

Показательная & логарифмическая

---

функции

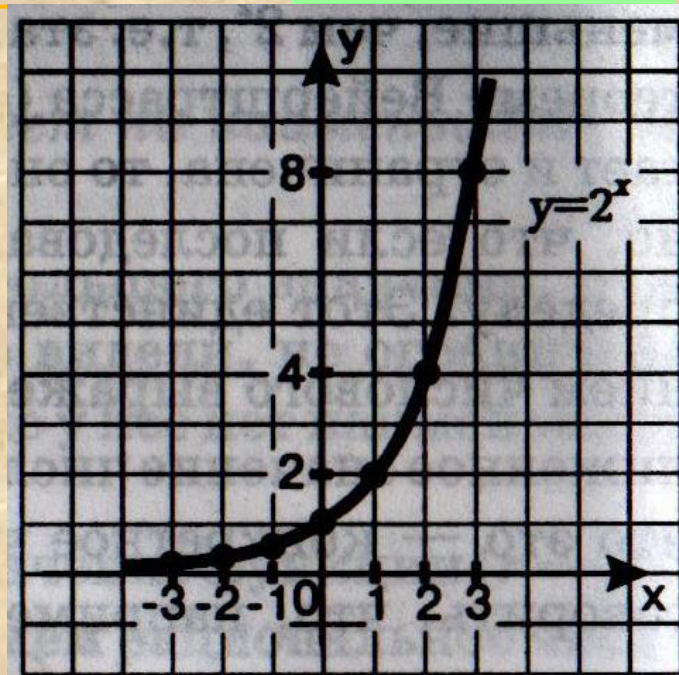
Рассмотрим выражение  $2^x$  и найдём его значения при различных значениях переменных  $x$ .

Например:  $x=2$ ,  $x=5$ .

если  $x=2$ , то  $2^x = 2^2 = 4$ ;

если  $x=5$ , то  $2^x = 2^5 = 32$ ;

Поскольку у функции  $y = 2^x$  аргумент  $x$  содержится в показателе степени, её называют показательной функцией.



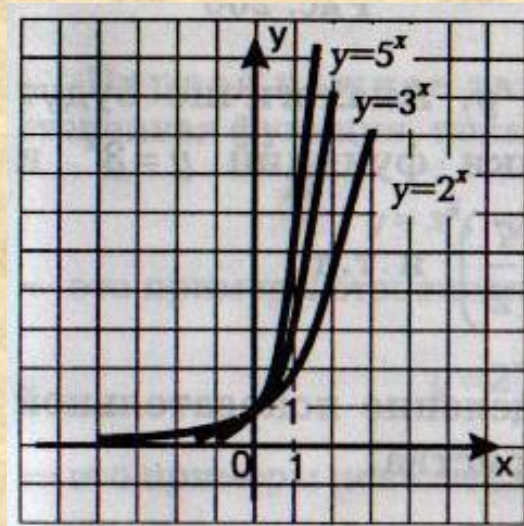
# Свойства показательной

## функции

- $D(f) = (-\infty, +\infty)$  ;
- не является ни четной, ни нечетной;
- возрастает;
- не ограничена сверху, ограничена снизу;
- не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
- непрерывна;
- $E(f) = (0, +\infty)$  ;
- выпукла вниз.

Аналогичными свойствами обладает любая функция вида

$y=a^x$ , где  $a>1$ . На рис. В одной системе координат построены графики функций  $y = 2^x, y = 3^x, y = 5^x$ .



Определение. Функцию вида  $y=a^x$ , где  $a>0$  и  $a\neq 1$ , называют показательной функцией.

*Основные свойства показательной функции  $y=a^x$*

№ п/п	$a > 1$	$0 < a < 1$
1	$D(f) = (-\infty, +\infty)$	$D(f) = (-\infty, +\infty)$
2	$E(f) = (0, +\infty)$	$E(f) = (0, +\infty)$
3	Возрастает	Убывает
4	Непрерывна	Непрерывна

График функции  $y=a^x$  для  $a>1$  изображен на рис. 1, а для  $0<a<1$  – на рис. 2.

