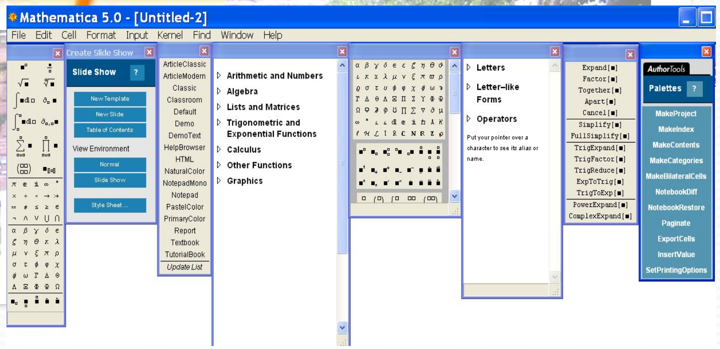
ПРАКТИКУМ
ПО РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ В КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЕ

MATHEMATICA 5.0



Презентацию выполнила
учитель математики и информатики
МБОУ СОШ №10 г.Елабуга РТ.
Саутина Анна Леонидовна

2010 год

СОДЕРЖАНИЕ

ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

- АРИФМЕТИКА
- ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

- ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
- ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ
- ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ
- КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
- ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
- РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Sqrt[x]	Квадратный корень( )
Exp[x]	Показательная функция с основанием e (e^x)
Log[x]	Натуральный логарифм (ln x)
Log[a, x]	Логарифм по основанию a ($\log_a x$)
Sin[x], Cos[x], Tan[x]	Тригонометрические функции (радианных аргументов)
ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x]	Обратные тригонометрические функции
n!	Факториал (произведение всех натуральных чисел от 1 до n)
Abs[x]	Абсолютная величина (модуль) числа

ФУНКЦИИ ЧИСЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

N[expr]	Приближенное числовое значение выражения
N[expr,n]	Приближенное значение выражения с n десятичными знаками
Mod[m,n]	Вычет m по модулю n(остаток от деления m на n)
Quotient[m,n]	Целая часть частного от деления m на n
GCD[n_1,n_2,...]	Наибольший общий делитель(НОД) чисел n_1,n_2,...
LCM[n_1,n_2,...]	Наименьшее общее кратное(НОК) чисел n_1,n_2,...
FactorInteger[n]	Разложение чисел n на простые множители

ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
АРИФМЕТИКА


```
15 + 113
128

9^15
205891132094649

N[%]
2.05891 × 10^14

N[9^15, 15]
2.05891132094649 × 10^14

(19 + 5)^2 - 4 (2 + 9)
532

8 / 9 + 11 / 13
203/117

956 / 26
478/13

635.56 / 81
7.84642
```

С помощью *Математики* можно проводить арифметические вычисления подобно тому, как они делаются на электронном калькуляторе. Необходимо набрать для ввода 15+113, нажать *Shift+Enter*, и *Математика* напечатает результат 128.

В отличие от калькулятора, *Математика* может дать точный результат 9^{15}.

Имеющаяся в *Математике* функция **N** используется для получения приближенного результата. Знак **%** ставится вместо выражения введенного в предыдущей входной ячейке. Ответ дается в стандартном математическом виде и содержит 6 знаков (по умолчанию).

Числовой результат можно получить с любой степенью точности. В этом примере 9^{15} вычислено с разрядностью 15 знаков.

Математика может дать результат в виде рационального числа. 8/9+11/13=203/117 .

В примере 956/26 задано точное рациональное число, оно приведено к несократимой дроби, не изменив тип числа.

ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
АРИФМЕТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

С помощью функции **Mod** вычислен остаток от деления 317 на 89.

```
Mod[317, 89]
50
```

Функция **Quotient** вычисляет целую часть от деления 315 на 36.

```
Quotient[315, 36]
8
```

GCD[360,195]- найден НОД чисел 360 и 195.

```
GCD[360, 195]
15
```

LCM[372,114]- найдено НОК чисел 372 и 114.

```
LCM[372, 114]
7068
```

С помощью функции **FactorInteger** число разложено на простые множители.

```
FactorInteger[2698267365]
{{3, 2}, {5, 1}, {37, 1}, {53, 1}, {30577, 1}}
```

ЗАДАНИЯ

ЧИСЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

```
Pi^4 // N
97.4091
```

```
25 !
15511210043330985984000000
```

```
N[%]
1.55112 × 10^25
```

```
Log[3, 6561]
8
```

```
Exp[2.7]
14.8797
```

```
Sin[Pi / 4]
1/√2
```

```
Tan[Pi / 3]
√3
```

```
ArcCos[1 / 2]
π/3
```

```
ArcSin[-0.65]
-0.707584
```

Аргументы всех функций в программе Mathematica заключаются в **квадратные** скобки. Наименования встроенных функций в программе Математика начинаются с **заглавных** букв.

