



ЛОГАРИФМ

Основные понятия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Логарифм числа a по основанию b определяется как показатель степени, в которую надо возвести число b , чтобы получить число a . Обозначение: $\log_b a$. Из определения следует, что записи $\log_b a = x$ и $b^x = a$ эквивалентны.
- Где $b \neq 1$, $a > 0$, $b > 0$
- Пример: $\log_2 8 = 3$, потому что $2^3 = 8$.



ВЕЩЕСТВЕННЫЙ ЛОГАРИФМ

Логарифм вещественного числа $\log_b a$ имеет смысл при .

Наиболее широкое применение нашли следующие виды логарифмов:

Десятичные: основание: число 10.

Натуральные: основание: e (число Эйлера).

Двоичные: основание: число 2. Они применяются в теории информации и информатике.

Если рассматривать логарифмируемое число как переменную, мы получим *логарифмическую функцию*, например: . Эта функция определена в правой части числовой прямой: $x > 0$, непрерывна и дифференцируема



$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad (b > 0, a > 0, a \neq 1).$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \text{- основное логарифмическое тождество}$$

Если $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$, то

$$1. \log_a 1 = 0;$$

$$2. \log_a a = 1;$$

$$3. \log_a xy = \log_a x + \log_a y;$$

$$4. \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;$$

$$5. \log_a x^p = p \log_a x \quad (p \in \mathbb{R}).$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (b > 0, b \neq 1) \text{ - формула перехода к новому основанию}$$

НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ



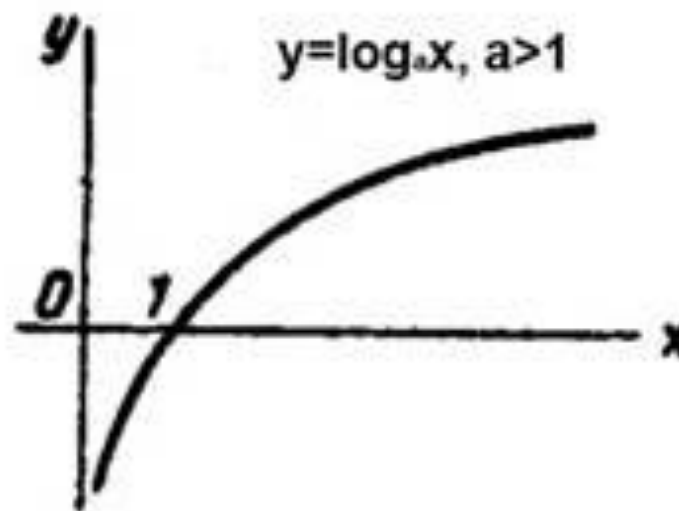
- Для производной натурального логарифма справедлива простая формула
- По этой причине в математических исследованиях преимущественно используют именно натуральные логарифмы. Они нередко появляются при решении дифференциальных уравнений, исследовании статистических зависимостей (например, распределения простых чисел) и т. п.



ДЕСЯТИЧНЫЕ ЛОГАРИФМЫ

Логарифмы по основанию 10 (обозначение: $\lg a$) до изобретения калькуляторов широко применялись для вычислений. Неравномерная шкала десятичных логарифмов обычно наносится и на логарифмические линейки. Подобная шкала широко используется в различных областях науки, например:

- Физика — интенсивность звука (децибелы).
- Астрономия — шкала яркости звёзд.
- Химия — активность водородных ионов (pH).
- Сейсмология — шкала Рихтера.
- Теория музыки — нотная шкала.



aufbaut.ru



СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1) $\log_b b = 1$, так как $b^1 = b$.

2) $\log_b 1 = 0$, так как $b^0 = 1$.

3) $\log_b a = a$

основное тригонометрическое тождество



Логарифм

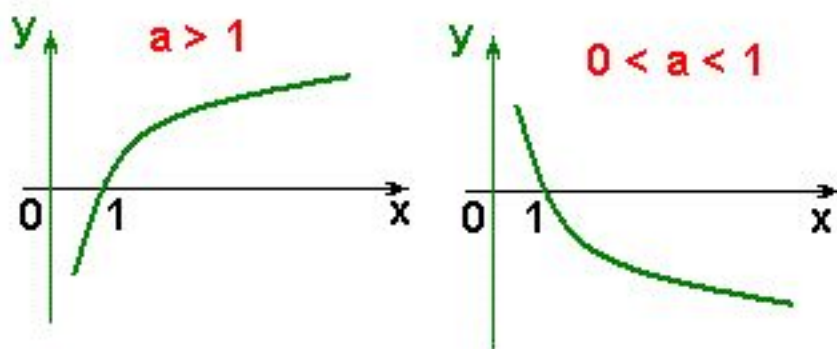
$$\log_a x = b, \text{ если } a^b = x$$

$$\log_a a^b = b$$

$$a^{\log_a x} = x$$

Логарифмическая функция

$$y = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$$



$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$e = 2,71828\dots$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$e^{x \ln a} = a^x$$

$$\ln e^x = x$$

Свойства

$$1) \log_a x y = \log_a x + \log_a y$$

$$2) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$3) \log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

