

ПРАКТИКУМ
ПО РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ
В КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЕ

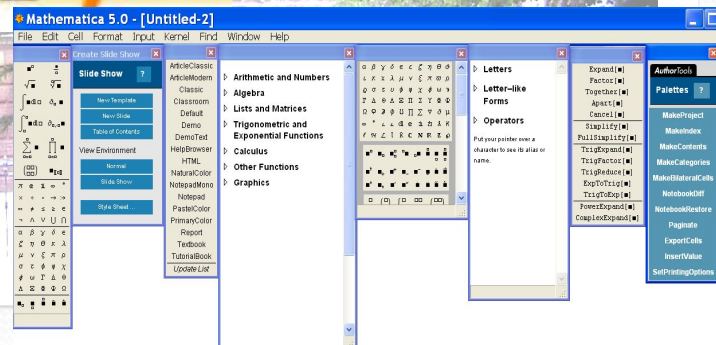
МАТНЕМАТИСА 5.0

Welcome to
MATHEMATICA 5

*Презентацию выполнила
учитель математики и
информатики*

*МБОУ СОШ №10 г.Елабуга РТ.
Саутина Анна Леонидовна*

2010 год



СОДЕРЖАНИЕ

ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

АРИФМЕТИКА

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ



ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Sqrt[x]	Квадратный корень()
Exp[x]	Показательная функция с основанием e (e^x)
Log[x]	Натуральный логарифм ($\ln x$)
Log[a, x]	Логарифм по основанию a ($\log_a x$)
Sin[x], Cos[x], Tan[x]	Тригонометрические функции (радианных аргументов)
ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x]	Обратные тригонометрические функции
n!	Факториал (произведение всех натуральных чисел от 1 до n)
Abs[x]	Абсолютная величина (модуль) числа

ФУНКЦИИ ЧИСЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

N[expr]	Приближенное числовое значение выражения
N[expr,n]	Приближенное значение выражения с n десятичными знаками
Mod[m,n]	Вычет m по модулю n(остаток от деления m на n)
Quotient[m,n]	Целая часть частного от деления m на n
GCD[n₁,n₂,...]	Наибольший общий делитель(НОД) чисел n ₁ ,n ₂ ,...
LCM[n₁,n₂,...]	Наименьшее общее кратное(НОК) чисел n ₁ ,n ₂ ,...
FactorInteger[n]	Разложение чисел n на простые множители



ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

АРИФМЕТИКА

$15 + 113$

128

9^{15}

205891132094649

N[%]

2.05891×10^{14}

N[9^15, 15]

$2.05891132094649 \times 10^{14}$

$(19 + 5)^2 - 4(2 + 9)$

532

$8/9 + 11/13$

$\frac{203}{117}$

$956/26$

$\frac{478}{13}$

$635.56/81$

7.84642

С помощью *Математики* можно проводить арифметические вычисления подобно тому, как они делаются на электронном калькуляторе. Необходимо набрать для ввода $15+113$, нажать *Shift+Enter*, и *Математика* напечатает результат 128.

В отличие от калькулятора, *Математика* может дать точный результат 9^{15} .

Имеющаяся в *Математике* функция **N** используется для получения приближенного результата. Знак % ставится вместо выражения введенного в предыдущей входной ячейке. Ответ дается в стандартном математическом виде и содержит 6 знаков (по умолчанию).

Числовой результат можно получить с любой степенью точности. В этом примере 9^{15} вычислено с разрядностью 15 знаков.

Математика может дать результат в виде рационального числа. $8/9+11/13=203/117$.

В примере $956/26$ задано точное рациональное число, оно приведено к несократимой дроби, не изменив тип числа.



ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

АРИФМЕТИКА

С помощью функции **Mod** вычислен остаток от деления 317 на 89.

```
Mod[317, 89]
```

```
50
```

Функция **Quotient** вычисляет целую часть от деления 315 на 36.

```
Quotient[315, 36]
```

```
8
```

GCD[360,195]- найден НОД чисел 360 и 195.

```
GCD[360, 195]
```

```
15
```

LCM[372,114]- найдено НОК чисел 372 и 114.

```
LCM[372, 114]
```

```
7068
```

С помощью функции **FactorInteger** число разложено на простые множители.

```
FactorInteger[2698267365]
```

```
{{3, 2}, {5, 1}, {37, 1}, {53, 1}, {30577, 1}}
```



ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$Pi^4 // N$

97.4091

$25!$

15511210043330985984000000

$N[\%]$

1.55112×10^{25}

$\text{Log}[3, 6561]$

8

$\text{Exp}[2.7]$

14.8797

$\text{Sin}[Pi / 4]$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\text{Tan}[Pi / 3]$

$\sqrt{3}$

$\text{ArcCos}[1 / 2]$

$\frac{\pi}{3}$

$\text{ArcSin}[-0.65]$

-0.707584

Аргументы всех функций в программе Mathematica заключаются в **квадратные** скобки. Наименования встроенных функций в программе Математика начинаются с **заглавных** букв.