Pi^4//N =97,4091- вычислено приближенное значение π^4

25!=1•2•3….•24•25= 15511210043330985984000000

*N[%] =0,55112*10*^{25}- это приближенное значение предыдущего выражения.

С помощью функций **Tan, Sin, ArcCos, ArcSin, Log , Exp** вычислены:

Tan[Pi/3] Sin[Pi/4] ArcCos[1/2] ArcSin[-0.65]

Log[3,6561] Exp[2.7]

Здесь *Математика* без указания функции N дала приближенное значение e ^{2,7}, так как в записи значения аргумента присутствует десятичная точка.

СТРУКТУРНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД МНОГОЧЛЕНАМИ

Expand[F]	Раскрыть скобки в алгебраическом выражении
Factor[F]	Разложить многочлен на множители
FactorTerms[F]	Вынести за скобки общий числовой множитель
FactorTerms[F,x]	Вынести множитель, не зависящий от x
Collect[F,x]	Представить многочлен как сумму степеней x
Collect[F,x,y,…,z]	Сгруппировать члены с одними и теми же степенями x,y,…,z

ФУНКЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ МНОГОЧЛЕНА

PolynomialQ[expr,x]	Тест: является ли выражение (expr) многочленом от x
PolynomialQ[expr,{x,y,…,z}]	Тест: является ли выражение многочленом от x,y,…,z
Variables[F]	Дать список всех переменных многочлена F
Length[F]	Дать число всех слагаемых многочлена F
Exponent[F,x]	Максимальный показатель степени переменного x в многочленеF

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД МНОГОЧЛЕНАМИ

PolynomialQuotient[F,G,x]	Найти частное от деления многочлена F на многочлен G (оба рассматриваются как многочлены от x, даже если в их записи есть еще буквенные переменные), отбрасывая остаток
PolynomialRemainder[F,G,x]	Найти остаток от деления многочлена F на многочлен G (от x(
PolynomialGCD[F,G,…]	Найти наибольший общий делитель многочленов F,G,…
PolynomialLCM[F,G,…]	Найти наименьшее общее кратное многочленов F,G,…
Resultant[F,G,x]	Найти результант многочленов F и G по отношению к переменному x

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

```
p = 5 a^2 b + 2 + 4 a b^2 - 3 a^2 b - 7
```
$-5+2a^2b+4ab^2$

```
q = 2 a^2 x^3 - a x^3 - a^4 - a^2 x^3 + a x^3 + 2 a^4
```
$a^4+a^2x^3$

```
t = 3 a 4 b^2 - 0.8 b 4 b^2 - 2 a b 3 b + b 3 b^2 - 1
```
$-1+6ab^2-0.2b^3$

```
g = 5 x 2 y^2 - 5 x 3 x y - x^2 y + 6 x y^2
```
$-16x^2y+16xy^2$

```
Expand[5 a^2 b + 2 + 4 a b^2 - 3 a^2 b - 7]
```
$-5+2a^2b+4ab^2$

```
Expand[p]
```
$-5+2a^2b+4ab^2$

```
Expand[2 a^2 - a x^3 - a^4 - a^2 x^3 + a x^3 + 2 a^4]
```
$2a^2+a^4-a^2x^3$

```
Expand[q]
```
$2a^2+a^4-a^2x^3$

```
Expand[3 a 4 b^2 - 0.8 b 4 b^2 - 2 a b 3 b + b 3 b^2 - 1]
```
$-1+6ab^2-0.2b^3$

```
Expand[t]
```
$-1+6ab^2-0.2b^3$

```
Expand[5 x 2 y^2 - 5 x 3 x y - x^2 y + 6 x y^2]
```
$-16x^2y+16xy^2$

```
Expand[g]
```
$-16x^2y+16xy^2$

Даны многочлены p, q , t и g .