$$4) \log_a 1 = 0$$

$$5) \log_a a = 1$$

$$6) \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$7) \log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}$$

$$8) \log_{\left(\frac{1}{a}\right)^n} a^m = -\frac{m}{n}$$

$$9) \log_{a^n} \left(\frac{1}{a}\right)^m = -\frac{m}{n}$$

$$10) \log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

4) *Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей:*

$$\log (ab) = \log a + \log b .$$

5) *Логарифм частного равен разности логарифмов делимого и делителя:*

$$\log (a / b) = \log a - \log b .$$



СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

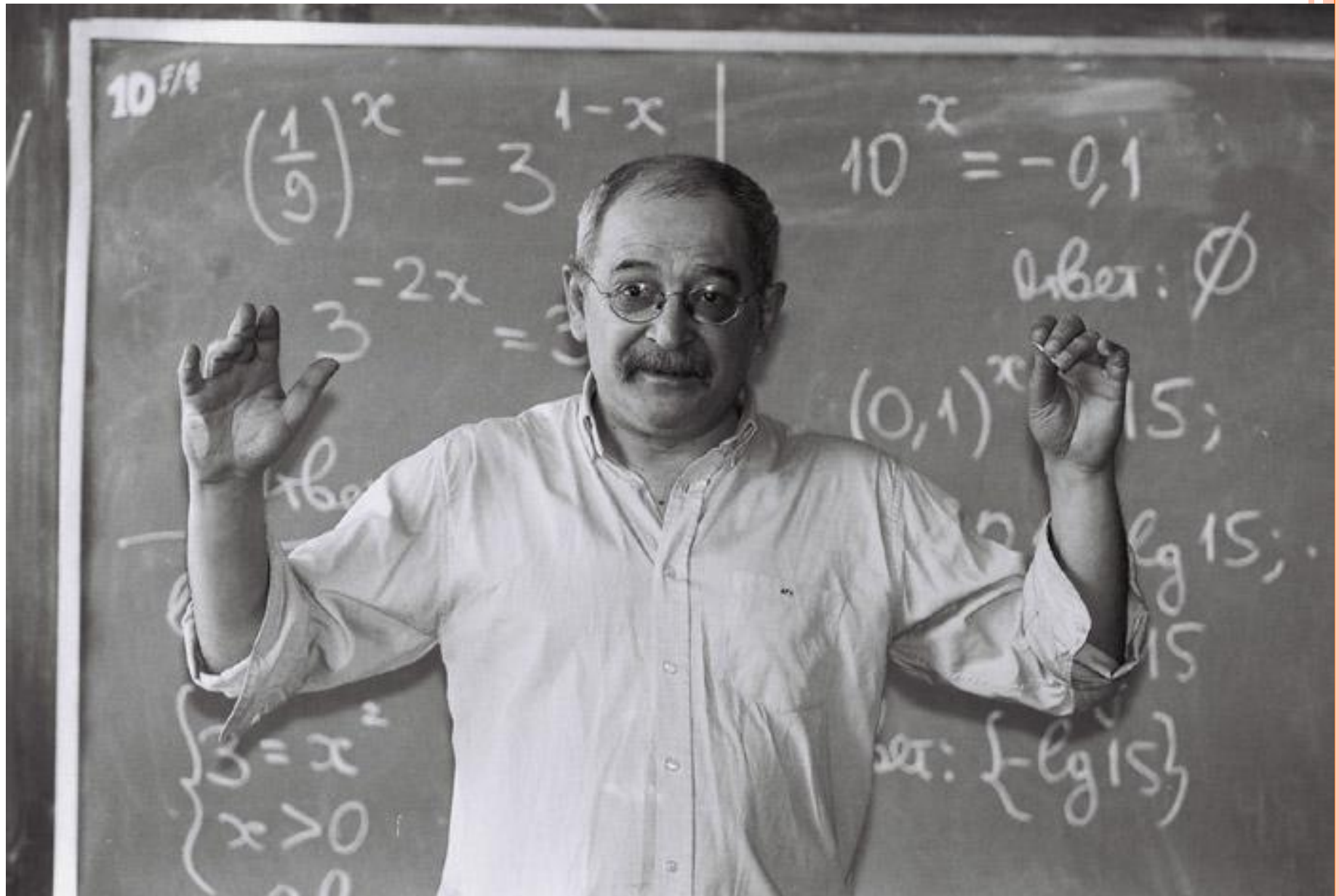
6) *Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм её основания:*

$$\text{Log } (b^k) = k \cdot \log b .$$

7) *Логарифм основания в степени равен произведению степени в минус первой степени на логарифм её основания*

$$\text{Log }_a n = \frac{1}{n} \log_a b$$





$$10^{x/4}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{1-x}$$

$$10^x = -0,1$$

Menge: \emptyset

$$3^{-2x} = 3^x$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^x = 15;$$

$$\lg 15;$$

$$15$$

Menge: $\{\lg 15\}$

$$\begin{cases} 3 = x^2 \\ x > 0 \end{cases}$$



Презентацию подготовила
Кошелева Настя

