ЛОГАРИФМ

Основные понятия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Логарифм числа a по основанию b определяется как показатель степени, в которую надо возвести число b, чтобы получить число a. Обозначение: $\log_b a$. Из определения следует, что записи $\log_b a = x$ и $b^x = a$ эквивалентны.
- Где b не = 1, a>0, b > 0
- Пример: $\log_2 8 = 3$, потому что $2^3 = 8$.

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ ЛОГАРИФМ

Логарифм вещественного числа $\log_b a$ имеет смысл при .

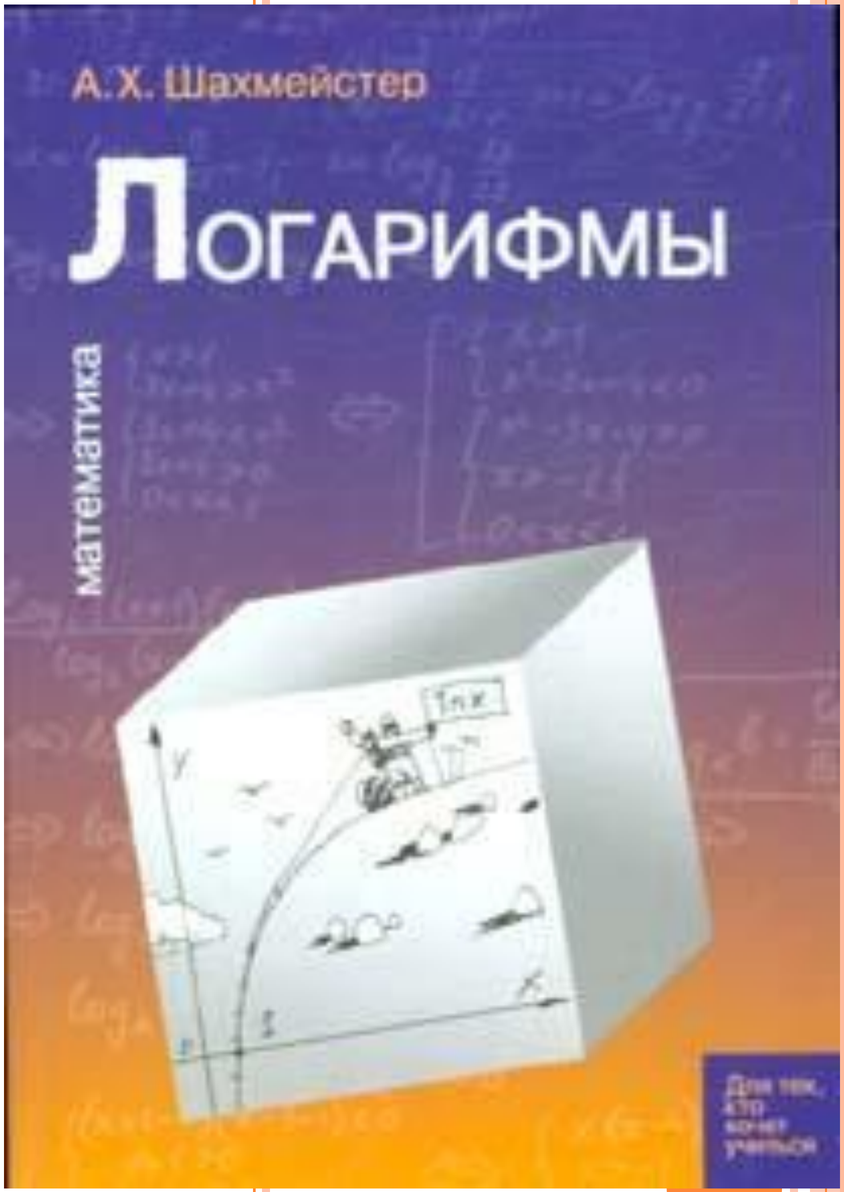
Наиболее широкое применение нашли следующие виды логарифмов:

Десятичные: основание: число 10.

