Р.п Тальменка
средняя школа №3

Посредством уравнений,
теорем
Я уйму всяких
разрешал проблем.

(Чосер, английский поэт,
средние века.)

Цель работы:

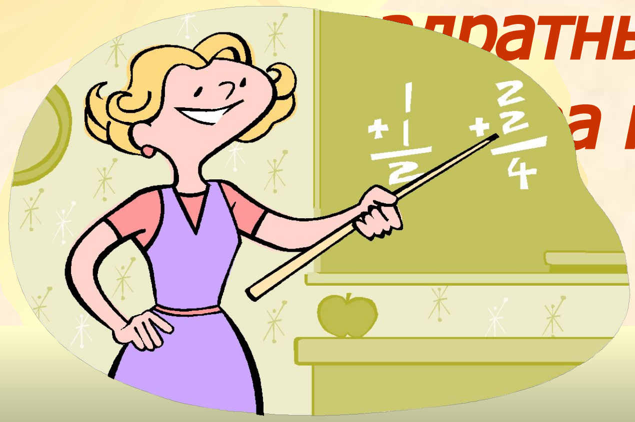
1. Изучить тему «Квадратные уравнения».
2. Исследовать зависимость между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.

План работ

1. *Изучить теорию вопроса:*

- **Квадратные уравнения. Виды квадратных уравнений.**
- **Методы решения квадратных уравнений.**
- **Зависимость между корнями и коэффициентами квадратного уравнения.**

2. *Приёмы рационального решения*
...дратных уравнений, используя
...а коэффициентов.



Квадратным уравнением называется уравнение вида $a x^2 + b x + c = 0$
где x – переменная,
a, b и c – некоторые числа, причём $a \neq 0$.

$$\underbrace{a}_{\text{Первый коэффициент}} x^2 + \underbrace{b}_{\text{Второй коэффициент}} x + \underbrace{c}_{\text{Свободный член}} = 0$$

Классификация .

Квадратные уравнения.

неполное

- **$c = 0;$** $ax^2 + bx = 0$
- **$b = 0; c = 0;$** $ax^2 = 0$
- **$b = 0;$** $ax^2 + c = 0$

полное
$ax^2 + \text{в}x + c = 0$

приведённое
$x^2 + px + q = 0$

«ДИСКРИМИНАНТ» - РАЗЛИЧИТЕЛЬ.

Д = в^2 - 4 а с

Д > 0 →	Уравнение имеет два действительных корня. →	$x_1 = (-в - \sqrt{Д})/2а$; $x_2 = (-в + \sqrt{Д})/2а$
Д = 0 →	Уравнение имеет два равных действительных корня. →	$x_{1,2} = -в / 2а$
Д < 0 →	Уравнение не имеет корней.	

Приёмы устного решения квадратных уравнений.

$a x^2 + b x + c = 0$.

Основа: $f(x) = a x^2 + b x + c$;

$f(1) = a + b + c$; $f(-1) = a - b + c$.

1.Если $a + b + c = 0$, то один корень уравнения $x = 1$, а второй $x = c/a$.

2.Если $a - b + c = 0$, то один корень уравнения $x = -1$, а второй $x = -c/a$.

3. Если $a = c$, $b = a^2 + 1$, то один корень уравнения $x = -a$, а второй $x = -1/a$.

4. Если $a = c$, $b = -(a^2 + 1)$, то один корень уравнения $x = a$, а второй $x = 1/a$.

Теорема Виета.

- **Если x_1 и x_2 корни приведённого квадратного**

уравнения $x^2 + px + q = 0$,

то $x_1 + x_2 = - p$, **а** $x_1 x_2 = q$.

Обратное утверждение:

- **Если числа m и n таковы, что $m + n = - p$, $mn = q$, то эти числа являются корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$.**

Обобщённая теорема:

- **Числа x_1 и x_2 являются корнями приведённого квадратного уравнения** $x^2 + px + q = 0$ **тогда и только тогда, когда** $x_1 + x_2 = - p$, $x_1 x_2 = q$.

Следствие: $x^2 + px + q = (x – x_1)(x – x_2)$

Исследование знаков корней квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, если Д > 0.

$q > 0$			$q < 0$			$q = 0$
$p>0$	$p<0$	$p=0$	$p>0$	$p<0$	$p=0$	
$x_1 < 0$, $x_2 < 0$.	$x_1 > 0$, $x_2 > 0$.	$x^2+q=0$ Корней нет	$x_1 < 0$, $x_2 > 0$, Причём $\|x_1\|>\|x_2\|$	$x_1 > 0$, $x_2 < 0$, Причём $\|x_1\|>\|x_2\|$	$x^2+q=0$ $x^2=-q$ $x_1=-\sqrt{-q}$ $x_2 = -x_1$	$x^2 + px = 0$ $x(x + p) = 0$, $x_1= 0$ или $x_2 = -p$.

Ситуации, в которых может использоваться теорема Виета.

- Проверка правильности найденных корней.
- Определение знаков корней квадратного уравнения.
- Устное нахождение целых корней приведённого квадратного уравнения.
- Составление квадратных уравнений с заданными корнями.
- Разложение квадратного трёхчлена на множители.

Методы решения полных квадратных уравнений.

$ax^2 + bx + c = 0$

Общая формула корней:
$x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Теорема Виета:
$x_1 + x_2 = -b/a$,
$x_1 x_2 = c/a$

Общая формула с чётными коэффициентами:
$x_{1,2} = (-b/a \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac})/a$

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$; $x_2 = c/a$.

Если $a \pm b + c \neq 0$, то решить уравнение $x^2 + bx + c = 0$ и разделить полученные корни на a.

Если $a - b + c = 0$, то $x_1 = -1$; $x_2 = -c/a$.

Методы решения уравнений, сводящихся к квадратным.

$af^2(x) + bf(x) + c = 0.$
Метод введения новой переменной:
1) *Замена: $f(x) = t$.*
2) *Решаем уравнение: $at^2 + bt + c = 0$.*
3) *Решаем уравнение: $f(x) = t$.*

Биквадратное уравнение:
$ax^4 + bx^2 + c = 0.$

Уравнение с переменной в знаменателе:
$p(x) / q(x) = 0.$

$$\begin{cases} p(x) = 0, \\ q(x) \neq 0. \end{cases}$$

Рациональное уравнение $f(x) = q(x)$, где $f(x)$ и $q(x)$ – дробные выражения.

1. **Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;**
2. **Умножить обе части уравнения на общий знаменатель;**
3. **Решить получившееся целое уравнение;**
4. **Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.**

Штифель *(1486 – 1567)* в 1544 году сформировал общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к единому каноническому виду

$$x^2 + bx = c$$

при всевозможных комбинациях знаков и коэффициентов b *и* c.

Франсуа Виет *(1540 – 1603)* вывел формулы решения квадратного уравнения в общем виде, однако он признавал только положительные числа.

Итальянские учёные Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI веке учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни.

В XVII веке благодаря трудам ***Жиррара, Декарта, Ньютона*** и других учёных, способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Литература.

1. Алгебра. 8 класс. Под редакцией Теляковского С. А. М., Просвещение, 2002 г.
2. Сборник задач по алгебре. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. М., 1996 г.
3. Алгебра.Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. М., Просвещение, 2003 г.

Научился сам - научи другого.