p= 5a²b+2+4ab²-3a²b-7

$p = 5a^2b+2+4ab^2-3a^2b-7$

$q = 2a^2x^3-ax^3-a^4-a^2x^3+ax^3+2a^4$

$t = 3a4b^2-0.8b4b^2-2ab3b+b3b^2-1$

$g = 5x2y^2-5x3xy-x^2y+6xy^2$

С помощью функции **Expand** приведены подобные члены в многочленах и они представлены в стандартном виде. Тот же самый результат получен после нажатия клавиш *Shift+Enter,* Математика переставила члены и привела подобные слагаемые, тем самым многочлен принял стандартный вид.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

```
Factor[x^2 y + x + x y^2 + y + 2 x y + 2]
```

$(2+x+y)(1+xy)$

```
Factor[6 a^3 - 21 a^2 b + 2 a b^2 - 7 b^3]
```

$(2a-7b)(3a^2+b^2)$

```
Factor[-y^6 - y^5 + y^4 + y^3]
```

$-(-1+y)\,y^3\,(1+y)^2$

```
Factor[16 a b^2 - 10 c^3 + 32 a c^2 - 5 b^2 c]
```

$(16a-5c)(b^2+2c^2)$

$x^2y+x+xy^2+y+2xy+2$

$6a^3-21a^2b+2ab^2-7b^3$

$-y^6-y^5+y^4+y^3$

$16ab^2-10c^3+32ac^2-5b^2c$

С помощью функции **Factor** многочлены разложены на множители.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

СОДЕРЖАНИЕ

```
FactorTerms[121 y^2 + 11 x y - 66 x z - 88 y z + 33 y - 33 z]
```

$11\,(3y + xy + 11y^2 - 3z - 6xz - 8yz)$

```
FactorTerms[36 x y^3 - 90 y^2 + 36 x y + 6 x + 30]
```

$6\,(5 + x + 6xy - 15y^2 + 6xy^3)$

```
FactorTerms[3 a^3 - 15 a^2 b + 5 a b^2, b]
```

$a\,(3a^2 - 15ab + 5b^2)$

```
FactorTerms[-3 x^4 y^2 - 6 x^2 y^2 + 9 x^2 y^4,
 x]
```

$-3y^2\,(2x^2 + x^4 - 3x^2y^2)$

```
FactorTerms[-3 x^4 y^2 - 6 x^2 y^2 + 9 x^2 y^4,
 y]
```

$3x^2\,(-2y^2 - x^2y^2 + 3y^4)$

$p=121y^2+11xy-66xz-88yz+33y-33z$

$t=36xy^3-90y^2+36xy+6x+30$

$g=3a^3-15a^2b+5ab^2$

$q=-3x^4y^2-6x^2y^2+9x^2y^4$

В многочленах p и t за скобки вынесен числовой множитель.

В многочленах g и q за скобки вынесены множители, не зависящие от b, x и y соответственно.

ЗАДАНИЯ

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ


```
q = (2 + x - 4 y) ^ 3 + (2 - z) (1 + x + 4 y) ^ 3
```

$(2+x-4y)^3+(1+x+4y)^3(2-z)$

```
t = Expand[q]
```

$10+18x+12x^2+3x^3-24y+12x^2y+192y^2+144xy^2+64y^3-z-3xz-3x^2z-x^3z-12yz-24xyz-12x^2yz-48y^2z-48xy^2z-64y^3z$

```
PolynomialQ[t, {x, y, z}]
```

True

```
Variables[t]
```

{x, y, z}

```
Length[t]
```

19

```
Exponent[t, x]
```

3

```
Coefficient[t, x y^2]
```

144 - 48 z

$q=(2+x-4y)^3+(2-z)(1+x+4y)^3$

Многочлен q приведен к стандартному виду.

$t=10+18x+12x^2+3x^3-24y+12x^2y+192y^2+144xy^2+64y^3-z-3xz-3x^2z-x^3z-12yz-24xyz-12x^2yz-48y^2z-48xy^2z-64y^2z$

С помощью функции **PolynomialQ** проведен тест: является ли *t* многочленом от *x,y,z*?

Ответ: да. (True – истина) .

Применив функции **Variables** дан список всех переменных многочлена *t*.

Благодаря функции **Length** определено число всех членов многочлена *t*.

С помощью функции **Exponent** определена наивысшая степень переменного *x* в многочлене *t*.

