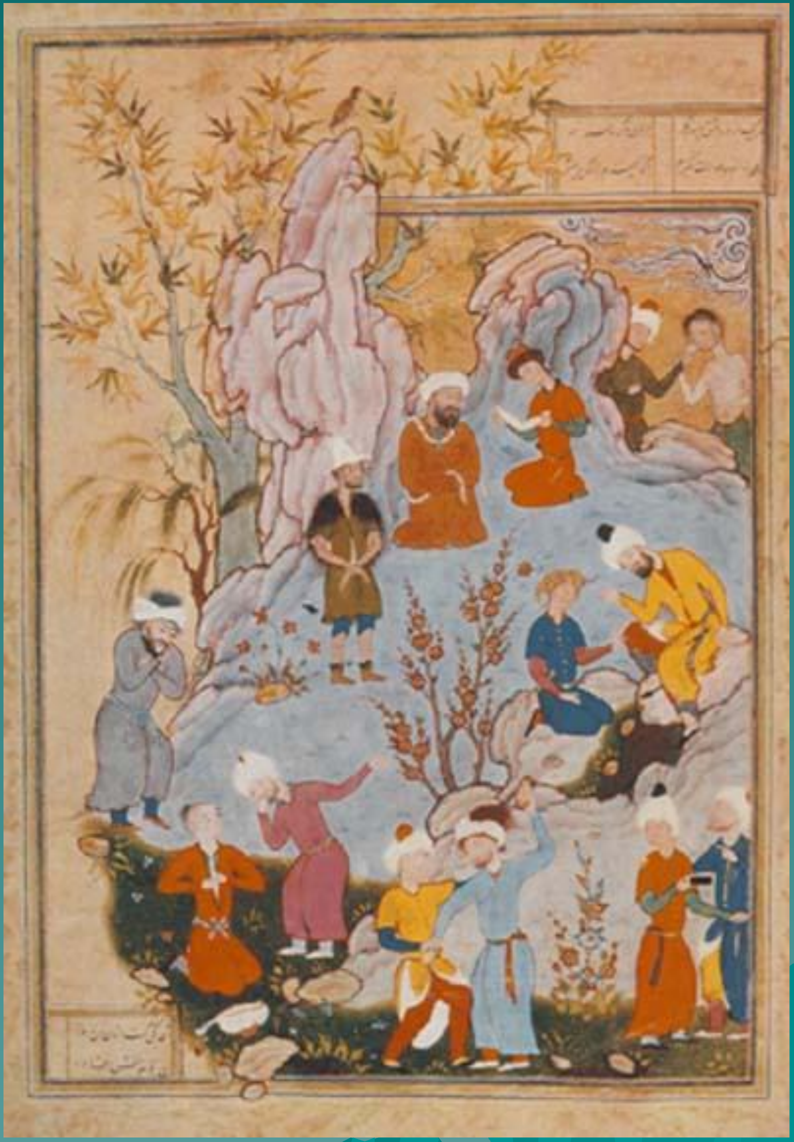
С.р	$А_1$	$А_2$	$Б_1$	$Б_2$	$В_1$	$В_2$
1а	3;1	5;1	-9;7	-13;-5	-10;9	10;11
1б	0; -9	0;5	0; 0,3	0;-0,3	0;-4/7	0; 11/3
1в	1; 1,1/7	1; -1,1/6	2;1/2	2;-1/2	-10;5	-2;6
1г	-5;5	-4;4	$1\pm\sqrt{7}$	$-1\pm\sqrt{5}$	нет	нет
2	4 и 9	4 и 10	5 и 11	3 и 17	36см^2	10 и 6
3	-5;20	-2;2	8	36	2	-2
4	$x^2-3x-40=0$	$x^2-5x-36=0$	$3x^2+10x+3=0$	$2x^2+5x+2=0$	$x^2-4x+1=0$	$x^2-2x-1=0$

История возникновения квадратных уравнений.

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 г.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.

В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи».



Из истории квадратных уравнений

Задачи на квадратные уравнения встречаются в старинных индийских книгах уже **в 499 г**. Вот одна из задач **знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары:**

Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А 12 по лианам…
Стали прыгать, повисая.
Сколько было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?

Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в

Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 г. итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2+вx+c=0$, было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. **Штифелем**.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Лишь в 17 в. благодаря трудам **Декарта, Ньютона и других ученых** способ решения квадратных уравнений принимает современный вид