$Pi^4/N = 97,4091$ - вычислено приближенное значение π^4

$25! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot 24 \cdot 25 = 15511210043330985984000000$

$N[\%] = 0,55112 \cdot 10^{25}$ - это приближенное значение

предыдущего выражения.

С помощью функций **Tan**, **Sin**, **ArcCos**, **ArcSin**, **Log**, **Exp** вычислены:

$\text{Tan}[Pi/3]$ $\text{Sin}[Pi/4]$ $\text{ArcCos}[1/2]$ $\text{ArcSin}[-0.65]$

$\text{Log}[3,6561]$ $\text{Exp}[2.7]$

Здесь *Математика* без указания функции N дала приближенное значение $e^{2.7}$, так как в записи значения аргумента присутствует десятичная точка.



СТРУКТУРНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД МНОГОЧЛЕНАМИ

Expand[F]	Раскрыть скобки в алгебраическом выражении
Factor[F]	Разложить многочлен на множители
FactorTerms[F]	Вынести за скобки общий числовой множитель
FactorTerms[F,x]	Вынести множитель, не зависящий от x
Collect[F,x]	Представить многочлен как сумму степеней x
Collect[F,x,y,...,z]	Сгруппировать члены с одними и теми же степенями x,y,...,z

ФУНКЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ МНОГОЧЛЕНА

PolynomialQ[expr,x]	Тест: является ли выражение (expr) многочленом от x
PolynomialQ[expr,{x,y,...,z}]	Тест: является ли выражение многочленом от x,y,...,z
Variables[F]	Дать список всех переменных многочлена F
Length[F]	Дать число всех слагаемых многочлена F
Exponent[F,x]	Максимальный показатель степени переменного x в многочлене F

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД МНОГОЧЛЕНАМИ

PolynomialQuotient[F,G,x]	Найти частное от деления многочлена F на многочлен G (оба рассматриваются как многочлены от x, даже если в их записи есть еще буквенные переменные), отбрасывая остаток
PolynomialRemainder[F,G,x]	Найти остаток от деления многочлена F на многочлен G (от x)
PolynomialGCD[F,G,...]	Найти наибольший общий делитель многочленов F,G,...
PolynomialLCM[F,G,...]	Найти наименьшее общее кратное многочленов F,G,...
Resultant[F,G,x]	Найти результат многочленов F и G по отношению к переменному x



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

$$p = 5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7$$

$$-5 + 2a^2b + 4ab^2$$

$$q = 2a^2x^3 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4$$

$$a^4 + a^2x^3$$

$$t = 3a4b^2 - 0.8b4b^2 - 2ab3b + b3b^2 - 1$$

$$-1 + 6ab^2 - 0.2b^3$$

$$g = 5x2y^2 - 5x3xy - x^2y + 6xy^2$$

$$-16x^2y + 16xy^2$$

$$\text{Expand}[5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7]$$

$$-5 + 2a^2b + 4ab^2$$

$$\text{Expand}[p]$$

$$-5 + 2a^2b + 4ab^2$$

$$\text{Expand}[2a^2 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4]$$

$$2a^2 + a^4 - a^2x^3$$

$$\text{Expand}[q]$$

$$2a^2 + a^4 - a^2x^3$$

$$\text{Expand}[3a4b^2 - 0.8b4b^2 - 2ab3b + b3b^2 - 1]$$

$$-1 + 6ab^2 - 0.2b^3$$

$$\text{Expand}[t]$$

$$-1 + 6ab^2 - 0.2b^3$$

$$\text{Expand}[5x2y^2 - 5x3xy - x^2y + 6xy^2]$$

$$-16x^2y + 16xy^2$$

$$\text{Expand}[g]$$

$$-16x^2y + 16xy^2$$

Даны многочлены p , q , t и g .

$$p = 5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7$$

$$q = 2a^2x^3 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4$$

$$t = 3a4b^2 - 0.8b4b^2 - 2ab3b + b3b^2 - 1$$

$$g = 5x2y^2 - 5x3xy - x^2y + 6xy^2$$

С помощью функции **Expand** приведены подобные члены в многочленах и они представлены в стандартном виде. Тот же самый результат получен после нажатия клавиш *Shift+Enter*, Математика переставила члены и привела подобные слагаемые, тем самым многочлен принял стандартный вид.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Factor[$x^2 y + x + x y^2 + y + 2 x y + 2$]