Натуральные: основание: e (число Эйлера).

Двоичные: основание: число 2. Они применяются в теории информации и информатике.

Если рассматривать логарифмируемое число как переменную, мы получим *логарифмическую функцию*, например: . Эта функция определена в правой части числовой прямой: $x > 0$, непрерывна и дифференцируема



$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad (b > 0, a > 0, a \neq 1).$

$a^{\log_a b} = b$ - основноелогарифмичское тождество

Если $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0,$ то

1. $\log_a 1 = 0;$

2. $\log_a a = 1;$

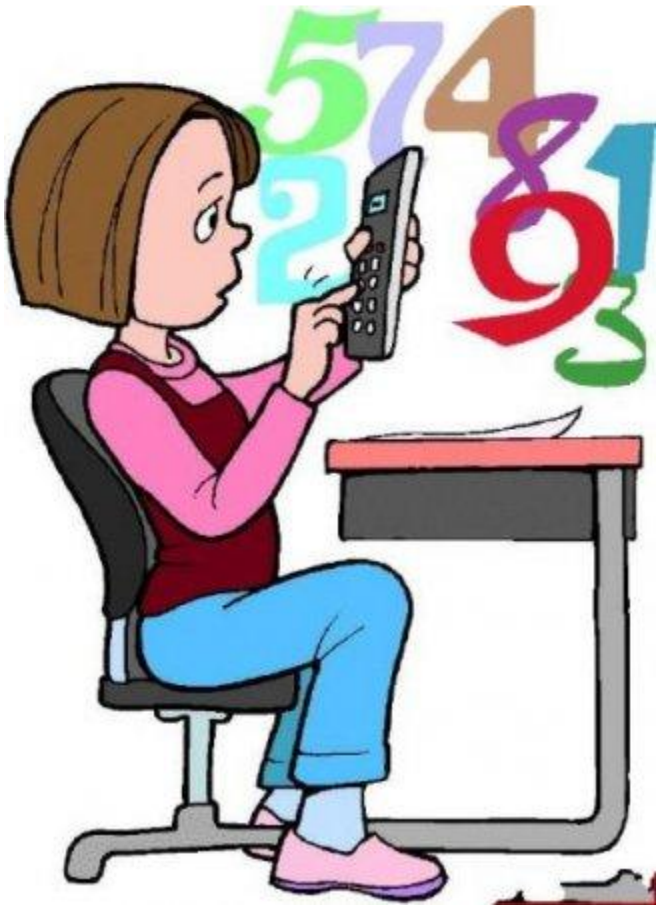
3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y;$

4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;$

5. $\log_a x^p = p \log_a x \ (p \in R).$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (b > 0, b \neq 1)$ – формула перехода к новому основанию

НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ

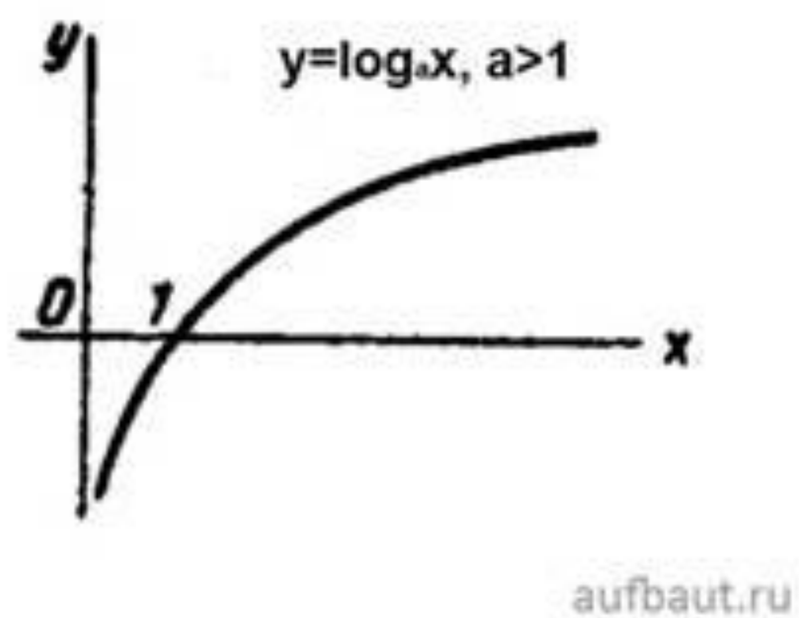


- Для производной натурального логарифма справедлива простая формула
- По этой причине в математических исследованиях преимущественно используют именно натуральные логарифмы. Они нередко появляются при решении дифференциальных уравнений, исследовании статистических зависимостей (например, распределения простых чисел) и т. п.

Десятичные логарифмы

Логарифмы по основанию 10 (обозначение: lg a) до изобретения калькуляторов широко применялись для вычислений. Неравномерная шкала десятичных логарифмов обычно наносится и на логарифмические линейки. Подобная шкала широко используется в различных областях науки, например:

- Физика — интенсивность звука (децибелы).
- Астрономия — шкала яркости звёзд.
- Химия — активность водородных ионов (pH).
- Сейсмология — шкала Рихтера.
- Теория музыки — нотная шкала.



СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1) $\log_b b = 1$, так как $b^1 = b$.

2) $\log_b 1 = 0$, так как $b^0 = 1$.

3) log a = a

b b

основное тригонометрическое тождество

Логарифм

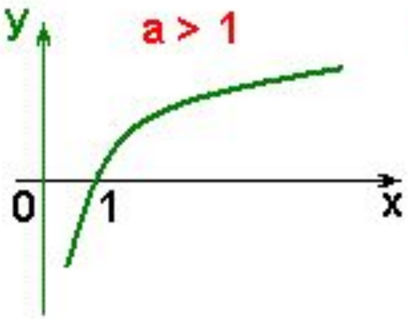
$\log_a x = b$, если $a^b = x$

$\log_a a^b = b$	$a^{\log_a x} = x$

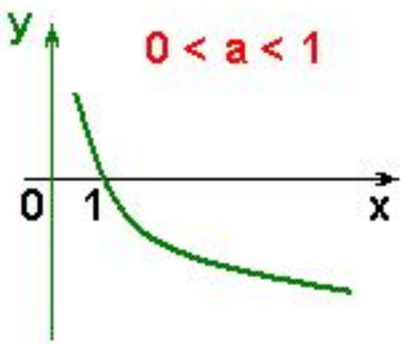
Логарифмическая функция

$y = \log_a x \qquad a > 0,\ a \neq 1$

$a > 1$



$0 < a < 1$



$\lg x = \log_{10} x$	$e^{\ln x} = x$
$\ln x = \log_e x$	$e^{x \ln a} = a^x$
$e = 2{,}71828\ldots$	$\ln e^x = x$

