

# Линия уравнений и неравенств школьного курса математики

**ТМОМ**  
**Методика изучения**  
**основных разделов предметного**  
**содержания школьного курса**  
**математики**  
**Тема 3**

# План

1. Общие подходы к изучению уравнений и неравенств
2. Формирование представлений об общих методах уравнений
3. Метод уравнений и неравенств в обучении математике

# Подходы к определению понятия уравнения

## Функциональный подход

- Уравнением с одним неизвестным называется равенство вида  $f(x) = g(x)$
- Число  $x_0$  называется корнем уравнения, если это число принадлежит области допустимых значений неизвестного и справедливо числовое равенство  $f(x_0) = g(x_0)$

# Подходы к определению понятия уравнения

Предикатный подход (через высказывательную форму)

- Равенство, содержащее неизвестное число, называется уравнением
- Значение неизвестного числа, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называется корнем уравнения

# Подходы к определению понятия уравнения

При любом из подходов к определению уравнения суть действия решения уравнения трактуется одинаково:

решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что их нет

# Связь понятия «уравнение» с понятием «тождество»

- Уравнение называется тождеством, если любое число является его решением (отражен первый подход к определению тождества)
- Уравнение вида  $f(x) = g(x)$  называется тождеством, если множество решений этого уравнения совпадает с областью определения данного уравнения (отражен второй подход к определению тождества)

# Основные тенденции в изучении уравнений

- Более раннее систематическое изучение уравнений (начиная с начальной школы);
- Расширение объема и сложности решаемых уравнений младшими школьниками;
- Вариативность последовательности изучения отдельных вопросов линии.

## Два основных процесса, сопровождающих обучение

- Постепенное возрастание классов уравнений и неравенств, приемов их решения, преобразований. Применяемых при решении.
- Установление разнообразных связей между различными классами уравнений, выявление все более общих классов, закрепление все более общих приемов преобразований, упрощение описания и обоснования решения.



# Смысл выделения основных классов уравнений и неравенств

- За счет стандартизации формы задания «общего вида» уравнения можно записывать ответы формулой или привести простое описание действий, приводящих к решению
- Изучение каждого из классов имеет определенную нагрузку в формировании понятия «решение уравнений», постепенно обогащает алгоритмический и эвристический опыт учащихся.

# Общая идея решения любого уравнения, не являющегося простейшим уравнением какого-либо типа

Решение любого уравнения осуществляется  
в два этапа:

- Преобразование данного уравнения (неравенства) к простейшему виду – **эвристический этап**;
- Решение простейшего уравнения (неравенства) по известным формулам, алгоритмам или правилам – **алгоритмический этап**.

# **Основное направление процесса формирования обобщенных приемов решения уравнений и неравенств**

- Организация имеющихся у учащихся знаний и опыта в единую целостную систему, позволяющую распознавать возможности сведения более сложных уравнений к простейшим известным типов.

## **Задания на формирование умения определять способ решения уравнения**

- Для группы уравнений указать возможный способ решения (сами решения не приводить);
- После предварительного анализа внешнего вида уравнения и способа решения решить уравнение

# Основные приемы преобразования уравнений

- Раскрытие скобок;
- Перенос слагаемых;
- Приведение подобных слагаемых;
- Умножение обеих частей уравнения на выражение или число, отличное от нуля;
- Возведение в степень

# Основные методы решения уравнений

- Разложение на множители;
- Замена переменных;
- Сведение к системе уравнений и неравенств;
- Функциональный;
- Графический.

С точки зрения деятельностного подхода к обучению именно формированию обобщенных приемов решения уравнений и следует обратить внимание.

# Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

5-6 класс

- Обобщенный прием решения **уравнений первой степени** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **уравнений с модулем**



# Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

7-9 класс

- Обобщенный прием решения **неравенств первой степени** с одной переменной и их систем.
- Обобщенный прием решения **уравнений и неравенств второй степени** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **рациональных уравнений** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **дробно-рациональных уравнений** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения

# Основные обобщенные приемы решения уравнений и неравенств, формируемые в школьном курсе математики

*10-11 класс*

- Обобщенный прием решения **иррациональных неравенств** с одной переменной.
- Обобщенный прием решения **показательных уравнений и неравенств.**
- Обобщенный прием решения **логарифмических уравнений и неравенств.**
- Обобщенный прием решения **тригонометрических уравнений и неравенств.**

# Обобщенный прием решения линейных уравнений (неравенств) с одной переменной

1. Определить, является ли уравнение (неравенство) линейным, т.е. вида  $ax + b = 0$  ( $ax + b > 0$ ),  $a \neq 0$

если **«да»**, то

2. Найти  $x = -b/a$  ( $x > -b/a$ ,  $a > 0$  и  $x < -b/a$ ,  $a < 0$ )
3. Записать ответ.