Используя функции **Coefficient** выписан множитель при xy^2 в многочлене *t*.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

```
f = x^6 + 2 y x^4 - 4 x^3 - 3 x^2 + 8 x - 5
```

$-5+8x-3x^2-4x^3+x^6+2x^4y$

```
g = x^3 + x^2 - x + 1
```

$1-x+x^2+x^3$

```
PolynomialQuotient[f, g, x]
```

$-8-x^2+x^3-2y+x(2+2y)$

```
PolynomialRemainder[f, g, x]
```

$3+x(-2-4y)+2y+x^2(8+4y)$

```
p = 9 x^4 + 5 x^2 + 1
```

$1+5x^2+9x^4$

```
q = 3 x^3 + 2 x^2 + 1
```

$1+2x^2+3x^3$

```
PolynomialGCD[p, q]
```

$1-x+3x^2$

```
PolynomialLCM[p, q]
```

$(1+x+3x^2)(1+2x^2+3x^3)$

```
Resultant[p, q, x]
```

0

$f=x^6+2yx^4-4x^3-3x^2+8x-5$

$g=x^3+x^2-x+1$

Введены многочлены f и g.

Используя функцию **PolynomialQuotient** найдем частное от деления f на g.

С помощью функции **PolynomialRemainder** найден остаток от деления f на g.

$p=9x^4+5x^2+1$

$q=3x^3+2x^2+1$

Введены многочлены p и q.

С помощью функции **PolynomialGCD** вычислен наибольший общий делитель многочленов p и q.

Функция **PolynomialLCM** дает возможность найти наименьшее общее кратное p и q.

Используя функцию **Resultant** найден результант многочленов p и q.

$$R(F,G)=a_0^m b_0^n \prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{m}(x_i-y_j)$$

ФУНКЦИИ ДЕЙСТВИЙ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

Пусть P= P(x,y,…,z)- рациональное выражение.

ExpandNumerator[P]	Раскрыть (то есть упростить, раскрывая скобки) только числители
ExpandDenominator[P]	Раскрыть только знаменатели
Expand[P]	Раскрыть числители, почленно поделить их на соответствующие знаменатели
ExpandAll[P]	Раскрыть числители и знаменатели поделив почленно числители на соответствующие знаменатели
Factor[P]	Привести к общему знаменателю и разложить на множители числитель и знаменатель
Together[P]	Привести к общему знаменателю и сократить общие множители в числители и знаменателе
Apart[P]	Разложить P на сумму простейших дробей, выделяя целые части
Cancel[P]	Сократить общие множители в числителе и знаменателе каждой дроби в выражении P

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ


```
p = (3 a^2 + 2 a x - x^2) / ((3 x + a) (a + x)) - 2 +
  10 * (a x - 3 x^2) / (a^2 - 9 x^2)
```

$$-2+\frac{10\,(a\,x-3\,x^2)}{a^2-9\,x^2}+\frac{3\,a^2+2\,a\,x-x^2}{(a+x)\,(a+3\,x)}$$

```
ExpandNumerator[p]
```

$$-2+\frac{10\,a\,x-30\,x^2}{a^2-9\,x^2}+\frac{3\,a^2+2\,a\,x-x^2}{(a+x)\,(a+3\,x)}$$

```
ExpandDenominator[p]
```

$$-2+\frac{10\,(a\,x-3\,x^2)}{a^2-9\,x^2}+\frac{3\,a^2+2\,a\,x-x^2}{a^2+4\,a\,x+3\,x^2}$$

```
Expand[p]
```

$$-2+\frac{3\,a^2}{(a+x)\,(a+3\,x)}+\frac{2\,a\,x}{(a+x)\,(a+3\,x)}-\frac{x^2}{(a+x)\,(a+3\,x)}+\frac{10\,a\,x}{a^2-9\,x^2}-\frac{30\,x^2}{a^2-9\,x^2}$$

```
FullSimplify[p]
```

1

Введено рациональное выражение *p*.

$$p=\frac{3a^2+2ax-x^2}{(a+x)(a+3x)}-2+\frac{10(ax-3x^2)}{a^2-9x^2}$$

Функция **ExpandNumerator** раскрывает скобки в числителях всех дробей.

С помощью функции **ExpandDenominator** раскрыты скобки в знаменателях дробей, а в числителях- нет.

Функции **Expand** и **Factor** также применимы и к рациональным выражениям.

