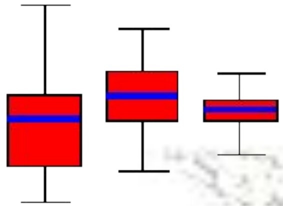
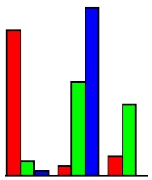
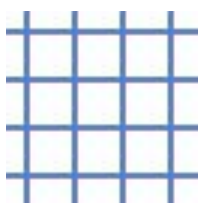
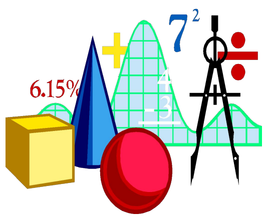




Лог-линейный анализ

Стат. методы в психологии (Радчикова Н.П.)





Цели

- Что делать, если таблица сопряженности не двухмерная, а трехмерная или еще хуже?


Применять
лог-линейный
анализ!

МОДЕЛИ

Математики любят модели.

Каждая модель соответствует определенной гипотезе о переменных, входящих в таблицу сопряженности.

МОДЕЛИ

Идея состоит в том, чтобы взять модель и проверить, совпадают ли эмпирические данные с предсказанными моделью результатами.

Та модель , где совпадение наибольшее, признается лучшей, т.е. наиболее адекватно описывающей полученные данные.

МОДЕЛИ

!

В модели лог-линейного анализа переменные

НЕ ДЕЛЯТСЯ

на независимые и зависимые переменные

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим сначала лог-линейную модель для двухмерной таблицы сопряженности с *r* строками и *c* столбцами

Наблюдаемое значение =

= ожидаемое значение + ошибка

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

- **Наблюдаемое значение – это эмпирическая частота n_{ij} в каждой клетке таблицы**
- **Ожидаемое значение – это теоретическая частота F_{ij}**

Поэтому можно написать:

$$\boxed{n_{ij} = F_{ij} + \text{ошибка}}$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

- **Наблюдаемое значение – это эмпирическая частота n_{ij} в каждой клетке таблицы**
- **Ожидаемое значение – это теоретическая частота F_{ij}**

Поэтому можно написать:

$$\boxed{n_{ij} = F_{ij} + \text{ошибка}}$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Предположив, что наблюдения независимы, получаем:

$$F_{ij} = N\, p_{i.}\, p_{.j} = N \frac{F_{i.}}{N} \frac{F_{.j}}{N} = \frac{F_{i.} F_{.j}}{N}$$

$p_{i.}$ – это вероятность попасть в категорию i переменной 1,

$p_{.j}$ – это вероятность попасть в категорию j переменной 2.

Помните, как мы определяли теоретическую частоту?

Для выделенной ячейки:

Подставив все это в формулу

$$F_{ij} = N p_{i.} p_{.j} = N \frac{F_{i.}}{N} \frac{F_{.j}}{N} = \frac{F_{i.} F_{.j}}{N}$$

получим теоретическую частоту для выделенной клетки:

$$\mathbf{F_{ij}=(200/550)*(350/550)*550=127,3.}$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Возьмем натуральный логарифм и получим:

$$\ln F_{ij} = \ln F_{i.} + \ln F_{.j} - \ln N$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

А это выражение можно представить в виде:

$$\ln F_{ij} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)}$$

где

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} \ln F_{ij}}{rc},$$

$$u_{1(i)} = \frac{\sum_{j=1}^{c} \ln F_{ij}}{c} - u$$

$$u_{2(j)} = \frac{\sum_{i=1}^{r} \ln F_{ij}}{r} - u$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

- **говорят, что *u* представляет собой «общий средний эффект»**
- **$u_{1(i)}$ - «главный эффект» уровня i переменной , расположенной по строкам**
- **$u_{2(j)}$ - «главный эффект» уровня j переменной , расположенной по столбцам**

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Значения, представленные как главные эффекты в этой модели, просто отражают разницу между маргинальными частотами по строкам или столбцам и мало нас интересуют

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Лог-линейная модель может быть проверена посредством оценки параметров (т.е. теоретических частот) и сравнением этих оценок с наблюдаемыми (эмпирическими) частотами. Это можно сделать с помощью известной нам процедуры $\chi 2$ Пирсона

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Если модель с независимыми переменными плохо подходит для оценки исходной таблицы (т.е. χ2 получился значимый), то в модель следует ввести дополнительной слагаемое, которое будет представлять собой связь между переменными

$$\ln F_{ij} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + \mathbf{u_{12(ij)}}$$

ДВУХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

$$\ln F_{ij} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{12(ij)}$$

Эта модель всегда полностью описывает таблицу сопряженности размером 2*2.