$(2 + x + y) (1 + x y)$

Factor[$6 a^3 - 21 a^2 b + 2 a b^2 - 7 b^3$]

$(2 a - 7 b) (3 a^2 + b^2)$

Factor[$-y^6 - y^5 + y^4 + y^3$]

$-(-1 + y) y^3 (1 + y)^2$

Factor[$16 a b^2 - 10 c^3 + 32 a c^2 - 5 b^2 c$]

$(16 a - 5 c) (b^2 + 2 c^2)$

$$x^2 y + x + x y^2 + y + 2 x y + 2$$

$$6a^3 - 21a^2 b + 2ab^2 - 7b^3$$

$$-y^6 - y^5 + y^4 + y^3$$

$$16ab^2 - 10c^3 + 32ac^2 - 5b^2c$$

С помощью функции **Factor** многочлены разложены на множители.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

FactorTerms[121 y² + 11 x y - 66 x z - 88 y z + 33 y - 33 z]

11 (3 y + x y + 11 y² - 3 z - 6 x z - 8 y z)

FactorTerms[36 x y³ - 90 y² + 36 x y + 6 x + 30]

6 (5 + x + 6 x y - 15 y² + 6 x y²)

FactorTerms[3 a³ - 15 a² b + 5 a b², b]

a (3 a² - 15 a b + 5 b²)

**FactorTerms[-3 x⁴ y² - 6 x² y² + 9 x² y⁴,
x]**

-3 y² (2 x² + x⁴ - 3 x² y²)

**FactorTerms[-3 x⁴ y² - 6 x² y² + 9 x² y⁴,
y]**

3 x² (-2 y² - x² y² + 3 y⁴)

$$p=121y^2+11xy-66xz-88yz+33y-33z$$

$$t=36xy^3-90y^2+36xy+6x+30$$

$$g=3a^3-15a^2b+5ab^2$$

$$q=-3x^4y^2-6x^2y^2+9x^2y^4$$

В многочленах p и t за скобки вынесен числовой множитель.

В многочленах g и q за скобки вынесены множители, не зависящие от b , x и y соответственно.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

```
q = (2 + x - 4 y) ^ 3 + (2 - z) (1 + x + 4 y) ^ 3
```

```
(2 + x - 4 y) ^ 3 + (1 + x + 4 y) ^ 3 (2 - z)
```

```
t = Expand[q]
```

```
10 + 18 x + 12 x^2 + 3 x^3 - 24 y + 12 x^2 y + 192 y^2 +  
144 x y^2 + 64 y^3 - z - 3 x z - 3 x^2 z - x^3 z - 12 y z -  
24 x y z - 12 x^2 y z - 48 y^2 z - 48 x y^2 z - 64 y^3 z
```

```
PolynomialQ[t, {x, y, z}]
```

```
True
```

```
Variables[t]
```

```
{x, y, z}
```

```
Length[t]
```

```
19
```

```
Exponent[t, x]
```

```
3
```

```
Coefficient[t, x y^2]
```

```
144 - 48 z
```

$$q = (2 + x - 4y)^3 + (2 - z)(1 + x + 4y)^3$$

Многочлен q приведен к стандартному виду.

$$t = 10 + 18x + 12x^2 + 3x^3 - 24y + 12x^2y + 192y^2 + 144xy^2 + 64y^3 - z - 3xz - 3x^2z - x^3z - 12yz - 24xyz - 12x^2yz - 48y^2z - 48xy^2z - 64y^3z$$

С помощью функции **PolynomialQ** проведен тест: является ли t многочленом от x, y, z ?

Ответ: да. (True – истина).

Применив функции **Variables** дан список всех переменных многочлена t .

Благодаря функции **Length** определено число всех членов многочлена t .

С помощью функции **Exponent** определена наивысшая степень переменного x в многочлене t .

Используя функции **Coefficient** выписан множитель при xy^2 в многочлене t .



