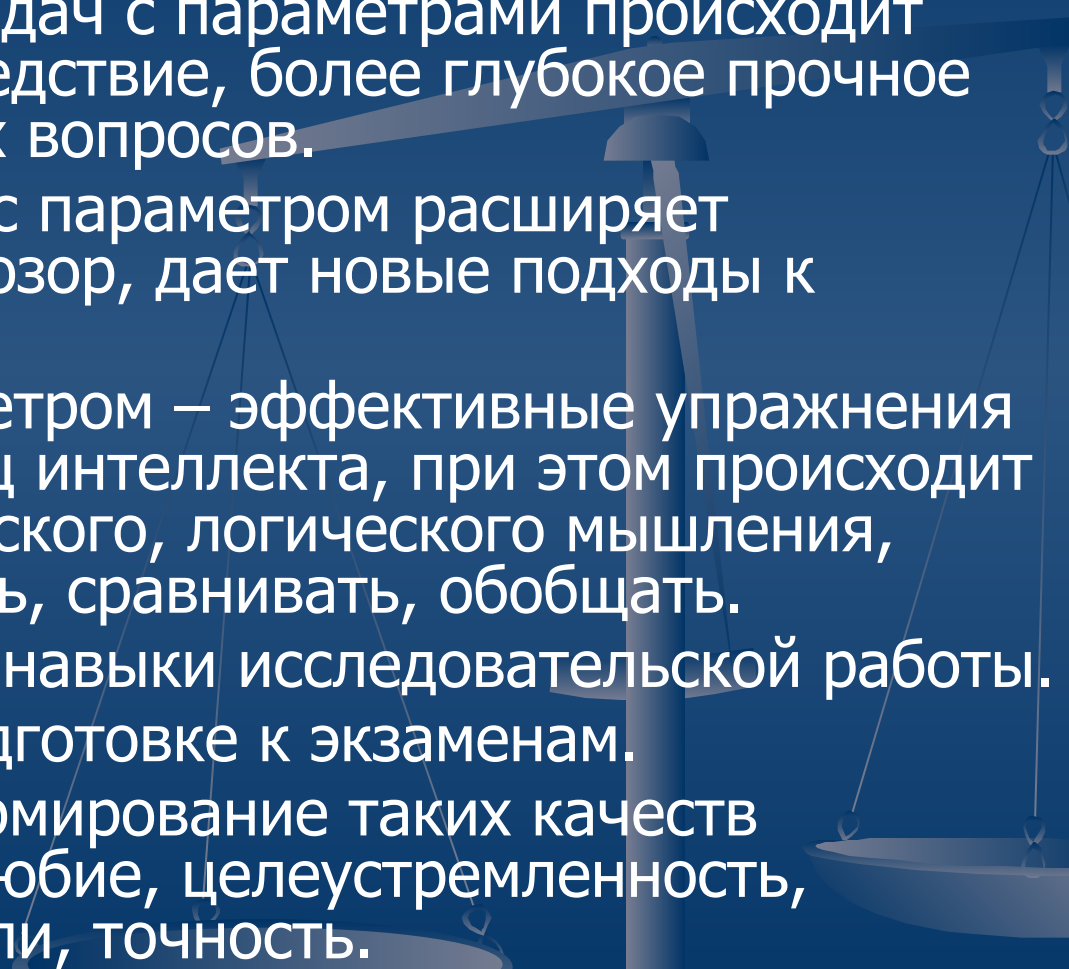


Линейные и  
квадратные уравнения  
с параметрами

Задачам с параметрами должно уделяться большое внимание по следующим причинам:

- 1) При решении задач с параметрами происходит повторение и, как следствие, более глубокое прочное условие программных вопросов.
  - 2) Решение задач с параметром расширяет математический кругозор, дает новые подходы к решению задач.
  - 3) Задачи с параметром – эффективные упражнения для тренировки мышц интеллекта, при этом происходит развитие математического, логического мышления, умения анализировать, сравнивать, обобщать.
  - 4) Приобретаются навыки исследовательской работы.
  - 5) Помощь при подготовке к экзаменам.
  - 6) Происходит формирование таких качеств личности, как трудолюбие, целеустремленность, усидчивость, сила воли, точность.
- 

Понятие параметра мы рассматривали в смысле математической величины, входящей в формулы и выражения, значения которой является постоянным в пределах рассматриваемой задачи. Параметр, будучи фиксированным, но неизвестным числом, имеет как бы двойственную природу. Во-первых, предполагаемая известность позволяет «общаться» с параметром как с числом, а во-вторых, степень свободы общения ограничивается его неизвестностью.