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

$$\ln F_{ij}=u+u_1+u_2+u_3+u_{12}+u_{13}+u_{23}+u_{123}$$

u – общий «средний» эффект

u_1 – главный эффект переменной 1

u_2 – главный эффект переменной 2

u_3 – главный эффект переменной 3

u_{12} – взаимодействие между переменными 1 и 2

u_{13} – взаимодействие между переменными 1 и 3

u_{23} – взаимодействие между переменными 3 и 2

u_{123} – взаимодействие между тремя переменными (взаимодействие второго порядка)

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

ЦЕЛЬ:

найти модель с минимальным количеством параметров, которая бы адекватно предсказывала эмпирические частоты

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Следует помнить, что данная модель – иерархическая.

Это значит, что если в модель включены эффекты более высоких порядков, то автоматически включаются и эффекты более низких порядков.

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Например, если слагаемое u$_{123}$ включено, то будут включены и слагаемые u_1, u_2, u_3, u_{12}, u_{13} **и** u_{23} **.**

Например, модель

$$\cancel{\ln F_{ij}=u+u_2+u_3+u_{123}}$$

недопустима.

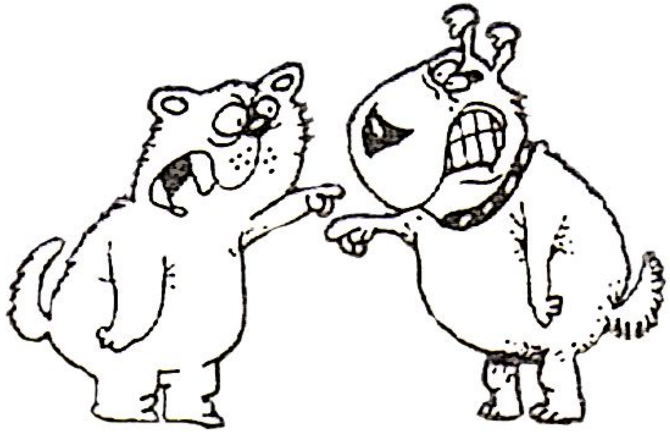
ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ

Каждая модель, которую можно придумать для трехмерной таблицы сопряженности, соответствует определенной гипотезе о переменных, входящих в таблицу.

Рассмотрим каждую модель подробнее.

Любимый пример

Усложним любимый пример: пусть теперь мы хотим проверить, правда ли, что мужчины больше любят собак, а женщины – кошек, и не зависит ли это отношение от возраста



Модель (1)

(1) $\ln F_{ij} = u$

Все частоты в таблице одинаковы

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	40	40
Взрослый	40	40

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	40	40
Взрослый	40	40

Модель (2) [1]

(2) $\ln F_{ij}=u+u_1$

Маргинальные частоты для переменных 2 и 3 равны

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	20	20
Взрослый	10	10

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	20	20
Взрослый	10	10

Модель (3) [1] [2]

(3) $\ln F_{ij}=u+u_1+u_2$

Маргинальные частоты для переменной 3 равны

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	10	10
Взрослый	30	10

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	10	10
Взрослый	30	10

Эти модели являются неинтересными, так как не позволяют эмпирическим частотам отражать эмпирическую разницу в маргинальных частотах каждой переменной. Фактически они сводятся к двухмерному случаю.

И, видимо, могут быть проинтерпретированы как случай, когда все три переменные независимы.

Модель (4) [1] [2] [3]

(4) $\ln F_{ij} = u + u_1 + u_2 + u_3$

Все переменные независимы (?)

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	20	20
Взрослый	40	20

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	10	10
Взрослый	30	10

Модель (5) [12] [3]

(5) $\ln F_{ij}=u+u_1+u_2+u_3+u_{12}$

Переменные 1 и 2 зависимы и обе независимы от переменной 3.

Модель (5) [12] [3]

Все дети любят кошек, а взрослые – собак. Переменные «возраст» и «домашнее животное» связаны, и обе они не зависят от пола.

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	5	40
Взрослый	40	5

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	5	40
Взрослый	40	5

Модель (6) [12] [13]

(6) $\ln F_{ij} = u + u_1 + u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13}$

Переменные 2 и 3 независимы на каждом уровне переменной 1, но каждая зависит от переменной 1.

Модель (6) [12] [13]

Возраст и предпочтение домашнего животного связаны с полом, но возраст и предпочтение домашнего животного не связаны.

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	40	20
Взрослый	80	40

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	40	80
Взрослый	10	20

Модель (7) [12] [13] [23]

$$(7)\ \ln F_{ij} = u + u_1 + u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13} + u_{23}$$

Каждая пара переменных связана, но направление связи одинаково для каждого уровня третьей переменной.

Модель (7) [12] [13] [23]

Женщины любят собак, а мужчины кошек.
Дети любят кошек, а взрослые собак.
Женщины взрослые, а мужчины – дети.

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	20	80
Взрослый	20	20

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	20	20
Взрослый	80	20

Модель (8) [123]

$$(8)\ \ln F_{ij}=u+u_1+u_2+u_3+u_{12}+u_{13}+u_{23}+u_{123}$$

Взаимодействие второго порядка.
Все переменные связаны.