Свойства

1) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

2) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

3) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

4) $\log_a 1 = 0$ 5) $\log_a a = 1$

6) $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$

7) $\log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}$

8) $\log_{\left(\frac{1}{a}\right)^n} a^m = -\frac{m}{n}$

9) $\log_{a^n} \left(\frac{1}{a}\right)^m = -\frac{m}{n}$

10) $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

4) ***Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей:***

$$\log (ab) = \log \ a + \log \ b \, .$$

5) ***Логарифм частного равен разности логарифмов делимого и делителя:***

$$\log (a / b) = \log \ a - \log \ b \, .$$

Свойства логарифмов

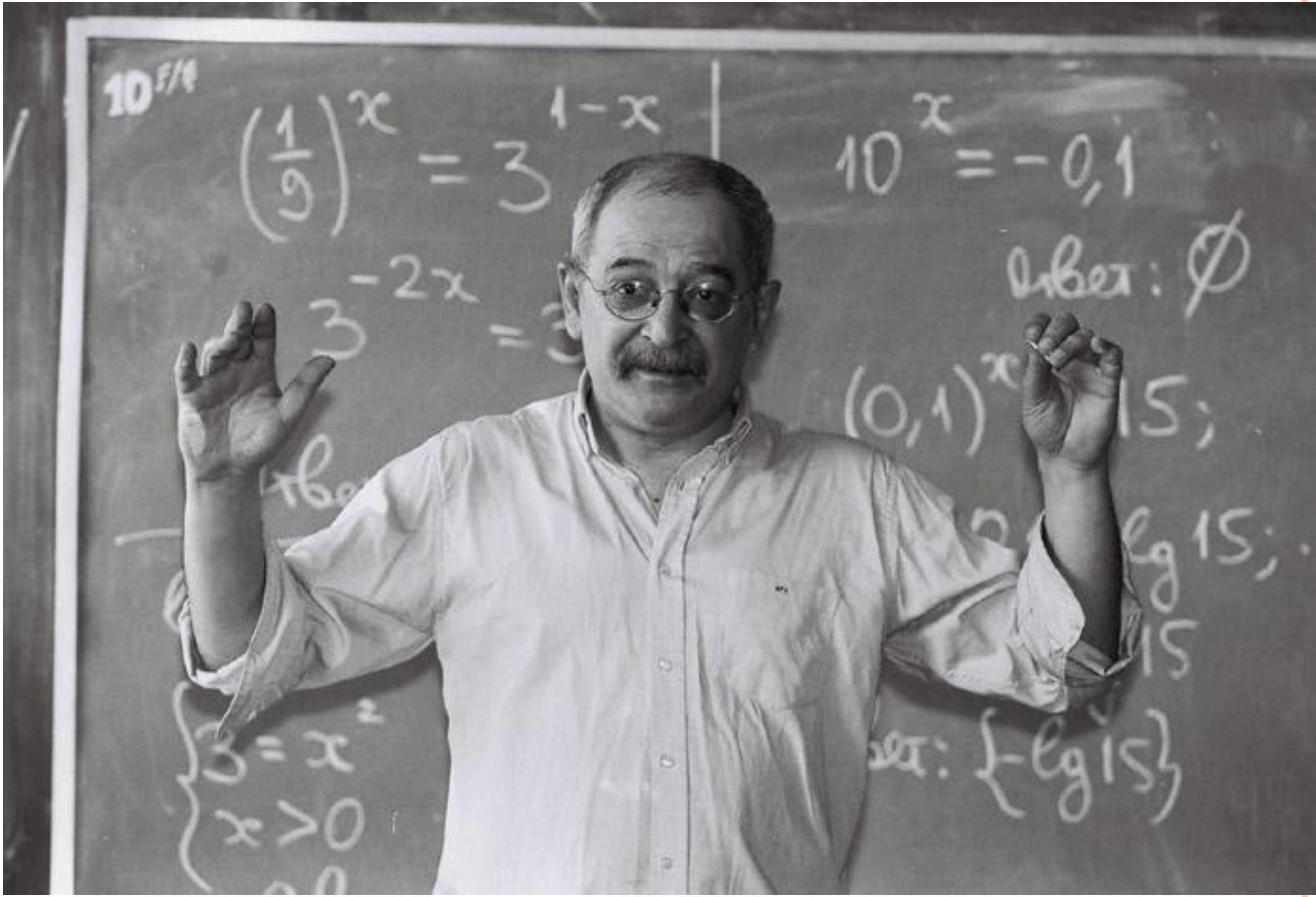
6) *Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм её основания:*

Log $(b^{k}) = k \cdot$ log b .

7) *Логарифм основания в степени равен произведению степени в минус первой степени на логарифм её основания*

Log n b= 1/n log b

a a



$\left(\frac{1}{9}\right)^{x} = 3^{1-x}$
$10^{x} = -0,1$

Презентацию приготовила

Кошелева Настя