Функция **Expand** раскрывает скобки в числителях, причем числители почленно поделены на знаменатели и, наконец, функция **FullSimplify** упрощает выражение полностью.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

q = ((a - b) ^3 ($\sqrt{a}$ + $\sqrt{b}$) ^(-3) + 2 a $\sqrt{a}$ + b $\sqrt{b}$) / (a $\sqrt{a}$ + b $\sqrt{b}$) + 3 * ($\sqrt{ab}$ - b) / (a - b)

$$\frac{3\left(\sqrt{ab}-b\right)}{a-b}+\frac{2a^{3/2}+\frac{(a-b)^3}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}+b^{3/2}}{a^{3/2}+b^{3/2}}$$

Factor[q]

$$\frac{3\left(a+\sqrt{ab}-\sqrt{a}\sqrt{b}-b\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}$$

Together[q]

$$\frac{3\left(a+\sqrt{ab}-\sqrt{a}\sqrt{b}-b\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}$$

Cancel[q]

$$\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{3\left(-\sqrt{ab}+b\right)}{a-b}$$

FullSimplify[q]

$$\frac{3\left(a+\sqrt{ab}-\sqrt{a}\sqrt{b}-b\right)}{a-b}$$

Введено рациональное выражение q.

$$q=\frac{(a-b)^3\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{-3}+2a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}+\frac{3\left(\sqrt{ab}-b\right)}{a-b}$$

С помощью функции **Factor** дроби приведены к общему знаменателю, выполнено сложение дробей, у полученной дроби разложены на множители числитель и знаменатель и даже произведено сокращение общего множителя в числителе и знаменателе.

Функция **Together** производит действия с дробями, полученная в результате дробь приведена к несократимому виду.

Применив функцию **Cancel** к выражению q проведено сокращение одной из дробей (где это возможно). Действия с дробями не проводились, разложение на множители произведено только в знаменателе той дроби, которая подвергалась сокращению.

ОПЕРАЦИИ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

x+Iy	Запись комплексного числа x+iy в Математике
Re[z]	Действительная часть числа z
Im[z]	Мнимая часть числа z
Conjugate[z]	Комплексно сопряженное число z* для z
Abs[z]	Модуль |z| комплексного числа
Arg[z]	Аргумент комплексного числа z= |z|

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

СОДЕРЖАНИЕ

```
Sqrt[-36]
```

$6\,i$

```
Sqrt[-11 + 60 I]
```

$5+6\,i$

```
Log[4 + 6 I] // N
```

$1.97562+0.982794\,i$

```
Conjugate[(4 - 2 I) ^4]
```

$-112+384\,i$

Извлечение квадратного корня из отрицательного числа дает чисто мнимое число. В данном примере $\sqrt{-36}=5i$

Извлечен квадратный корень из комплексного числа, являющегося точным квадратом: $\sqrt{-11+60i}=5+6i$

Получено числовое значение логарифмической функции комплексного аргумента.

Получено комплексное число, сопряженное *(4-2 i)*^{4}

ЗАДАНИЯ

Введен многочлен над полем *C*.

$g=(-1+(x-iy)^5)(1+(x+iy)^5)$

С помощью функции **ComplexExpand** раскрыты скобки в многочлене *g*, а с помощью функции **Factor** многочлен разложен на множители.

```
g = ((x - I y) ^5 - 1) ((x + I y) ^5 + 1)
```

$(-1+(x-iy)^5)(1+(x+iy)^5)$

```
ComplexExpand[g]
```

$-1+x^{10}+5x^8y^2+10x^6y^4+10x^4y^6+5x^2y^8+y^{10}+i(-10x^4y+20x^2y^3-2y^5)$

```
Factor[g]
```

$(-1+x-iy)(1+x+iy)(1-x+x^2-x^3+x^4-iy+2ixy-3ix^2y+4ix^3y-y^2+3xy^2-6x^2y^2+iy^3-4ixy^3+y^4)(1+x+x^2+x^3+x^4-iy-2ixy-3ix^2y-4ix^3y-y^2-3xy^2-6x^2y^2+iy^3+4ixy^3+y^4)$

ОПЕРАЦИИ С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

TrigExpand[F]	раскладывает тригонометрические функции линейных комбинаций аргументов на функции этих аргументов, получая рациональное выражение от тригонометрических функций аргументов x,y,... ,z.
TrigFactor[F]	переходит от линейных комбинаций под знаками тригонометрических функций к аргументам-одночленам и раскладывает на множители получившееся рациональное выражение от тригонометрических функций
TrigFactorList[F]	делает то же самое, что предыдущая функция, но ответ даёт в виде списка двухэлементных списков, в каждом из которых первый элемент — множитель из разложения, а второй элемент — показатель степени, в которой этот множитель входит в разложение
TrigReduce[F]	переделывает многочлен от тригонометрических функций простых аргументов в менее громоздкое выражение (как правило, одночлен), содержащее тригонометрические функции комбинированных аргументов
TrigToExp[F]	конвертирует тригонометрическое выражение в выражение от экспонент
ExpToTrig	конвертирует выражение от экспонент в тригонометрическое выражение

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

СОДЕРЖАНИЕ
ЗАДАНИЯ

Введено выражение d.