Параметры, входящие в условие, существенно влияют на логический и технический ход решения и форму ответа.

# Книги и учебные пособия.

*Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Янир М.С.*  
Задачи с параметрами. – Киев, 1992;

*Макарычев Ю.Н., Макарычев Н.Г., Миндюк Н.Г., Коротнова Л.М.* Дидактические материалы по алгебре для 9 класса. – М., Просвещение, 1992;

Попов В.А. Задачи с параметрами. -  
Сыктывкар, 1997;

*Ястребинецкий Г.А.* Задачи с параметрами.  
– М., Просвещение, 1986.

Тест состоит из 10 заданий, из которых последние три были более сложные.

Для каждого задания предлагается три ответа, один из которых правильный, а другие – неверные.

*Критерии оценок:* оценка «5» - за 9-10 верных ответов; оценка «4» - за 7-8 верных ответов; оценка «3» - за 5-7 верных ответов; оценка «2» - за 0-4 верных ответов.

На тестирование отводится два урока, затем осуществляется обработка результатов. Итоги тестирования заносятся в специальную таблицу, в которой рядом в каждой фамилией ученика знаком «+» отмечаются верные ответы, знаком «-» - неверные, указывается количество верных ответов и оценка. По каждому заданию подсчитано количество верных ответов.

# Задание для подготовки к тестированию

1. Решите уравнение относительно  $x$ .

$$-8 = cx + 1.$$

2. Решите уравнения относительно  $x$ :

а)  $3x(k + 2) = 2 - 5k(x - 1)$ ;

б)  $k(x - 2) + 3(x + 3) = 1$ .

3. Решите уравнения относительно  $x$ :

а)  $5a(a + 2)x = a^2 - a - 2$ ;

б)  $(a^2 - 16)x = a^2 + 2a - 8$ .

4. а) При каких значениях  $a$  уравнение

$$7 - ax + 2x = 1 + 5x$$

имеет отрицательные решения?

б) При каких значениях  $a$  уравнение

$$3 + 7x = 1 - ax + 2x$$

имеет положительное решение?

5. При каких значениях  $a$  уравнение

$$ax^2 - (a - 7)x + 9 = 0$$

имеет два равных положительных корня?

6. При каких значениях  $a$  в уравнении

$$y = ax^2 - 4x + 15$$

парабола касается оси  $x$ ?

7. Найдите наибольшее целое значение  $k$ , при котором уравнение  $5x^2 + 7x - k = 0$  не имеет действительных корней.

8. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , при котором уравнение  $5x^2 + 7x - k = 0$  имеет два различных корня.

9. При каких значениях  $a$  уравнение

$$ax^2 - 4x + a = 0$$

имеет два различных корня?

10. При каком значении  $a$  произведения корней уравнения

$$2x^2 + x - 3a^2 - 8a - 3 = 0$$

равно нулю?

11. При каких значениях  $a$  уравнение имеет единственное решение:

$$a) (a - 3)x^2 - (6 - 2a)x + 2 = 0$$

$$б) (a - 1)x^2 - (2 - a)x + 3 = 0$$

12. При каком значении параметра  $b$  сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - (b + 3)x + b - 2 = 0$$

принимает наименьшее значение?

13. При каких значениях параметра отношение корней уравнения равно 3?

$$x^2 - bx + b + 15 = 0$$

14. Решите уравнение  $ax^2 - 2(a + 2)x = 5x + 6$

15. При каких значениях параметра уравнение

$$ax^2 + x + 2 = 0$$

имеет более одного корня?



16. Сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - 2x + q = 0$$

равна 6. Найти  $q$ .

17. При каких значениях  $p$  корни квадратного уравнения

$$(p - 3)x^2 - 2px + 5p = 0$$

действительные и положительные?

18. При каких значениях  $a$  парабола

$$y = (a - 3)x^2 - 2ax + 3a - 6$$

расположена выше оси  $Ox$ ?

19. При каких значениях  $b$  прямая  $y = 2x + b$  проходит через точку пересечения прямых

20. При каких значениях  $a$  уравнение  $3x - 2y + 5 = 0$  и  $2x + 3y - 14 = 0$ ?