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

$$f = x^6 + 2yx^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$$
$$-5 + 8x - 3x^2 - 4x^3 + x^6 + 2x^4y$$

$$g = x^3 + x^2 - x + 1$$
$$1 - x + x^2 + x^3$$

$$\text{PolynomialQuotient}[f, g, x]$$
$$-8 - x^2 + x^3 - 2y + x(2 + 2y)$$

$$\text{PolynomialRemainder}[f, g, x]$$
$$3 + x(-2 - 4y) + 2y + x^2(8 + 4y)$$

$$p = 9x^4 + 5x^2 + 1$$
$$1 + 5x^2 + 9x^4$$

$$q = 3x^3 + 2x^2 + 1$$
$$1 + 2x^2 + 3x^3$$

$$\text{PolynomialGCD}[p, q]$$
$$1 - x + 3x^2$$

$$\text{PolynomialLCM}[p, q]$$
$$(1 + x + 3x^2)(1 + 2x^2 + 3x^3)$$

$$\text{Resultant}[p, q, x]$$
$$0$$

$$f = x^6 + 2yx^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$$

$$g = x^3 + x^2 - x + 1$$

Введены многочлены f и g .

Используя функцию **PolynomialQuotient** найдем частное от деления f на g .

С помощью функции **PolynomialRemainder** найден остаток от деления f на g .

$$p = 9x^4 + 5x^2 + 1$$

$$q = 3x^3 + 2x^2 + 1$$

Введены многочлены p и q .

С помощью функции **PolynomialGCD** вычислен наибольший общий делитель многочленов p и q .

Функция **PolynomialLCM** дает возможность найти наименьшее общее кратное p и q .

Используя функцию **Resultant** найден результат многочленов p и q .

$$R(F, G) = a_0^m b_0^n \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (x_i - y_j)$$



ФУНКЦИИ ДЕЙСТВИЙ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

Пусть $P = P(x, y, \dots, z)$ - рациональное выражение.

ExpandNumerator[P]	Раскрыть (то есть упростить, раскрывая скобки) только числители
ExpandDenominator[P]	Раскрыть только знаменатели
Expand[P]	Раскрыть числители, почленно поделить их на соответствующие знаменатели
ExpandAll[P]	Раскрыть числители и знаменатели поделив почленно числители на соответствующие знаменатели
Factor[P]	Привести к общему знаменателю и разложить на множители числитель и знаменатель
Together[P]	Привести к общему знаменателю и сократить общие множители в числителе и знаменателе
Apart[P]	Разложить P на сумму простейших дробей, выделяя целые части
Cancel[P]	Сократить общие множители в числителе и знаменателе каждой дроби в выражении P



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

$$p = (3a^2 + 2ax - x^2) / ((3x + a)(a + x)) - 2 + 10(ax - 3x^2) / (a^2 - 9x^2)$$
$$-2 + \frac{10(ax - 3x^2)}{a^2 - 9x^2} + \frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(a+x)(a+3x)}$$

ExpandNumerator[p]

$$-2 + \frac{10ax - 30x^2}{a^2 - 9x^2} + \frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(a+x)(a+3x)}$$

ExpandDenominator[p]

$$-2 + \frac{10(ax - 3x^2)}{a^2 - 9x^2} + \frac{3a^2 + 2ax - x^2}{a^2 + 4ax + 3x^2}$$

Expand[p]

$$-2 + \frac{3a^2}{(a+x)(a+3x)} + \frac{2ax}{(a+x)(a+3x)} - \frac{x^2}{(a+x)(a+3x)} + \frac{10ax}{a^2 - 9x^2} - \frac{30x^2}{a^2 - 9x^2}$$

FullSimplify[p]

1

Введено рациональное выражение p .

$$p = \frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(a+x)(a+3x)} - 2 + \frac{10(ax - 3x^2)}{a^2 - 9x^2}$$

Функция **ExpandNumerator** раскрывает скобки в числителях всех дробей.

С помощью функции **ExpandDenominator** раскрыты скобки в знаменателях дробей, а в числителях - нет.

Функции **Expand** и **Factor** также применимы и к рациональным выражениям.

Функция **Expand** раскрывает скобки в числителях, причем числители почленно поделены на знаменатели и, наконец, функция **FullSimplify** упрощает выражение полностью.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

$$q = \frac{(a-b)^3 (\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-3} + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{(a\sqrt{a} + b\sqrt{b}) + 3(\sqrt{ab} - b) / (a-b)}$$

$$\frac{3(\sqrt{ab} - b)}{a-b} + \frac{2a^{3/2} + \frac{(a-b)^3}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3} + b^{3/2}}{a^{3/2} + b^{3/2}}$$

Factor [q]

$$\frac{3(a + \sqrt{ab} - \sqrt{a}\sqrt{b} - b)}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

Together [q]

$$\frac{3(a + \sqrt{ab} - \sqrt{a}\sqrt{b} - b)}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

Cancel [q]

$$\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{3(-\sqrt{ab} + b)}{a-b}$$

FullSimplify[q]

$$\frac{3(a + \sqrt{ab} - \sqrt{a}\sqrt{b} - b)}{a-b}$$

Введено рациональное выражение q .

$$q = \frac{(a-b)^3(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-3} + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} + \frac{3(\sqrt{ab} - b)}{a-b}$$

С помощью функции **Factor** дроби приведены к общему знаменателю, выполнено сложение дробей, у полученной дроби разложены на множители числитель и знаменатель и даже произведено сокращение общего множителя в числителе и знаменателе.