С помощью функции **TrigExpand** *d* преобразовано в выражение, содержащее только тригонометрические функции от x.

Функция **TrigFactor** представляет выражение в виде дроби, числитель и знаменатель которой разложены на линейные относительно тригонометрических функций множители.

Используя функцию **TrigFactorList** получим то же самое, но ответ дан в виде списка множителей, при каждом из которых указывается степень.

С помощью функции **TrigReduce** выражение свернуто в одночлен, содержащий тригонометрические функции комбинированных аргументов. Используя **FullSimplify** приводим *d* к самому простому виду.

Функция **TrigToExp** выражение *sh x* + *ch x* привела к рациональной функции от экспонент.

Применяя функцию **ExpToTrig** выражение e^x переведено в тригонометрическую форму.

```
d = Cot[x] - Tan[x] - 2 Tan[2 x]
Cot[x] - Tan[x] - 2 Tan[2 x]
```

```
TrigExpand[d]
```

$$\frac{\mathrm{Cos}[x]^2\,\mathrm{Cot}[x]}{\mathrm{Cos}[x]^2-\mathrm{Sin}[x]^2}-\frac{6\,\mathrm{Cos}[x]\,\mathrm{Sin}[x]}{\mathrm{Cos}[x]^2-\mathrm{Sin}[x]^2}+\frac{\mathrm{Sin}[x]^2\,\mathrm{Tan}[x]}{\mathrm{Cos}[x]^2-\mathrm{Sin}[x]^2}$$

```
TrigFactor[d]
```

$$\frac{\mathrm{Csc}[x]\,\mathrm{Sec}[x]\,(\mathrm{Cos}[2x]-\mathrm{Sin}[2x])\,(\mathrm{Cos}[2x]+\mathrm{Sin}[2x])}{(\mathrm{Cos}[x]-\mathrm{Sin}[x])\,(\mathrm{Cos}[x]+\mathrm{Sin}[x])}$$

```
TrigFactorList[d]
{{1, 1}, {Sin[x], -1}, {Cos[x], -1},
 {Cos[x] + Sin[x], -1}, {Cos[x] - Sin[x], -1},
 {Cos[2 x] + Sin[2 x], 1}, {Cos[2 x] - Sin[2 x], 1}}
```

```
TrigReduce[d]
Cos[4 x] Csc[x] Sec[x] Sec[2 x]
```

```
FullSimplify[d, Trig → True]
4 Cot[4 x]
```

```
TrigToExp[Sinh[x] + Cosh[x]]
```

e^x

```
ExpToTrig[E^x]
Cosh[x] + Sinh[x]
```

ЗНАКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В УРАВНЕНИЯХ, НЕРАВЕНСТВАХ, ИХ СИСТЕМАХ И СОВОКУПНОСТЯХ

==	Знак равенства(в уравнении)
!=	Не равно
>	Больше
<	Меньше
>=	Больше или равно
<=	Меньше или равно
&&	И
||	Или

ФУНКЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

Solve	Решить уравнение, точные корни даны в виде списка правил подстановок.
Roots	Решить уравнение, корни даются в виде совокупности простейших уравнений.
Reduce	Функция **Solve** находит решение уравнения с параметром, не рассматривая их специфическое значение, при которых решение существует. Если таковые ожидаются, то лучше использовать функцию **Reduce**, учитывающую все возможные решения.
NSolve	Находит приближенные значения корней уравнения.

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

```
Solve[(x+3)^3-(x+1)^3==56, x]

{{x→-5}, {x→1}}
```

```
Roots[(x+3)^3-(x+1)^3==56, x]

x==-5 || x==1
```

```
Solve[(a x^2)/(x-1)==(a+1)^2, x]
```

$$\left\{\{x\to 1+a\},\left\{x\to\frac{1+a}{a}\right\}\right\}$$

```
Reduce[a x^3+b x==0, x]
```

$$b==0\,\&\&\,a==0\ ||\ a\neq 0\,\&\&\left(x==-\frac{i\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\ ||\ x==\frac{i\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)\ ||\ x==0$$

```
Solve[Abs[2-x]-Abs[5-2x]==0, x]
```

$$\left\{\left\{x\to\frac{7}{3}\right\},\{x\to 3\}\right\}$$

```
Solve[x^5-x+1==0, x]

{{x→Root[1-#1+#1^5 &, 1]},
 {x→Root[1-#1+#1^5 &, 2]}, {x→Root[1-#1+#1^5 &, 3]},
 {x→Root[1-#1+#1^5 &, 4]}, {x→Root[1-#1+#1^5 &, 5]}}
```

```
NSolve[x^5-x+1==0, x]

{{x→-1.1673}, {x→-0.181232-1.08395 i}, {x→-0.181232+1.08395 i},
 {x→0.764884-0.352472 i}, {x→0.764884+0.352472 i}}
```

Рассмотрим основные функции *Математики*, предназначенные для решения уравнений и их систем.