Модель (8) [123]

Маленькие мальчики любят кошек, а взрослые мужчины – собак. Маленькие девочки любят собак, а взрослые женщины – кошек.

	мужчины	
	собака	кошка
Ребенок	5	40
Взрослый	40	5

	женщины	
	собака	кошка
Ребенок	40	5
Взрослый	5	40

Больше для трехмерного случая никаких моделей придумать нельзя.

Лог-линейные модели можно подбирать для четырех и более переменных аналогичным образом

- **Главная идея метода:** **Подбираем последовательно модели от самых простых до самых сложных и проверяем, насколько предсказанные моделью частоты совпадают с эмпирическими частотами.**
- **Если совпадают, процесс подбора модели закончен.**
- **Поэтому удачной будет та модель, для которой хи-квадрат незначимый!**

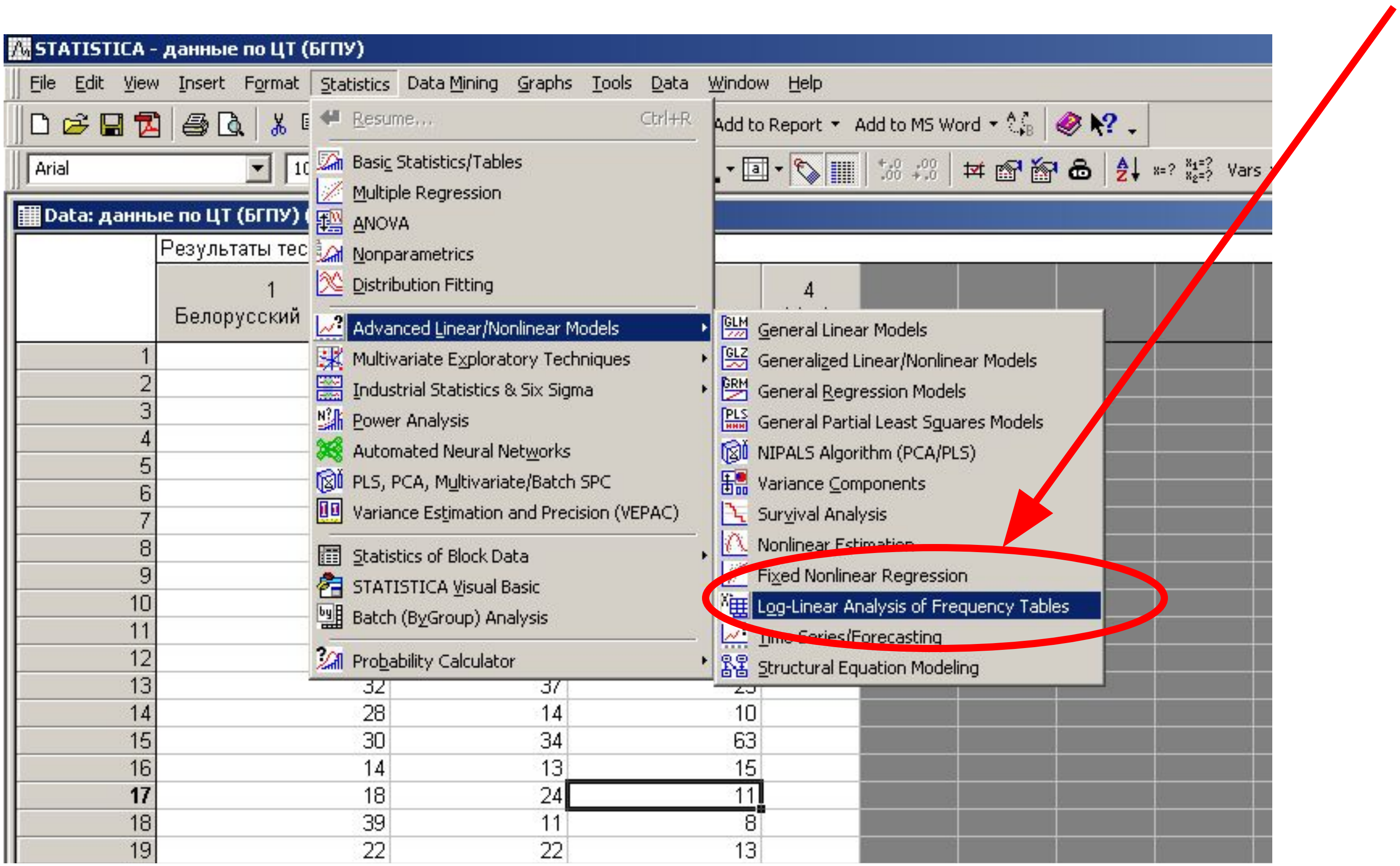
Эти ценные сведения о лог-линейном анализе можно почерпнуть в

Everitt B.S.
Making Sense of Statistics in Psychology. –
Oxford University Press, 1996. – 350 p.

(перевод – в папке «Дополнительная литература»)

А нам теперь интересно, как найти подходящую модель, если у нас есть только данные.