Функция **Together** производит действия с дробями, полученная в результате дробь приведена к несократимому виду.

Применив функцию **Cancel** к выражению q проведено сокращение одной из дробей (где это возможно). Действия с дробями не проводились, разложение на множители произведено только в знаменателе той дроби, которая подвергалась сокращению.



ОПЕРАЦИИ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

$x+iy$	Запись комплексного числа $x+iy$ в Математике
$\text{Re}[z]$	Действительная часть числа z
$\text{Im}[z]$	Мнимая часть числа z
$\text{Conjugate}[z]$	Комплексно сопряженное число z^* для z
$\text{Abs}[z]$	Модуль $ z $ комплексного числа
$\text{Arg}[z]$	Аргумент комплексного числа $z = z $



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

```
Sqrt[-36]
```

```
6 i
```

```
Sqrt[-11 + 60 I]
```

```
5 + 6 i
```

```
Log[4 + 6 I] // N
```

```
1.97562 + 0.982794 i
```

```
Conjugate[(4 - 2 I)^4]
```

```
-112 + 384 i
```

Извлечение квадратного корня из отрицательного числа дает чисто мнимое число. В данном примере $\sqrt{-36} = 6i$

Извлечен квадратный корень из комплексного числа, являющегося точным квадратом: $\sqrt{-11 + 60i} = 5 + 6i$

Получено числовое значение логарифмической функции комплексного аргумента.

Получено комплексное число, сопряженное $(4 - 2i)^4$

Введен многочлен над полем \mathbb{C} .

$$g = (-1 + (x - iy)^5)(1 + (x + iy)^5)$$

С помощью функции **ComplexExpand** раскрыты скобки в многочлене g , а с помощью функции **Factor** многочлен разложен на множители.

```
g = ((x - I y)^5 - 1) ((x + I y)^5 + 1)
```

```
(-1 + (x - i y)^5) (1 + (x + i y)^5)
```

```
ComplexExpand[g]
```

```
-1 + x^10 + 5 x^8 y^2 + 10 x^6 y^4 + 10 x^4 y^6 +  
5 x^2 y^8 + y^10 + i (-10 x^4 y + 20 x^2 y^3 - 2 y^5)
```

```
Factor[g]
```

```
(-1 + x - i y) (1 + x + i y)  
(1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - i y + 2 i x y - 3 i x^2 y +  
4 i x^3 y - y^2 + 3 x y^2 - 6 x^2 y^2 + i y^3 - 4 i x y^3 + y^4)  
(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 - i y - 2 i x y - 3 i x^2 y - 4 i x^3 y -  
y^2 - 3 x y^2 - 6 x^2 y^2 + i y^3 + 4 i x y^3 + y^4)
```



ОПЕРАЦИИ С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

TrigExpand[F]	раскладывает тригонометрические функции линейных комбинаций аргументов на функции этих аргументов, получая рациональное выражение от тригонометрических функций аргументов x, y, \dots, z .
TrigFactor[F]	переходит от линейных комбинаций под знаками тригонометрических функций к аргументам-одночленам и раскладывает на множители получившееся рациональное выражение от тригонометрических функций
TrigFactorList[F]	делает то же самое, что предыдущая функция, но ответ даёт в виде списка двухэлементных списков, в каждом из которых первый элемент — множитель из разложения, а второй элемент — показатель степени, в которой этот множитель входит в разложение
TrigReduce[F]	переделывает многочлен от тригонометрических функций простых аргументов в менее громоздкое выражение (как правило, одночлен), содержащее тригонометрические функции комбинированных аргументов
TrigToExp[F]	конвертирует тригонометрическое выражение в выражение от экспонент
ExpToTrig	конвертирует выражение от экспонент в тригонометрическое выражение



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Введено выражение d .

С помощью функции **TrigExpand** d преобразовано в выражение, содержащее только тригонометрические функции от x .

Функция **TrigFactor** представляет выражение в виде дроби, числитель и знаменатель которой разложены на линейные относительно тригонометрических функций множители.