имеет два различных корня, принадлежащих промежутку  $(1; 5)$ ?

21. Найдите целые значения  $b$ , при которых корень уравнения является отрицательным числом.

$$b(2 - x) = 6$$

A large satellite dish antenna is shown in a wireframe style against a dark background. The dish is composed of many concentric rings and radial lines. A small, white, cylindrical object is mounted on the rim of the dish. The word "TECT" is written in a bold, bright green, sans-serif font across the center of the dish.

**TECT**

# ВАРИАНТ 1

1. Решите уравнение  $mx + 2 = -1$  относительно  $x$ .

А.  $x = -\frac{3}{m}$ , при  $m \neq 0$ .

Б. 1) При  $m = 0$  корней нет;

В. 1) При  $m = 0$  корней нет;

2) при  $m \neq 0$   $x = \frac{1}{m}$ .

2) при  $m \neq 0$   $x = -\frac{3}{m}$ .

2. Решите уравнение  $k(x - 4) + 2(x + 1) = 1$  относительно  $x$ .

А. 1) При  $k = -2$  корней нет;

Б. 1) При  $k = -2$  корней нет;

В. 1) При  $k = 0$  корней нет;

2) при  $k \neq -2$   $x = \frac{4k - 1}{k + 2}$ .

2) при  $k = \frac{1}{4}$   $x = 0$ ;

2) при  $k \neq 0$   $x = \frac{4x - 1}{k + 2}$ .

3) при  $k \neq -2$   $k \neq \frac{1}{4}$   $x = \frac{4k - 1}{k + 2}$ .

3. Решите уравнение  $2a(a - 2)x = a^2 - 5a + 6$  относительно  $x$ .

А. 1) При  $a = 2$   $x \in \mathbb{R}$ ;

Б. 1) При  $a = 2$   $x \in \mathbb{R}$ ;

В. 1) При  $a = 2$   $x \in \mathbb{R}$ ;

2) при  $a = 0$  корней нет;

2) при  $a = 0$  корней нет;

2) при  $a = 0$  корней нет;

3) при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$

3) при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$

3) при  $a = 3$   $x = 0$ ;

4) при  $a \neq 2$   $a \neq 0$   $a \neq 3$

$$x = \frac{(a+3)(a+2)}{2a(a-2)}$$

$$x = \frac{a-3}{2a}$$

$$x = \frac{a-3}{2a}$$

# ВАРИАНТ 2

1. Решите уравнение  $nx - 7 = -3$  относительно  $x$ .

А. 1) При  $n=0$  корней нет;      Б. 1) При  $n=0$  корней нет;      В.  $x = \frac{4}{n}$

2) при  $n \neq 0$   $x = -\frac{10}{n}$ .

2) при  $n \neq 0$   $x = \frac{4}{n}$ .

2. Решите уравнение  $2x(a+1) = 3a(x+1) + 7$  относительно  $x$ .

А. 1) При  $a=2$  корней нет;      Б. 1) При  $a=2$  корней нет;      В. 1) При  $a=0$  корней нет;

2) при  $a \neq 2$   $x = \frac{3a+7}{2-a}$ .

2) при  $a = -2\frac{1}{3}$   $x = 0$  ;

2) при  $a \neq 0$   $x = \frac{3a+7}{2-a}$ .

3) при  $a \neq 2$  ,  $a = -2\frac{1}{3}$

$$x = \frac{3a+7}{2-a}$$

3. Решите уравнение  $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$  относительно  $x$ .

А. 1) При  $a = -9$   $x \in \mathbb{R}$ ;      Б. 1) При  $a = -9$   $x \in \mathbb{R}$ ;      В. 1) При  $a = 9$  корней нет;

2) при  $a = 9$  корней нет;

2) при  $a = 9$   $x \in \mathbb{R}$ ;

2) при  $a = -9$   $x \in \mathbb{R}$ ;

3) при  $a \neq -9$  ,  $a \neq 9$

3) при  $a \neq -9$  ,  $a \neq 9$

3) при  $a = 2$   $x = 0$ ;

4) при  $a \neq -9$  ,  $a \neq 9$  ,  $a = 2$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

## ВАРИАНТ 1

4. При каких значениях  $b$  уравнение  $1 + 2x - bx = 4 + x$  имеет отрицательное решение?

А. При  $b < 1$ .