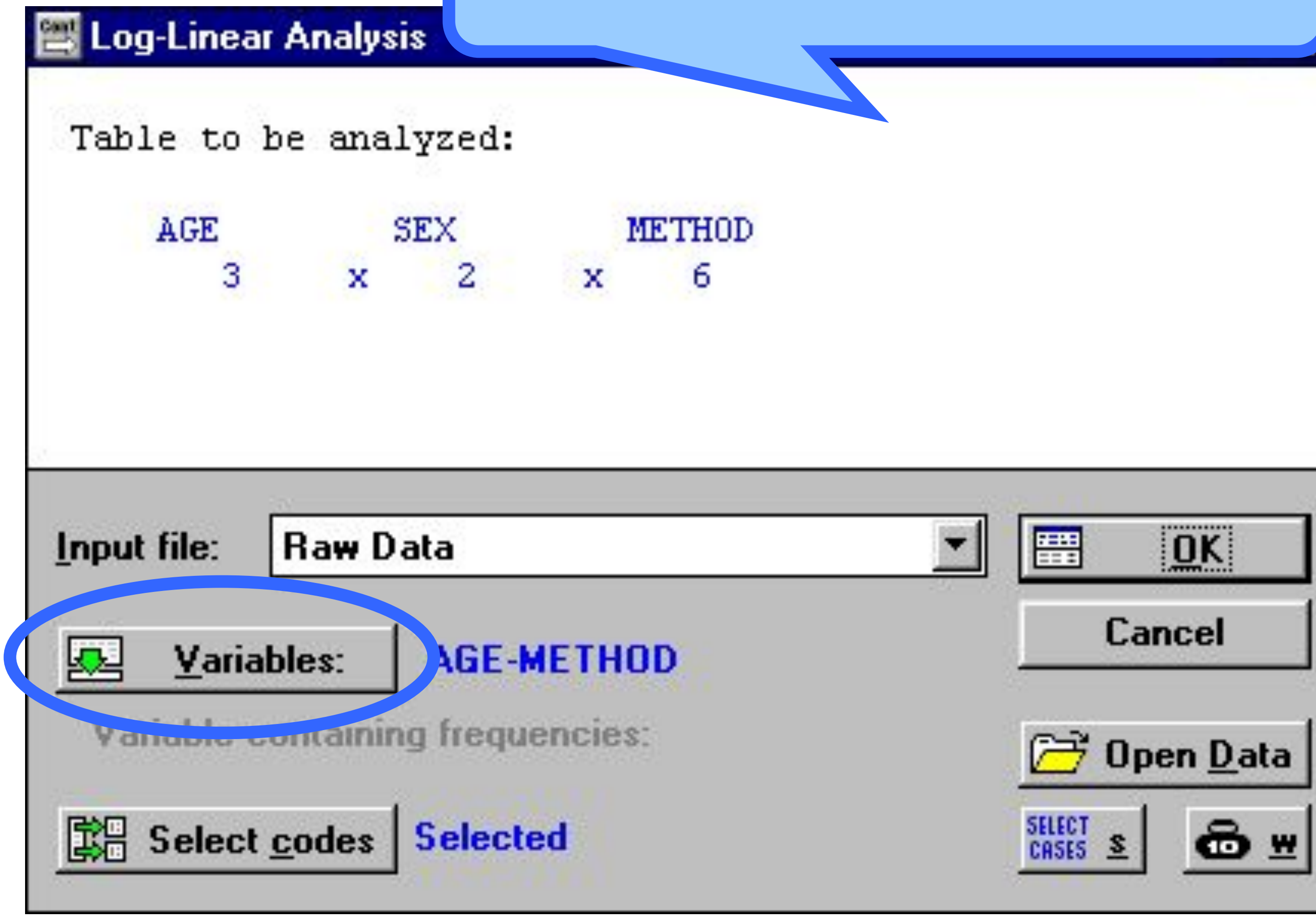
Это можно сделать в программе STATISTICA, в специальном модуле Statistics - Advanced Linear/Nonlinear Models -Log-Linear Analysis of Frequency Tables