Используя функцию **TrigFactorList** получим то же самое, но ответ дан в виде списка множителей, при каждом из которых указывается степень.

С помощью функции **TrigReduce** выражение свернуто в одночлен, содержащий тригонометрические функции комбинированных аргументов. Используя **FullSimplify** приводим d к самому простому виду.

Функция **TrigToExp** выражение $sh\ x + ch\ x$ привела к рациональной функции от экспонент.

Применяя функцию **ExpToTrig** выражение e^x переведено в тригонометрическую форму.

$$d = \text{Cot}[x] - \text{Tan}[x] - 2 \text{Tan}[2x]$$

$$\text{Cot}[x] - \text{Tan}[x] - 2 \text{Tan}[2x]$$

TrigExpand[d]

$$\frac{\text{Cos}[x]^2 \text{Cot}[x]}{\text{Cos}[x]^2 - \text{Sin}[x]^2} - \frac{6 \text{Cos}[x] \text{Sin}[x]}{\text{Cos}[x]^2 - \text{Sin}[x]^2} + \frac{\text{Sin}[x]^2 \text{Tan}[x]}{\text{Cos}[x]^2 - \text{Sin}[x]^2}$$

TrigFactor[d]

$$\frac{\text{Csc}[x] \text{Sec}[x] (\text{Cos}[2x] - \text{Sin}[2x]) (\text{Cos}[2x] + \text{Sin}[2x])}{(\text{Cos}[x] - \text{Sin}[x]) (\text{Cos}[x] + \text{Sin}[x])}$$

TrigFactorList[d]

$$\{\{1, 1\}, \{\text{Sin}[x], -1\}, \{\text{Cos}[x], -1\}, \{\text{Cos}[x] + \text{Sin}[x], -1\}, \{\text{Cos}[x] - \text{Sin}[x], -1\}, \{\text{Cos}[2x] + \text{Sin}[2x], 1\}, \{\text{Cos}[2x] - \text{Sin}[2x], 1\}\}$$

TrigReduce[d]

$$\text{Cos}[4x] \text{Csc}[x] \text{Sec}[x] \text{Sec}[2x]$$

FullSimplify[d , Trig \rightarrow True]

$$4 \text{Cot}[4x]$$

TrigToExp[**Sinh**[x] + **Cosh**[x]]

$$e^x$$

ExpToTrig[E^x]

$$\text{Cosh}[x] + \text{Sinh}[x]$$



ЗНАКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В УРАВНЕНИЯХ, НЕРАВЕНСТВАХ, ИХ СИСТЕМАХ И СОВОКУПНОСТЯХ

==	Знак равенства(в уравнении)
!=	Не равно
>	Больше
<	Меньше
>=	Больше или равно
<=	Меньше или равно
&&	И
	Или

ФУНКЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

Solve	Решить уравнение, точные корни даны в виде списка правил подстановок.
Roots	Решить уравнение, корни даются в виде совокупности простейших уравнений.
Reduce	Функция Solve находит решение уравнения с параметром, не рассматривая их специфическое значение, при которых решение существует. Если таковые ожидаются, то лучше использовать функцию Reduce , учитывающую все возможные решения.
NSolve	Находит приближенные значения корней уравнения.



$$\text{Solve}[(x+3)^3 - (x+1)^3 == 56, x]$$

$$\{(x \rightarrow -5), (x \rightarrow 1)\}$$

$$\text{Roots}[(x+3)^3 - (x+1)^3 == 56, x]$$

$$x == -5 || x == 1$$

$$\text{Solve}[(a x^2) / (x-1) == (a+1)^2, x]$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow 1+a \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1+a}{a} \right\} \right\}$$

$$\text{Reduce}[a x^3 + b x == 0, x]$$

$$b == 0 \&\& a == 0 || a \neq 0 \&\& \left(x == -\frac{i\sqrt{b}}{\sqrt{a}} || x == \frac{i\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) || x == 0$$

$$\text{Solve}[\text{Abs}[2-x] - \text{Abs}[5-2x] == 0, x]$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{7}{3} \right\}, \{x \rightarrow 3\} \right\}$$

$$\text{Solve}[x^5 - x + 1 == 0, x]$$

$$\{(x \rightarrow \text{Root}[1 - \#1 + \#1^5 \&, 1]), \\ (x \rightarrow \text{Root}[1 - \#1 + \#1^5 \&, 2]), (x \rightarrow \text{Root}[1 - \#1 + \#1^5 \&, 3]), \\ (x \rightarrow \text{Root}[1 - \#1 + \#1^5 \&, 4]), (x \rightarrow \text{Root}[1 - \#1 + \#1^5 \&, 5])\}$$

$$\text{NSolve}[x^5 - x + 1 == 0, x]$$

$$\{(x \rightarrow -1.1673), (x \rightarrow -0.181232 - 1.08395 i), (x \rightarrow -0.181232 + 1.08395 i), \\ (x \rightarrow 0.764884 - 0.352472 i), (x \rightarrow 0.764884 + 0.352472 i)\}$$

Рассмотрим основные функции *Математики*, предназначенные для решения уравнений и их систем.