Б. При  $b > 1$ .

В. При  $b < -2$ .

5. При каких значениях  $a$  парабола  $y = ax^2 - 2x + 25$  касается оси  $Ox$ ?

А. При  $a = 25$ .

Б. При  $a = 0$  и  $a = 0,04$ .

В. При  $a = 0,04$ .

6. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , при котором уравнение  $3x^2 + 5x - k = 0$  имеет два различных корня.

А.  $k = -2\frac{1}{12}$ .

Б.  $k = -2$ .

В.  $k = 3$ .

7. При каких значениях  $a$  произведение корней уравнения

$x^2 - 4x + a^2 - 3a + 2 = 0$  равно нулю?

А. При  $a = -1$ ,  $a = -2$ .

Б. При  $a = 1$ ,  $a = 2$ .

В. При  $a = 2$ ,  $a = 4$ .

## ВАРИАНТ 2

4. При каких значениях  $b$  уравнение  $2 + 4x - bx = 3 + x$  имеет отрицательное решение?

А. При  $b < 3$ .

Б. При  $b < 2$ .

В. При  $b > 3$ .

5. При каких значениях  $k$  уравнение  $kx^2 - (k-7)x + 9 = 0$  имеет два равных положительных корня?

А. При  $k \in (-\infty; 1) \cup (49; +\infty)$ .

Б. При  $k = 49$  и  $k = 1$ .

В. При  $k = 49$ .

6. Найдите наибольшее целое значение  $k$ , при котором уравнение  $2x^2 + 4x - k = 0$  не имеет два действительных корней?

А.  $k = -1$ .

Б.  $k = -2$ .

В.  $k = -3$ .

7. При каких значениях  $a$  произведение корней уравнения  $x^2 - 7x + 3a^2 - 8a + 6 = 0$  равно 1?

А. При  $a = 3$ ,  $a = 5$ .

Б. При  $a = -1$ ,  $a = -1\frac{2}{3}$ .

В. При  $a = 1$ ,  $a = 1\frac{2}{3}$ .

# ВАРИАНТ 1

8. При каких значениях  $k$  уравнение  $(k-2)x^2 - (4-2k)x + 2 = 0$  имеет единственное решение?

А. При  $k = -5$ ,  $k = -2$ .

Б. При  $k = 5$ .

В. При  $k = 2$ ,  $k = 5$ .

9. Решите уравнение  $(a-2)x^2 + (4-2a)x + 3 = 0$  относительно  $x$ .

А.1) При  $a \in (2;5)$  корней нет; Б.1) При  $a \in [2;5)$  корней нет; В.1) При  $a = 2$  и  $a \in (2;5)$  корней нет;

2) при  $a = 5$   $x = 1$ ;

2) при  $a = 5$   $x = 1$ ;

2) при  $a = 5$   $x = 1$ ;

3) при  $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

3) при  $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

3) при  $a = 2$   $x = 0$ ;

4) при  $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

10. При каком значении  $b$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - (b+2)x + b - 3 = 0$  принимает наименьшее значение?

А. Таких значений  $b$  нет.

Б. При  $b = 9$ .

В. При  $b = -1$ .

# ВАРИАНТ 2

8. При каких значениях  $a$  уравнение  $ax^2 - 6x + a = 0$  имеет два различных корня?

А. При  $a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$ .

Б. При  $a \in (-3; 3)$ .

В. При  $a \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

9. Решите уравнение  $(a-1)x^2 + 2(2a+1)x = -4a-3$ .

А.1) При  $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$  корней нет; Б.1) При  $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$  корней нет; В.1) При  $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$

корней нет;

2) при  $a = -\frac{4}{5}$   $x = -\frac{1}{3}$ ;

2) при  $a = -\frac{4}{5}$   $x = -\frac{1}{3}$ ;

2) при  $a = \frac{4}{5}$   $x = -\frac{1}{3}$ ;

3) при  $a \in \left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

3) при  $a = 1$   $x = -1\frac{1}{6}$ ;

3) при  $a = 1$   $x = -1\frac{1}{6}$ ;

4) при  $a \in \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$

4) при  $a \in \left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

10. При каком значении  $b$  сумма квадратов корней уравнения принимает наименьшее значение?

$$x^2 - (b+4)x + b - 2 = 0$$

А. При  $b = 11$ .

Б. При  $b = -3$ .

В. При  $b = 3$ .