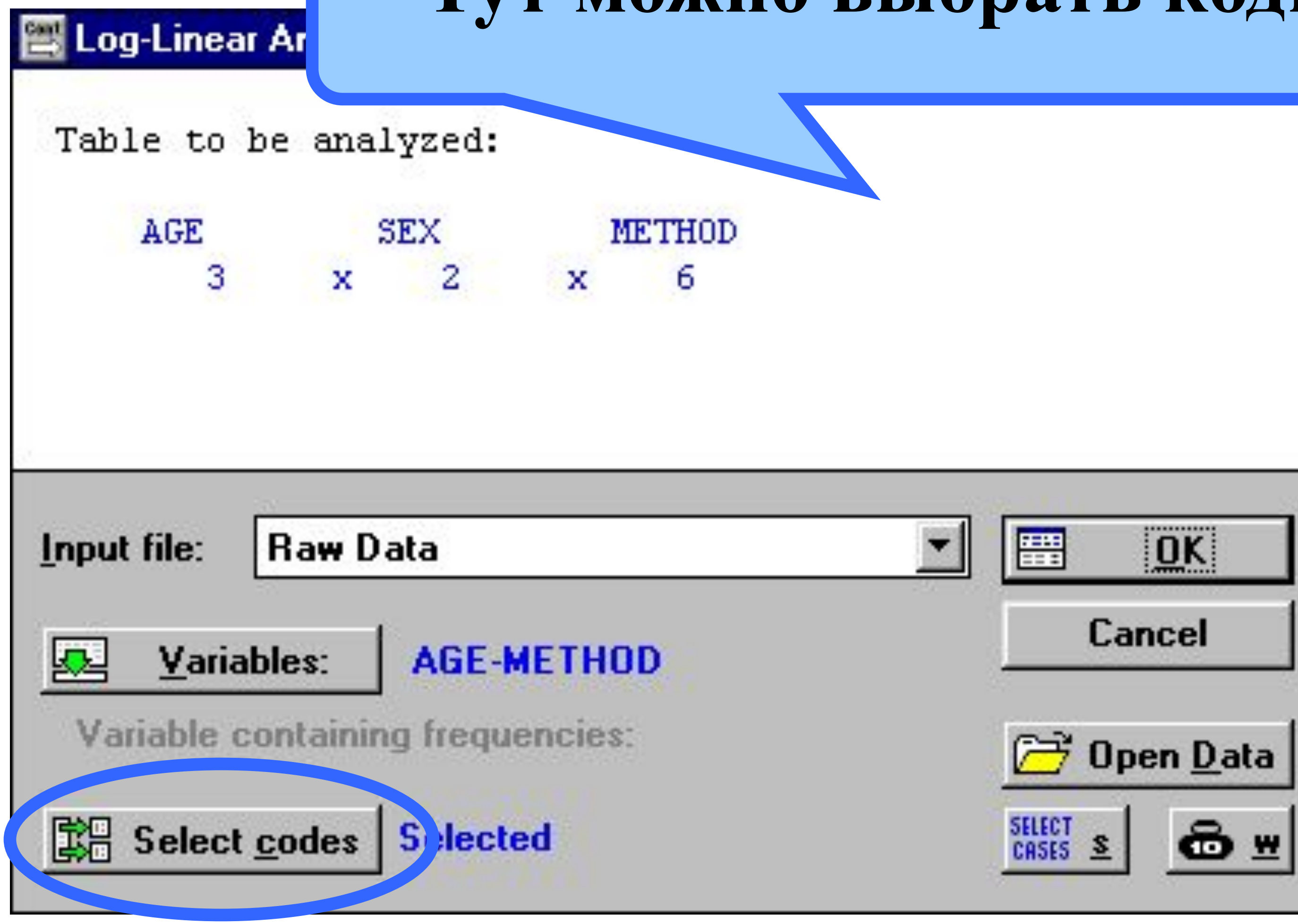
Стандартное обозначение модели	Обозначение в программе STATISTICA
[1]	1
[1][2]	1 2
[1][2][3]	1 2 3
[12][3]	12
[12][13]	12 13
[12][13][23]	12 13 23
[123]	123