С помощью функции **Solve** решено кубическое уравнение $(x+3)^3 - (x+1)^3 = 56$, его точные корни даны в виде списка правил подстановок. С помощью функции **Roots** решено тоже самое уравнение, корни даются в виде совокупности простейших уравнений.

$\frac{a x^2}{x-1} = (a+1)^2$ - рациональное уравнение с параметром. Функция

$\frac{a x^2}{x-1} = (a+1)^2$ решение уравнения с параметром, не рассматривая их специфическое значение, при которых решение существует. Если таковые ожидаются, то лучше использовать функцию **Reduce**, учитывающую все возможные решения. Также с помощью функции

Solve можно решать уравнения, содержащие неизвестную под знаком модуля. Когда *Математика* не может дать точные выражения для корней уравнения, она дает ответ в таком виде; #1 здесь означает переменное. Из этого ответа следует только то, что рассматриваемое уравнение имеет пять корней над полем комплексных чисел, в таком случае целесообразно применять функцию **NSolve** для нахождения приближенных значений корней.

В последнем примере найдены приближенные решения уравнения.



Воспользовавшись функцией Solve также можно решить иррациональное, логарифмическое, тригонометрическое уравнение.

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$$

$$\log_{10}(x+1.5) = -\log_{10}x$$

$$\sin x + \cos x = 0$$

Функция FindRoot предназначена для вычисления приближенного значения решения уравнения при заданном начальном приближении к решению.

При помощи графической функции Plot построен график функции $\sin x - x^2$ на промежутке $[-2;2]$. По графику определяем нули функции: $x=0$ (точное значение) и $x \approx 0,9$. Теперь можно найти приближенное значение одного из корней уравнения по его начальному значению.

```
Solve[Sqrt[3 x + 7] - Sqrt[x + 1] == 2, x]
```

```
{{x -> -1}, {x -> 3}}
```

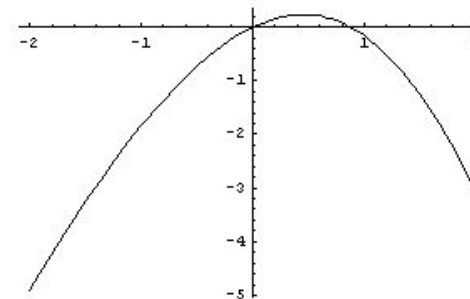
```
Solve[Log[10, x + 1.5] == -Log[10, x], x]
```

```
{{x -> 0.5}}
```

```
Solve[Sin[x] + Cos[x] == 0, x]
```

```
{{x -> -Pi/4}, {x -> 3 Pi/4}}
```

```
Plot[Sin[x] - x^2, {x, -2, 2}]
```



- Graphics -

```
FindRoot[Sin[x] - x^2 == 0, {x, 0.9}]
```

```
{x -> 0.876726}
```



```
Solve[{2 x + 3 y - z == 1, x - 4 y + z == 1, 2 x + y + z == 3},
{x, y, z}]
```

```
{{x -> 3/4, y -> 1/4, z -> 5/4}}
```

```
m = {{2, 3, -1}, {1, -4, 1}, {2, 1, 1}}
```

```
{{2, 3, -1}, {1, -4, 1}, {2, 1, 1}}
```

```
n = {1, 1, 3}
```

```
{1, 1, 3}
```

```
LinearSolve[m, n]
```

```
{3/4, 1/4, 5/4}
```

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x - 4y + z = 1 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

С помощью функции **Solve** решена система линейных уравнений.

Введена матрица коэффициентов при неизвестных.

$$\begin{matrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Введен столбец свободных членов.

$$\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{matrix}$$

С помощью функции **LinearSolve** получено решение системы.



УПРАЖНЕНИЯ

- Вычислить: $45 - 35$; $198+516$; $56*81$; $134*15$; 6^{11} и 18^5 вычислить с 7 и 11 десятичными знаками соответственно.

