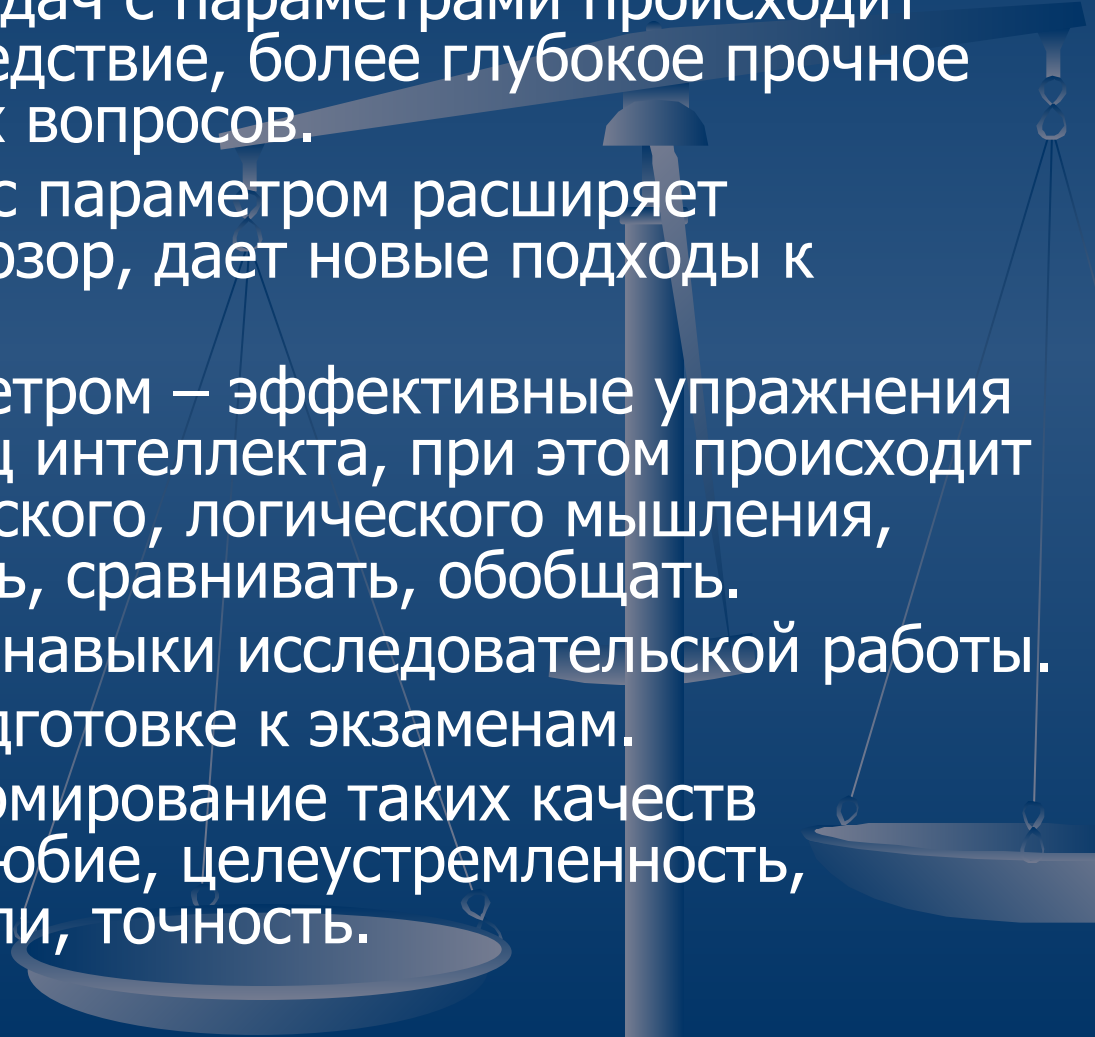


Линейные и
квадратные уравнения
с параметрами

Задачам с параметрами должно уделяться большое внимание по следующим причинам:

- 1) При решении задач с параметрами происходит повторение и, как следствие, более глубокое прочное условие программных вопросов.
 - 2) Решение задач с параметром расширяет математический кругозор, дает новые подходы к решению задач.
 - 3) Задачи с параметром – эффективные упражнения для тренировки мышц интеллекта, при этом происходит развитие математического, логического мышления, умения анализировать, сравнивать, обобщать.
 - 4) Приобретаются навыки исследовательской работы.
 - 5) Помощь при подготовке к экзаменам.
 - 6) Происходит формирование таких качеств личности, как трудолюбие, целеустремленность, усидчивость, сила воли, точность.
- 