Иногда в программе STATISTICA вместо пробела используется запятая

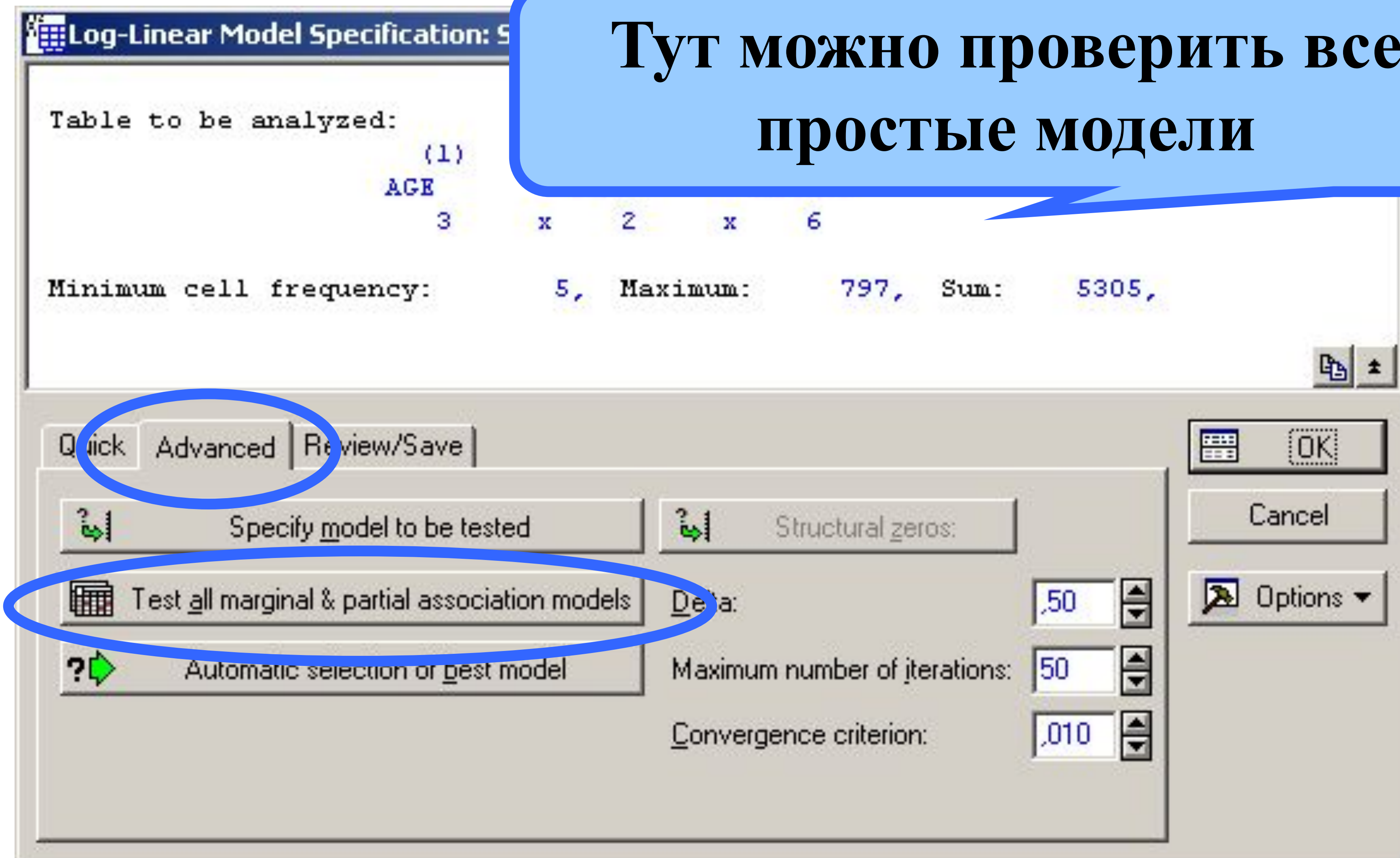
Выбор переменных



Тут можно выбрать коды



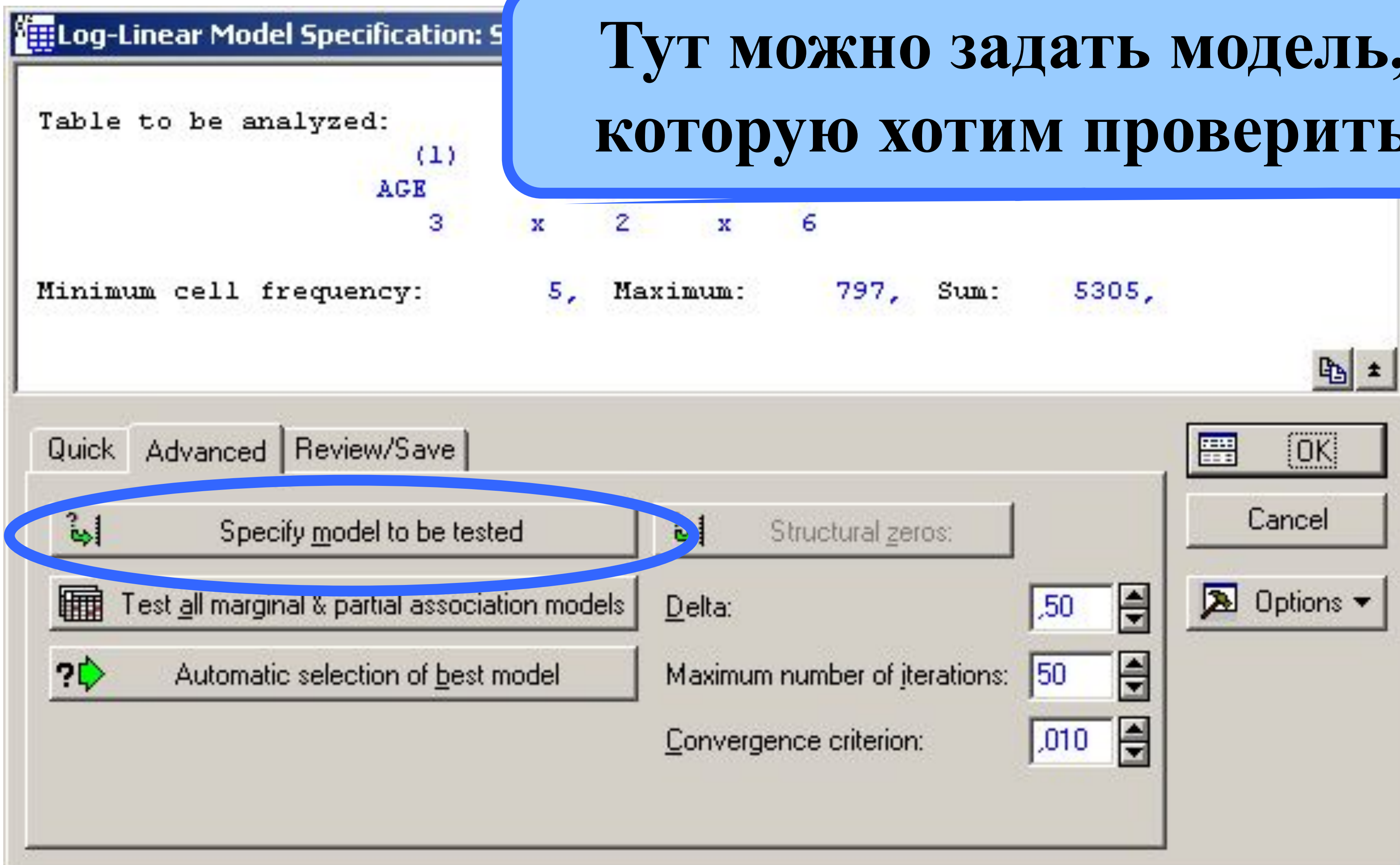
Окно выбора модели