если **«нет»**, то

2. Установить, какие из следующих тождественных и равносильных преобразований нужно выполнить, чтобы привести уравнение (неравенство) к линейному:

- перенос слагаемых из одной части уравнения в другую,
- приведение подобных слагаемых,
- раскрытие скобок,
- разложение на множители

3. Привести с помощью выбранных преобразований уравнение (неравенство) к линейному

4. Найти  $x = -b/a$  ( $x > -b/a$ ,  $a > 0$  и  $x < -b/a$ ,  $a < 0$ ).

## Этапы процесса обобщения приемов решения уравнений

1. решение простейших уравнений данного вида;
2. анализ действий, необходимых для их решения;
3. вывод алгоритма (правила, формулы) решения и запоминание его;
4. решение несложных уравнений данного вида, не являющихся простейшими;
5. анализ действий, необходимых для их решения;
6. формулировка частного приема решения.

## Этапы процесса обобщения приемов решения уравнений

7. применение полученного частного приема по образцу, в сходных ситуациях, в легко осознаваемых вариациях образца;
8. работа по описанным этапам для следующих видов уравнений согласно программе;
9. сравнение получаемых частных приемов, выделение общих действий в их составе и формулировка обобщенного приема решения;
10. применение обобщенного приема в различных ситуациях, перенос и создание на его основе новых частных приемов для других видов уравнений

# Метод «уравнений и неравенств» в обучении математике

Метод уравнений и неравенств является главным

средством для овладения учащимися основами

математического моделирования, т.к.

- В нем наиболее ярко и выпукло отражаются все характерные черты процесса математического моделирования;
- Уравнения, неравенства и их конструкции являются моделями очень многих явлений.

# Цель изучения метода «уравнений и неравенств»

- формирование у учащихся умений математизации реальных ситуаций,
- установление внутрипредметных и межпредметных связей,
- формирование системности знаний



# Суть метода «уравнений и неравенств»

- Установление основных связей и зависимостей, характеризующих явление или процесс (т.е. построение словесной модели явления или процесса).
- Перевод словесной модели на язык математики, при котором выявленные связи и зависимости записываются в виде уравнений, неравенств или их конструкций (т.е. построение математической модели).
- Решение поставленной задачи в рамках математической модели: решение уравнений, неравенств или их конструкций.
- Перевод решения на язык, на котором была сформулирована задача (т.е. установления

# Две стороны любого метода

- **Объективная** – связанная с системой знаний, без которой метода не существует.
- **Субъективная** – связанная с системой действий, реализация которой ведет к достижению результата, и средствами осуществления этих действий.

# Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Знания об уравнениях, неравенствах и их конструкциях, а именно :
  - понятия уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств, корня уравнения, решения неравенства, равносильных уравнений или неравенств;
  - свойства числовых равенств и неравенств;
  - виды уравнений и неравенств и способы их решения;

## Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Знание зависимостей между основными величинами, Свойств геометрических фигур и других объектов, изучаемых в школьном курсе математики.
- Умения, связанные с решением уравнений и неравенств, а именно:
  - получение уравнений или неравенств, равносильных данному;
  - выбор рационального способа решения;

## Объективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Умение составлять уравнения или неравенства в соответствии с свойствами объектов или зависимостями между величинами;
- Умение интерпретировать результаты решения уравнений или неравенств в соответствии с условиями задачи

## Субъективная сторона метода «уравнений и неравенств»

- Выбор и обозначение одной или нескольких неизвестных величин;
- Выражение через выбранные величины других неизвестных величин с учетом связей и зависимостей, зафиксированных в словесной модели;
- Составление решающей модели (уравнения, неравенства или их конструкций);
- Решение составленной модели;
- Исследование полученного результата.

# Методические задачи, связанные с овладением учащимися методом «уравнений и неравенств»

- Обеспечить понимание учащимися сути метода и овладение ими действиями по применению метода;
- Обучить применению метода для решения различных видов задач (сюжетных, геометрических, прикладных).

# Этапы процесса формирования метода «уравнений и неравенств»

1. Мотивационный этап (принятия учебной задачи)
2. Этап усвоения сути метода
3. Этап формирования компонентов метода
4. Этап обучения применению метода к типовым задачам (тип модели определен однозначно)
5. Этап обучения применению метода для решения широкого круга задач (формирование умения рационального выбора вида решающей модели)



# Типы задач школьного курса математики, решаемые методом «уравнений и неравенств»

Формирование умений решать задачи методом

«уравнений и неравенств» осуществляется главным

образом при решении сюжетных задач, среди которых

по признаку «тип решающей модели» выделяют

- Задачи на составление уравнения;
- Задачи на составление неравенств;
- Задачи на составление систем уравнений;
- Задачи на составление систем неравенств;

# Мировоззренческое значение метода «уравнений и неравенств»

- **Возможность установления межпредметных связей:**

при решении прикладных физических, экономических и т.п. задач

- выбор решающей модели связан с предварительным установлением и использованием физических, экономических и т.п. свойств объектов и явлений,
- появляется возможность показать проникновение математического знания в другие науки

- **Возможность установления внутрипредметных связей:** через выделения

Благодарю за  
внимание!