

Линия уравнений и неравенств школьного курса математики

ТМОМ
Методика изучения
основных разделов предметного
содержания школьного курса
математики
Тема 3

План

1. Общие подходы к изучению уравнений и неравенств
2. Формирование представлений об общих методах уравнений
3. Метод уравнений и неравенств в обучении математике

Подходы к определению понятия уравнения

Функциональный подход

- Уравнением с одним неизвестным называется равенство вида $f(x) = g(x)$
- Число x_0 называется корнем уравнения, если это число принадлежит области допустимых значений неизвестного и справедливо числовое равенство $f(x_0) = g(x_0)$

Подходы к определению понятия уравнения

Предикатный подход (через высказывательную форму)

- Равенство, содержащее неизвестное число, называется уравнением
- Значение неизвестного числа, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называется корнем уравнения

Подходы к определению понятия уравнения

При любом из подходов к определению уравнения суть действия решения уравнения трактуется одинаково:

решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что их нет

Связь понятия «уравнение» с понятием «тождество»

- Уравнение называется тождеством, если любое число является его решением (отражен первый подход к определению тождества)
- Уравнение вида $f(x) = g(x)$ называется тождеством, если множество решений этого уравнения совпадает с областью определения данного уравнения (отражен второй подход к определению тождества)

Основные тенденции в изучении уравнений

- Более раннее систематическое изучение уравнений (начиная с начальной школы);
- Расширение объема и сложности решаемых уравнений младшими школьниками;
- Вариативность последовательности изучения отдельных вопросов линии.

Два основных процесса, сопровождающих обучение

- Постепенное возрастание классов уравнений и неравенств, приемов их решения, преобразований. Применяемых при решении.
- Установление разнообразных связей между различными классами уравнений, выявление все более общих классов, закрепление все более общих приемов преобразований, упрощение описания и обоснования решения.

Смысл выделения основных классов уравнений и неравенств

- За счет стандартизации формы задания «общего вида» уравнения можно записывать ответы формулой или привести простое описание действий, приводящих к решению
- Изучение каждого из классов имеет определенную нагрузку в формировании понятия «решение уравнений», постепенно обогащает алгоритмический и эвристический опыт учащихся.

Общая идея решения любого уравнения, не являющегося простейшим уравнением какого-либо типа

Решение любого уравнения осуществляется
в два этапа:

- Преобразование данного уравнения (неравенства) к простейшему виду – **эвристический этап**;
- Решение простейшего уравнения (неравенства) по известным формулам, алгоритмам или правилам – **алгоритмический этап**.

Основное направление процесса формирования обобщенных приемов решения уравнений и неравенств

- Организация имеющихся у учащихся знаний и опыта в единую целостную систему, позволяющую распознавать возможности сведения более сложных уравнений к простейшим известным типов.

Задания на формирование умения определять способ решения уравнения

- Для группы уравнений указать возможный способ решения (сами решения не приводить);
- После предварительного анализа внешнего вида уравнения и способа решения решить уравнение

Основные приемы преобразования уравнений

- Раскрытие скобок;
- Перенос слагаемых;
- Приведение подобных слагаемых;
- Умножение обеих частей уравнения на выражение или число, отличное от нуля;
- Возведение в степень

Основные методы решения уравнений

- Разложение на множители;
- Замена переменных;
- Сведение к системе уравнений и неравенств;
- Функциональный;
- Графический.

С точки зрения деятельностного подхода к обучению именно формированию обобщенных приемов решения уравнений и следует обратить внимание.

Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

5-6 класс

- Обобщенный прием решения **уравнений первой степени** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **уравнений с модулем**

Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

7-9 класс

- Обобщенный прием решения **неравенств первой степени** с одной переменной и их систем.
- Обобщенный прием решения **уравнений и неравенств второй степени** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **рациональных уравнений** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **дробно-рациональных уравнений** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения

Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

10-11 класс

- Обобщенный прием решения **иррациональных неравенств** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **показательных уравнений и неравенств.**
- Обобщенный прием решения **логарифмических уравнений и неравенств.**
- Обобщенный прием решения **тригонометрических уравнений и неравенств.**

Обобщенный прием решения линейных уравнений (неравенств) с одной переменной

1. Определить, является ли уравнение (неравенство) линейным, т.е. вида $ax + b = 0$ ($ax + b > 0$), $a \neq 0$

если **«да»**, то

2. Найти $x = -b/a$ ($x > -b/a$, $a > 0$ и $x < -b/a$, $a < 0$)
3. Записать ответ.

если **«нет»**, то

2. Установить, какие из следующих тождественных и равносильных преобразований нужно выполнить, чтобы привести уравнение (неравенство) к линейному:

- перенос слагаемых из одной части уравнения в другую,
- приведение подобных слагаемых,
- раскрытие скобок,
- разложение на множители

3. Привести с помощью выбранных преобразований уравнение (неравенство) к линейному

4. Найти $x = -b/a$ ($x > -b/a$, $a > 0$ и $x < -b/a$, $a < 0$).