Тут можно проверить все простые модели

Окно выбора модели

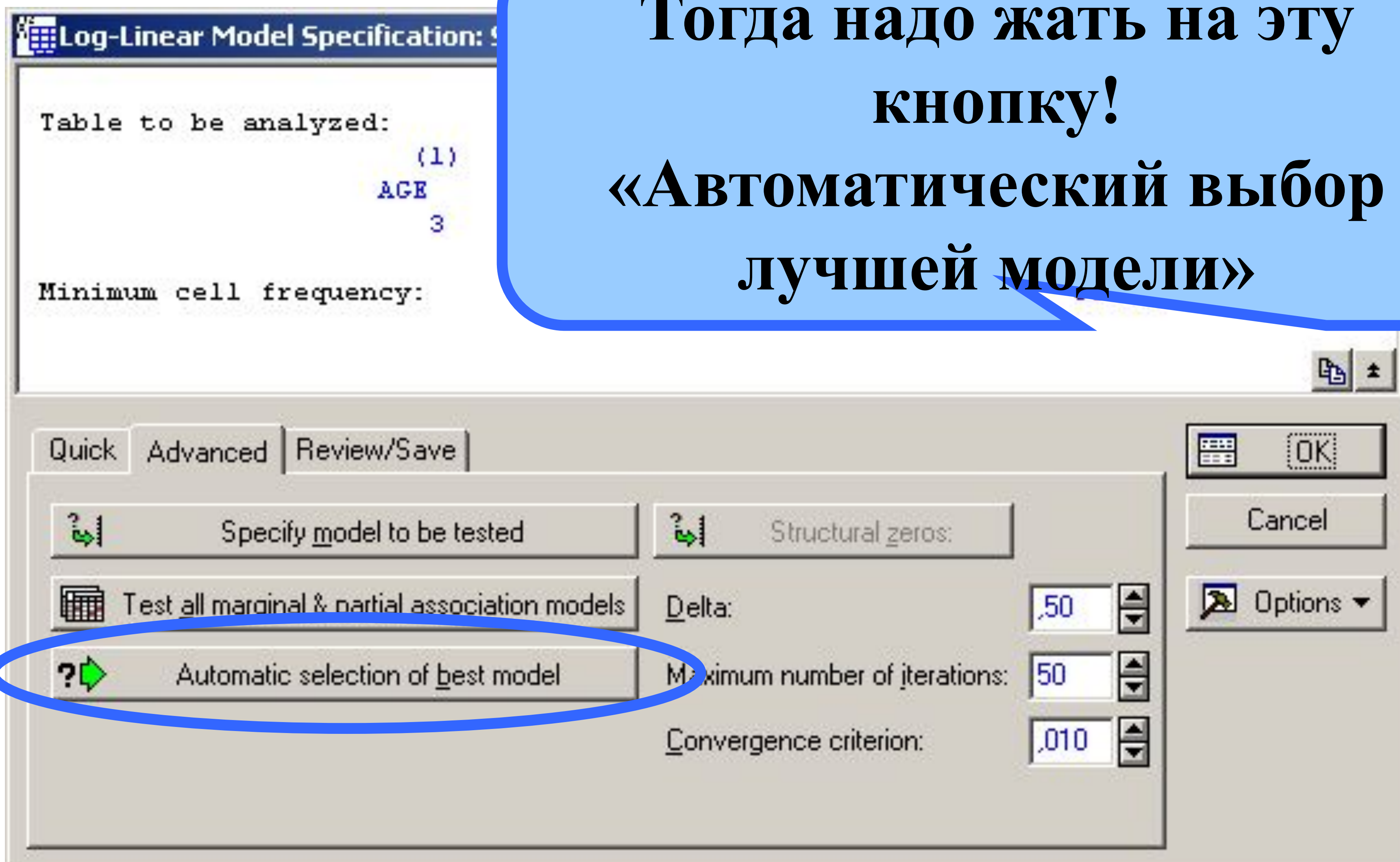
Тут можно задать модель, которую хотим проверить



Какой ужас!
А если я забыл, как обозначаются модели?!!
Или совсем не помню, какие модели бывают?!!