С помощью функции **Solve** решено кубическое уравнение $(x+3)^3-(x+1)^3=56$, его точные корни даны в виде списка правил подстановок. С помощью функции **Roots** решено тоже самое уравнение, корни даются в виде совокупности простейших уравнений.

$\frac{a x^2}{x-1}=(a+1)^2$ -рациональное уравнение с параметром. Функция …шение уравнения с параметром, не рассматривая их специфическое значение, при которых решение существует. Если таковые ожидаются, то лучше использовать функцию **Reduce**, учитывающую все возможные решения. Также с помощью функции **Solve** можно решать уравнения, содержащие неизвестную под знаком модуля. Когда *Математика* не может дать точные выражения для корней уравнения, она дает ответ в таком виде; #1 здесь означает переменное. Из этого ответа следует только то, что рассматриваемое уравнение имеет пять корней над полем комплексных чисел, в таком случае целесообразно применять функцию **NSolve** для нахождения приближенных значений корней.

В последнем примере найдены приближенные решения уравнения.

Воспользовавшись функцией Solve также можно решить иррациональное, логарифмическое, тригонометрическое уравнение.

$\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

$\log_{10}(x+1.5)=-\log_{10}x$

$Sin\,x+Cos\,x=0$

Функция FindRoot предназначена для вычисления приближенного значения решения уравнения при заданном начальном приближении к решению.

При помощи графической функции Plot построен график функции *Sin x- x*^{2} на промежутке [-2;2]. По графику определяем нули функции: x=0 (точное значение) и x≈0,9. Теперь можно найти приближенное значение одного из корней уравнения по его начальному значению.

```
Solve[Sqrt[3 x + 7] - Sqrt[x + 1] == 2, x]

{{x → -1}, {x → 3}}
```

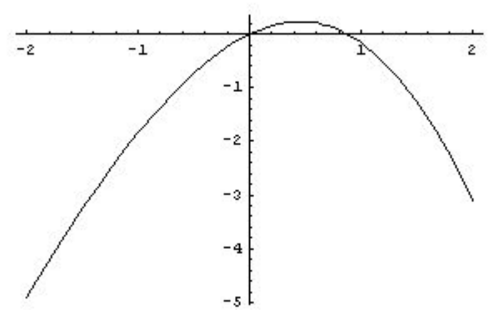
```
Solve[Log[10, x + 1.5] == -Log[10, x], x]

{{x → 0.5}}
```

```
Solve[Sin[x] + Cos[x] == 0, x]
```

$\left\{\left\{x\to-\frac{\pi}{4}\right\},\left\{x\to\frac{3\pi}{4}\right\}\right\}$

```
Plot[Sin[x] - x^2, {x, -2, 2}]
```



- Graphics -

```
FindRoot[Sin[x] - x^2 == 0, {x, 0.9}]

{x → 0.876726}
```

ЗАДАНИЯ

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x - 4y + z = 1 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

```
Solve[{2 x + 3 y - z == 1, x - 4 y + z == 1, 2 x + y + z == 3},
 {x, y, z}]
```

$$\left\{\left\{x \to \frac{3}{4},\ y \to \frac{1}{4},\ z \to \frac{5}{4}\right\}\right\}$$

С помощью функции **Solve** решена система линейных уравнений.

```
m = {{2, 3, -1}, {1, -4, 1}, {2, 1, 1}}
```

```
{{2, 3, -1}, {1, -4, 1}, {2, 1, 1}}
```

Введена матрица коэффициентов при неизвестных.

$$\begin{matrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{matrix}$$

```
n = {1, 1, 3}
```

```
{1, 1, 3}
```

Введен столбец свободных членов.

$$\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{matrix}$$

```
LinearSolve[m, n]
```

$$\left\{\frac{3}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{5}{4}\right\}$$

С помощью функции **LinearSolve** получено решение системы.