Понятие параметра мы рассматривали в смысле математической величины, входящей в формулы и выражения, значения которой является постоянным в пределах рассматриваемой задачи. Параметр, будучи фиксированным, но неизвестным числом, имеет как бы двойственную природу. Во-первых, предполагаемая известность позволяет «общаться» с параметром как с числом, а во-вторых, степень свободы общения ограничивается его неизвестностью.

Параметры, входящие в условие, существенно влияют на логический и технический ход решения и форму ответа.

Книги и учебные пособия.

Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Янир М.С.
Задачи с параметрами. – Киев, 1992;

Макарычев Ю.Н., Макарычев Н.Г., Миндюк Н.Г., Коротнова Л.М. Дидактические материалы по алгебре для 9 класса. – М., Просвещение, 1992;

Попов В.А. Задачи с параметрами. -
Сыктывкар, 1997;

Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами.
– М., Просвещение, 1986.

Тест состоит из 10 заданий, из которых последние три были более сложные.

Для каждого задания предлагается три ответа, один из которых правильный, а другие – неверные.

Критерии оценок: оценка «5» - за 9-10 верных ответов; оценка «4» - за 7-8 верных ответов; оценка «3» - за 5-7 верных ответов; оценка «2» - за 0-4 верных ответов.

На тестирование отводится два урока, затем осуществляется обработка результатов. Итоги тестирования заносятся в специальную таблицу, в которой рядом в каждой фамилией ученика знаком «+» отмечаются верные ответы, знаком «-» - неверные, указывается количество верных ответов и оценка. По каждому заданию подсчитано количество верных ответов.

Задание для подготовки к тестированию

1. Решите уравнение относительно x .

$$-8 = cx + 1.$$

2. Решите уравнения относительно x :

а) $3x(k + 2) = 2 - 5k(x - 1);$

б) $k(x - 2) + 3(x + 3) = 1.$

3. Решите уравнения относительно x :

а) $5a(a + 2)x = a^2 - a - 2;$

б) $(a^2 - 16)x = a^2 + 2a - 8.$

4. а) При каких значениях a уравнение

$$7 - ax + 2x = 1 + 5x$$

имеет отрицательные решения?

б) При каких значениях a уравнение

$$3 + 7x = 1 - ax + 2x$$

имеет положительное решение?

5. При каких значениях a уравнение

$$ax^2 - (a - 7)x + 9 = 0$$

имеет два равных положительных корня?

6. При каких значениях a в уравнении

$$y = ax^2 - 4x + 15$$

парабола касается оси x ?

7. Найдите наибольшее целое значение k , при котором уравнение $5x^2 + 7x - k = 0$ не имеет действительных корней.

8. Найдите наименьшее целое значение k , при котором уравнение $5x^2 + 7x - k = 0$ имеет два различных корня.

9. При каких значениях a уравнение

$$ax^2 - 4x + a = 0$$

имеет два различных корня?

10. При каком значении a произведения корней уравнения

$$2x^2 + x - 3a^2 - 8a - 3 = 0$$

равно нулю?

11. При каких значениях a уравнение имеет единственное решение:

$$a) (a - 3)x^2 - (6 - 2a)x + 2 = 0$$

$$б) (a - 1)x^2 - (2 - a)x + 3 = 0$$

12. При каком значении параметра b сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - (b + 3)x + b - 2 = 0$$

принимает наименьшее значение?

13. При каких значениях параметра отношение корней уравнения равно 3?

$$x^2 - bx + b + 15 = 0$$

14. Решите уравнение $ax^2 - 2(a + 2)x = 5x + 6$

15. При каких значениях параметра уравнение

$$ax^2 + x + 2 = 0$$

имеет более одного корня?

16. Сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - 2x + q = 0$$

равна 6. Найти q .

17. При каких значениях p корни квадратного уравнения

$$(p - 3)x^2 - 2px + 5p = 0$$

действительные и положительные?