- Вычислить: $45!$; \log ; $\arctg(\sqrt{3})$; \sin ; $\text{ArcTan}(1)$; $\left(\frac{3 + \sin^4(0.5)}{6 + \cos^2(0.5)}\right)$ вычислить

с 5 десятичными знаками.

- Даны многочлены p , q , t и r .

$$p = a^2b + 2 + 4ab^2 - 16a^2b - 9$$

$$q = a^2x^3 - ax^3 - 5 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 8a^4 + 16$$

$$t = a44b^2 - 0.8b4b^2 + 24 - 12ab3b + b3b^2 - 56$$

$$r = 25x2y^2 - 5x3xy - x^2y + xy^2$$

Привести подобные члены в многочленах и представить их в стандартном виде.

- Даны многочлены

$$p = 10a^2x - 15a^3 - 20a^4x$$

$$y = 8a^4b^3 - 12a^2b^4 + 16a^3b^2 \text{ разложить их на множители.}$$



УПРАЖНЕНИЯ

- Даны многочлены

$$r = 36y^2 + 30xy - 60xz - 176yz + 6y - 42z$$

$$t = 81xy^3 - 99y^2 + 36xy + 18x + 63$$

$$g = a^3 - 5a^2b + 9ab^2$$

$$f = -8x^4y^2 - 8156x^2y^2 + 39x^2y^4$$

В многочленах r и t за скобки вынести числовой множитель.

В многочленах g и f за скобки вынести множители, не зависящие от b , x и y соответственно.

Дать список всех переменных многочленов, определить число всех членов многочленов.

- Рациональные выражения r и p

$$r = \frac{(z - z\sqrt{z} + 2 - 2\sqrt{z})^2 (1 + \sqrt{z})^2}{z - 2 + \frac{1}{z}} - z\sqrt{z} \sqrt{4 + z + \frac{4}{z}}$$

$$p = \frac{a^2 + 4}{a \sqrt{\left(\frac{a^2 - 4}{2}\right)^2 + 4}}$$

используя функции ExpandNumerator, ExpandDenominator, Expand,

ExpandAll, Factor, Together, Cancel преобразовать.

- Извлеките квадратный корень из отрицательных чисел -144 , -25 , -81 .
- Извлеките квадратный корень из комплексного числа $-15 + 25i$.



УПРАЖНЕНИЯ

- Найти сопряженное число комплексному числу $(10-5i)^3$.
- Раскрыть скобки в многочлене p и разложить на множители.

$$p = (-8 + (x-iy)^3)(5 - (x+iy)^3)$$

- Дано тригонометрическое выражение $p = \sin x - \operatorname{tg} x - 5 \operatorname{Tg}(3x) - \operatorname{Cos}(3x)$ используя функции TrigExpand TrigFactor TrigFactorList TrigReduce FullSimplify преобразовать выражение.
- Решить уравнение $(x+8)^3 - (x+4)^3 = 16$.
- Решить уравнение с двумя параметрами $3a x^5 + 2b x = 0$

$$\begin{cases} x + 8y - z = 1 \\ x + 2y + z = 7 \\ x + y + 2z = 14 \end{cases}$$

|



ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Дьяконов В.П. Компьютерная система Mathematica 4.0.: учебный курс- СПб: Санкт-Петербург, 2001.
- Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А., Маслова Т.Н., орловская И.Ф., Позийский Р.И., Ряховская Г.С., Сканави М.И., Суходский А.М., Федорова Н.М. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учеб. пособие/ Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А. и др.; Под ред. М.И. Сканави.-6-е изд., М.: «ОНИКС 21 век», «Мир и Образование», «Альянс-В», 2001.-608 с.: ил.
- 1. Иванов В.Л. Структура электронного учебника /Иванов В.Л./ Информатика и образование – 2001 - №6 – 63 с.
- Капустина Т.В. Компьютерная система Mathematica 3.0. в вузовском образовании. – М.: Изд-во МПУ, 2000. – 240 с.:ил.
- Капустина Т.В. Компьютерная система Mathematica 3.0. для пользователей. – М.: СОЛОН-Р, 1999. – 240 с.:ил.
- Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений.- М.:Просвещение, 1999.-240 с.:ил.
- Христочевский С.А. Электронные мультимедийные учебники и энциклопедии // Информатика и образование. – 2000. - №2. – 98 с.
- <http://www.Exponenta.ru> (В разделе Mathematica 5.0 рассматриваются статьи преподавателей о возможности применения пакета Mathematica 5.0. в образовательном процессе, правила использования пакета, а также приводятся описания примеров решения математических задач).