Этапы процесса обобщения приемов решения уравнений

1. решение простейших уравнений данного вида;
2. анализ действий, необходимых для их решения;
3. вывод алгоритма (правила, формулы) решения и запоминание его;
4. решение несложных уравнений данного вида, не являющихся простейшими;
5. анализ действий, необходимых для их решения;
6. формулировка частного приема решения.

Этапы процесса обобщения приемов решения уравнений

7. применение полученного частного приема по образцу, в сходных ситуациях, в легко осознаваемых вариациях образца;
8. работа по описанным этапам для следующих видов уравнений согласно программе;
9. сравнение получаемых частных приемов, выделение общих действий в их составе и формулировка обобщенного приема решения;
10. применение обобщенного приема в различных ситуациях, перенос и создание на его основе новых частных приемов для других видов уравнений

Метод «уравнений и неравенств» в обучении математике

Метод уравнений и неравенств является главным

средством для овладения учащимися основами

математического моделирования, т.к.

- В нем наиболее ярко и выпукло отражаются все характерные черты процесса математического моделирования;
- Уравнения, неравенства и их конструкции являются моделями очень многих явлений.

Цель изучения метода «уравнений и неравенств»

- формирование у учащихся умений математизации реальных ситуаций,
- установление внутрипредметных и межпредметных связей,
- формирование системности знаний

Суть метода «уравнений и неравенств»

- Установление основных связей и зависимостей, характеризующих явление или процесс (т.е. построение словесной модели явления или процесса).
- Перевод словесной модели на язык математики, при котором выявленные связи и зависимости записываются в виде уравнений, неравенств или их конструкций (т.е. построение математической модели).
- Решение поставленной задачи в рамках математической модели: решение уравнений, неравенств или их конструкций.
- Перевод решения на язык, на котором была сформулирована задача (т.е. установления

Две стороны любого метода

- **Объективная** – связанная с системой знаний, без которой метода не существует.
- **Субъективная** – связанная с системой действий, реализация которой ведет к достижению результата, и средствами осуществления этих действий.

Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Знания об уравнениях, неравенствах и их конструкциях, а именно :
 - понятия уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств, корня уравнения, решения неравенства, равносильных уравнений или неравенств;
 - свойства числовых равенств и неравенств;
 - виды уравнений и неравенств и способы их решения;

Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Знание зависимостей между основными величинами, Свойств геометрических фигур и других объектов, изучаемых в школьном курсе математики.
- Умения, связанные с решением уравнений и неравенств, а именно:
 - получение уравнений или неравенств, равносильных данному;
 - выбор рационального способа решения;

Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Умение составлять уравнения или неравенства в соответствии с свойствами объектов или зависимостями между величинами;
- Умение интерпретировать результаты решения уравнений или неравенств в соответствии с условиями задачи

Субъективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Выбор и обозначение одной или нескольких неизвестных величин;
- Выражение через выбранные величины других неизвестных величин с учетом связей и зависимостей, зафиксированных в словесной модели;
- Составление решающей модели (уравнения, неравенства или их конструкций);
- Решение составленной модели;
- Исследование полученного результата.

Методические задачи, связанные с овладением учащимися методом «уравнений и неравенств»

- Обеспечить понимание учащимися сути метода и овладение ими действиями по применению метода;
- Обучить применению метода для решения различных видов задач (сюжетных, геометрических, прикладных).

Этапы процесса формирования метода «уравнений и неравенств»

1. Мотивационный этап (принятия учебной задачи)
2. Этап усвоения сути метода
3. Этап формирования компонентов метода
4. Этап обучения применению метода к типовым задачам (тип модели определен однозначно)
5. Этап обучения применению метода для решения широкого круга задач (формирование умения рационального выбора вида решающей модели)

Типы задач школьного курса математики, решаемые методом «уравнений и неравенств»

Формирование умений решать задачи
методом

«уравнений и неравенств» осуществляется
главным

образом при решении сюжетных задач, среди
которых

по признаку «тип решающей модели»
выделяют

- Задачи на составление уравнения;
- Задачи на составление неравенств;
- Задачи на составление систем уравнений;
- Задачи на составление систем неравенств;

Мировоззренческое значение метода «уравнений и неравенств»

- **Возможность установления межпредметных связей:**

при решении прикладных физических, экономических и т.п. задач

- выбор решающей модели связан с предварительным установлением и использованием физических, экономических и т.п. свойств объектов и явлений,
- появляется возможность показать проникновение математического знания в другие науки

- **Возможность установления внутрипредметных связей:** через выделения

Благодарю за
внимание!