18. При каких значениях a парабола

расположена выше оси Ox ?

$$y = (a - 3)x^2 - 2ax + 3a - 6$$

19. При каких значениях b прямая $y = 2x + b$ проходит через точку пересечения прямых

20. При каких значениях a уравнение

$$3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{и} \quad 2x + 3y - 14 = 0 \quad ?$$

имеет два различных корня, принадлежащих промежутку $(1; 5)$?

21. Найдите целые значения b , при которых корень уравнения является отрицательным числом.

$$b(2 - x) = 6$$

A large satellite dish antenna is shown in a dark, almost black, environment. The dish is composed of a complex grid of white lines that form a parabolic shape. At the center of the dish is a circular feed horn. The word "TECT" is written in a bold, bright green, sans-serif font across the middle of the dish. The lighting is focused on the dish, making it stand out against the dark background.

TECT

ВАРИАНТ 1

1. Решите уравнение $mx + 2 = -1$ относительно x .

А. $x = -\frac{3}{m}$, при $m \neq 0$.

Б. 1) При $m = 0$ корней нет;

В. 1) При $m = 0$ корней нет;

2) при $m \neq 0$ $x = \frac{1}{m}$.

2) при $m \neq 0$ $x = -\frac{3}{m}$.

2. Решите уравнение $k(x - 4) + 2(x + 1) = 1$ относительно x .

А. 1) При $k = -2$ корней нет;

Б. 1) При $k = -2$ корней нет;

В. 1) При $k = 0$ корней нет;

2) при $k \neq -2$ $x = \frac{4k - 1}{k + 2}$.

2) при $k = \frac{1}{4}$ $x = 0$;

2) при $k \neq 0$ $x = \frac{4x - 1}{k + 2}$.

3) при $k \neq -2$ $k \neq \frac{1}{4}$ $x = \frac{4k - 1}{k + 2}$.

3. Решите уравнение $2a(a - 2)x = a^2 - 5a + 6$ относительно x .

А. 1) При $a = 2$ $x \in \mathbb{R}$;

Б. 1) При $a = 2$ $x \in \mathbb{R}$;

В. 1) При $a = 2$ $x \in \mathbb{R}$;

2) при $a = 0$ корней нет;

2) при $a = 0$ корней нет;

2) при $a = 0$ корней нет;

3) при $a \neq 0$ и $a \neq 2$

3) при $a \neq 0$ и $a \neq 2$

3) при $a = 3$ $x = 0$;

4) при $a \neq 2$ $a \neq 0$ $a \neq 3$

$x = \frac{a - 3}{2a}$.

$x = \frac{(a + 3)(a + 2)}{2a(a - 2)}$.

$x = \frac{a - 3}{2a}$.

ВАРИАНТ 2

1. Решите уравнение $nx - 7 = -3$ относительно x .

А. 1) При $n=0$ корней нет; Б. 1) При $n=0$ корней нет; В. $x = \frac{4}{n}$

2) при $n \neq 0$ $x = -\frac{10}{n}$.

2) при $n \neq 0$ $x = \frac{4}{n}$.

2. Решите уравнение $2x(a+1) = 3a(x+1) + 7$ относительно x .

А. 1) При $a=2$ корней нет; Б. 1) При $a=2$ корней нет; В. 1) При $a=0$ корней нет;

2) при $a \neq 2$ $x = \frac{3a+7}{2-a}$.

2) при $a = -2\frac{1}{3}$ $x = 0$;

2) при $a \neq 0$ $x = \frac{3a+7}{2-a}$.

3) при $a \neq 2$, $a = -2\frac{1}{3}$

$$x = \frac{3a+7}{2-a}$$

3. Решите уравнение $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$ относительно x .

А. 1) При $a = -9$ $x \in \mathbb{R}$; Б. 1) При $a = -9$ $x \in \mathbb{R}$; В. 1) При $a = 9$ корней нет;

2) при $a = 9$ корней нет; 2) при $a = -9$ $x \in \mathbb{R}$; 2) при $a = 9$;

3) при $a \neq -9$, $a \neq 9$ 3) при $a = 9$ $x \in \mathbb{R}$; 3) при $a = -9$ $x \in \mathbb{R}$;

3) при $a \neq -9$, $a \neq 9$ 3) при $a = 2$ $x = 0$;

3) при $a \neq -9$, $a \neq 9$, $a = 2$ 4) при $a \neq -9$, $a \neq 9$, $a = 2$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

$$x = \frac{a-2}{a-9}$$

ВАРИАНТ 1

4. При каких значениях b уравнение $1 + 2x - bx = 4 + x$ имеет отрицательное решение?