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

УПРАЖНЕНИЯ

- Вычислить: 45 - 35; 198+516; 56*81; 134*15; 6^{11} и 18^5 вычислить с 7 и 11 десятичными знаками соответственно.
- Вычислить: 45!; log; $arctg(\sqrt{3})$; Sin ; ArcTan(1); ($\frac{3+\sin^4(0.5)}{6+\cos^2(0.5)}$ вычислить с 5 десятичными знаками.
- Даны многочлены *p, q , t и r* .

  $p= a^2b+2+4ab^2-16a^2b-9$

  $q= a^2x^3-ax^3-5-a^4-a^2x^3+ax^3+8a^4+16$

  $t= a44b^2-0.8b4b^2+24-12ab3b+b3b^2-56$

  $r=25x2y^2-5x3xy-x^2y+xy^2$

  Привести подобные члены в многочленах и представить их в стандартном виде.
- Даны многочлены

  $p=10a^2x-15a^3-20a^4x$

  $y=8a^4b^3-12a^2b^4+16a^3b^2$ разложить их на множители.

УПРАЖНЕНИЯ

- Даны многочлены

  $r=36y^2+30xy-60xz-176yz+6y-42z$

  $t=81xy^3-99y^2+36xy+18x+63$

  $g=a^3-5a^2b+9ab^2$

  $f=-8x^4y^2-8156x^2y^2+39x^2y^4$

  В многочленах r и t за скобки вынести числовой множитель.

  В многочленах g и f за скобки вынести множители, не зависящие от b, x и y соответственно.

  Дать список всех переменных многочленов, определить число всех членов многочленов.

- Рациональные выражения r и p

  $r=\frac{(z-z\sqrt{z}+2-2\sqrt{z})^2(1+\sqrt{z})^2}{z-2+\frac{1}{z}}-z\sqrt{z}\sqrt{4+z+\frac{4}{z}}$

  $p=\frac{a^2+4}{a\sqrt{(\frac{a^2-4}{2})^2+4}}$ используя функции ExpandNumerator, ExpandDenominator, Expand, ExpandAll, Factor, Together, Cancel преобразовать.

- Извлеките квадратный корень из отрицательных чисел -144,-25,-81.
- Извлеките квадратный корень из комплексного числа *-15+25i*.

СОДЕРЖАНИЕ

УПРАЖНЕНИЯ

- Найти сопряженное число комплексному числу $(10-5i)^3$.
- Раскрыть скобки в многочлене p и разложить на множители.

  $p=(-8+(x-iy^3)(5-(x+iy^3)$
- Дано тригонометрическое выражение p=*Sin x-tg x-5 Tg(3 x)-Cos(3x)* используя функции TrigExpand TrigFactor TrigFactorList TrigReduce FullSimplify преобразовать выражение.
- Решить уравнение **$(x+8)^3-(x+4)^3=16$.**
- Решить уравнение с двумя параметрами **$3a\ x^5+2\ b\ x=0$**

$$\begin{cases} x+8y-z=1 \\ x+2y+z=7 \\ x+y+2z=14 \end{cases}$$

ЗАДАНИЯ

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Дьяконов В.П. Компьютерная система Mathematica 4.0.: учебный курс- СпБ: Санкт-Петербург,2001.
- Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А., Маслова Т.Н., орловская И.Ф., Позийский Р.И., Ряховская Г.С., Сканави М.И., Суходский А.М., Федорова Н.М. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учеб. пособие/ Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А. и др..; Под ред. М.И. Сканави.-6-е изд., М.: «ОНИКС 21 век», «Мир и Образование», «Альянс-В», 2001.-608 с.: ил.

1. Иванов В.Л. Структура электронного учебника /Иванов В.Л./ Информатика и образование – 2001 - №6 – 63 с.

- Капустина Т.В. Компьютерная система Mathematica 3.0. в вузовском образовании. – М.: Изд-во МПУ, 2000. – 240 с.:ил.
- Капустина Т.В. Компьютерная система Mathematica 3.0. для пользователей. – М.: СОЛОН-Р, 1999. – 240 с.:ил.
- Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений.- М.:Просвещение, 1999.-240 с.:ил.
- Христочевский С.А. Электронные мультимедийные учебники и энциклопедии // Информатика и образование. – 2000. - №2. – 98 с.
- http://www.Exponenta.ru (В разделе Mathematica 5.0 рассматриваются статьи преподавателей о возможности применения пакета Mathematica 5.0. в образовательном процессе, правила использования пакета, а также приводятся описания примеров решения математических задач).