Окно выбора модели

Тогда надо жать на эту кнопку!
«Автоматический выбор лучшей модели»



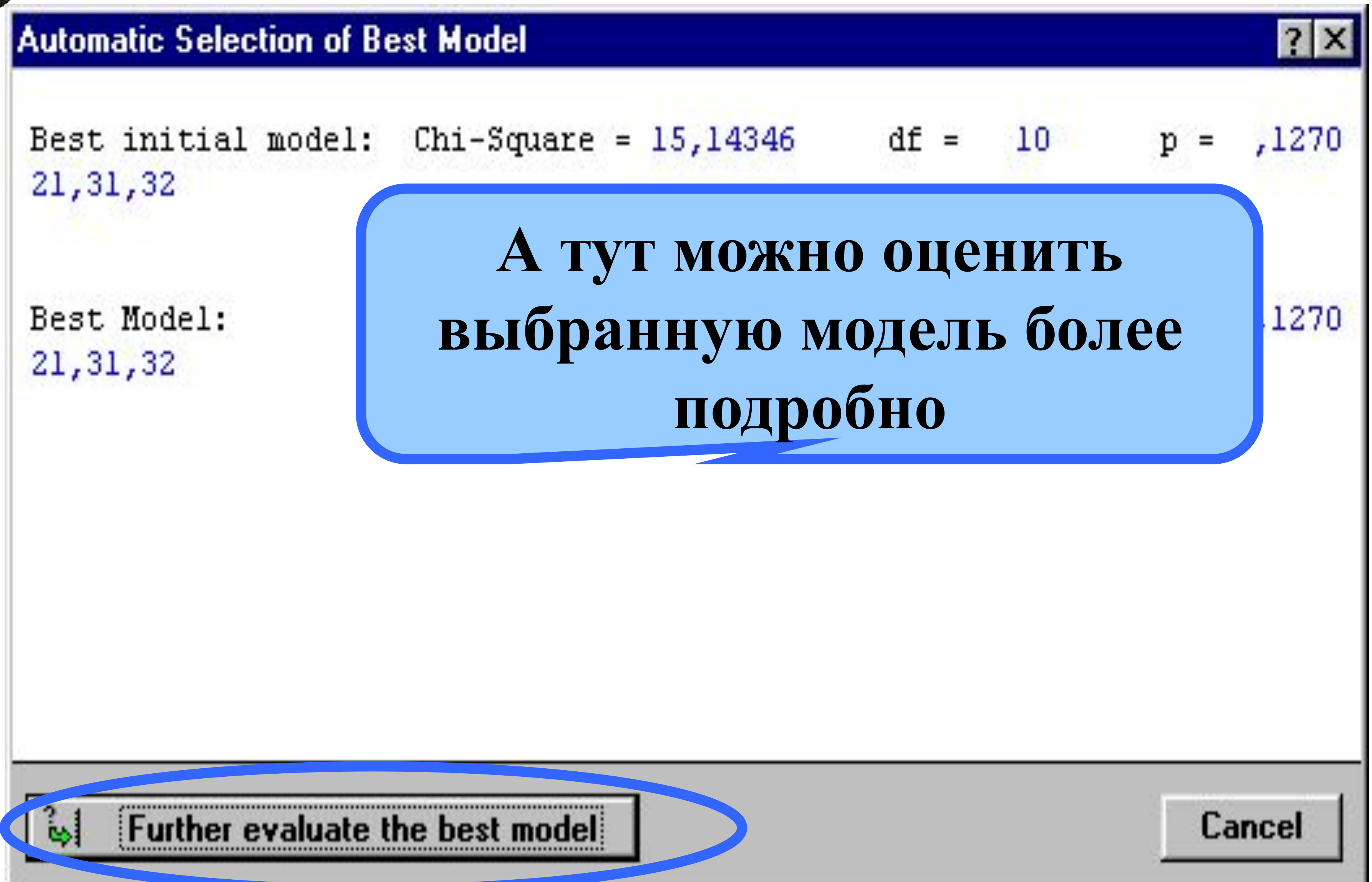
Automatic Selection of Best Model

```
Best initial model:   Chi-Square = 15,14346     df =   10       p =   ,1270
21,31,32

Best Model:           Chi-Square = 15,14339     df =   10       p =   ,1270
21,31,32
```

Further evalua

Осталось только проинтерпретировать!



А тут можно оценить выбранную модель более подробно

Ура!
Я могу посчитать лог-линейный анализ!