А. При $b < 1$.

Б. При $b > 1$.

В. При $b < -2$.

5. При каких значениях a парабола $y = ax^2 - 2x + 25$ касается оси Ox ?

А. При $a = 25$.

Б. При $a = 0$ и $a = 0,04$.

В. При $a = 0,04$.

6. Найдите наименьшее целое значение k , при котором уравнение $3x^2 + 5x - k = 0$ имеет два различных корня.

А. $k = -2\frac{1}{12}$.

Б. $k = -2$.

В. $k = 3$.

7. При каких значениях a произведение корней уравнения $x^2 - 4x + a^2 - 3a + 2 = 0$ равно нулю?

А. При $a = -1$, $a = -2$.

Б. При $a = 1$, $a = 2$.

В. При $a = 2$, $a = 4$.

ВАРИАНТ 2

4. При каких значениях b уравнение $2 + 4x - bx = 3 + x$ имеет отрицательное решение?

А. При $b < 3$.

Б. При $b < 2$.

В. При $b > 3$.

5. При каких значениях k уравнение $kx^2 - (k - 7)x + 9 = 0$ имеет два равных положительных корня?

А. При $k \in (-\infty; 1) \cup (49; +\infty)$. Б. При $k = 49$ и $k = 1$. В. При $k = 49$.

6. Найдите наибольшее целое значение k , при котором уравнение $2x^2 + 4x - k = 0$ не имеет два действительных корней?

А. $k = -1$.

Б. $k = -2$.

В. $k = -3$.

7. При каких значениях a произведение корней уравнения $x^2 - 7x + 3a^2 - 8a + 6 = 0$ равно 1?

А. При $a = 3$, $a = 5$.

Б. При $a = -1$, $a = -1\frac{2}{3}$.

В. При $a = 1$, $a = 1\frac{2}{3}$.

ВАРИАНТ 1

8. При каких значениях k уравнение $(k-2)x^2 - (4-2k)x + 2 = 0$ имеет единственное решение?

А. При $k = -5$, $k = -2$.

Б. При $k = 5$.

В. При $k = 2$, $k = 5$.

9. Решите уравнение $(a-2)x^2 + (4-2a)x + 3 = 0$ относительно x .

А.1) При $a \in (2;5)$ корней нет; Б.1) При $a \in [2;5)$ корней нет; В.1) При $a = 2$ и $a \in (2;5)$ корней нет;

2) при $a = 5$ $x = 1$;

2) при $a = 5$ $x = 1$;

2) при $a = 5$ $x = 1$;

3) при $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

3) при $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

3) при $a = 2$ $x = 0$;

4) при $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_1 = \frac{a-2-\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2},$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

$$x_2 = \frac{a-2+\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}.$$

10. При каком значении b сумма квадратов корней уравнения $x^2 - (b+2)x + b - 3 = 0$ принимает наименьшее значение?

А. Таких значений b нет.

Б. При $b = 9$.

В. При $b = -1$.

ВАРИАНТ 2

8. При каких значениях a уравнение $ax^2 - 6x + a = 0$ имеет два различных корня?

А. При $a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$.

Б. При $a \in (-3; 3)$.

В. При $a \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

9. Решите уравнение $(a-1)x^2 + 2(2a+1)x = -4a-3$.

А.1) При $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$ корней нет; Б.1) При $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$ корней нет; В.1) При $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$

корней нет;

2) при $a = -\frac{4}{5}$ $x = -\frac{1}{3}$;

2) при $a = -\frac{4}{5}$ $x = -\frac{1}{3}$;

2) при $a = \frac{4}{5}$ $x = -\frac{1}{3}$;

3) при $a \in \left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

3) при $a = 1$ $x = -1\frac{1}{6}$;

3) при $a = 1$ $x = -1\frac{1}{6}$;

4) при $a \in \left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$

4) при $a \in \left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_1 = \frac{-2a-1-\sqrt{5a+4}}{a-1},$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

$$x_2 = \frac{-2a-1+\sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

10. При каком значении b сумма квадратов корней уравнения принимает наименьшее значение?

$$x^2 - (b+4)x + b - 2 = 0$$

А. При $b = 11$.

Б. При $b = -3$.

В. При $b = 3$.