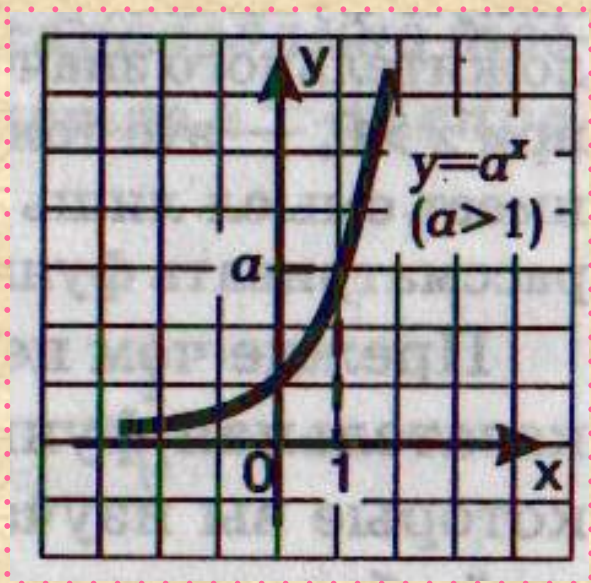


Рис.1

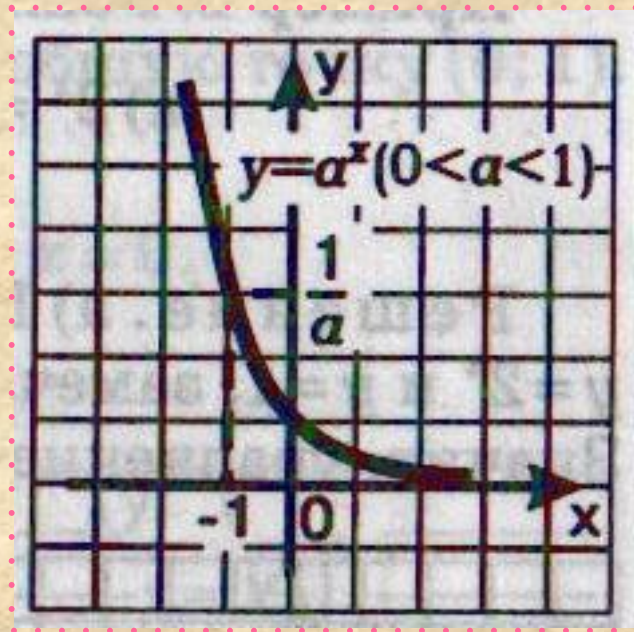


Рис. 2

**Теорема 1.** Если  $a > 1$ , то равенство  $a^t = a^s$  справедливо тогда и только тогда, когда  $t = s$ .

**Теорема 2.** Если  $a > 1$ , то неравенство  $a^x > 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x > 0$  (рис. 3), неравенство  $a^x < 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x < 0$ .

**Теорема 3.** Если  $0 < a < 1$ , то равенство  $a^t = a^s$  справедливо тогда и только тогда, когда  $t = s$ .

**Теорема 4.** Если  $0 < a < 1$ , то неравенство  $a^x > 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x < 0$  (рис. 4); неравенство  $a^x < 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x > 0$ .

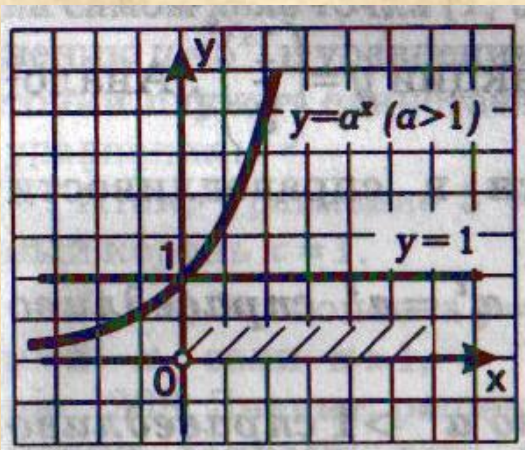


Рис.3

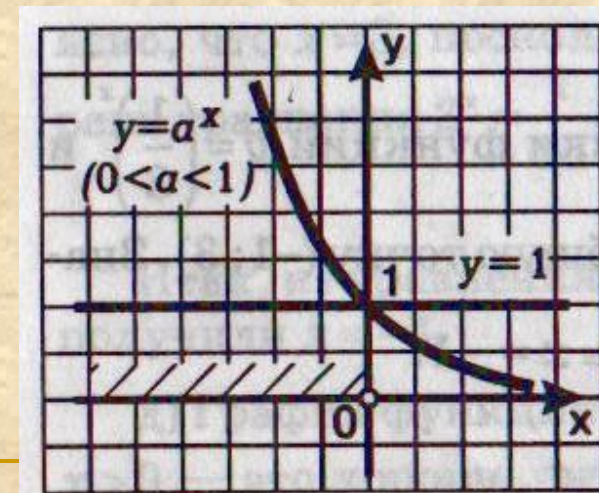


Рис.4

**Определение.** Логарифмом положительного числа  $b$  по положительному и отличному от единицы основанию  $a$  называют показатель степени, в которую нужно возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

---



# Логарифмическая функция

Рассмотрим одновременно две функции: показательную  $y=a^x$  и логарифмическую  $y=\log_a x$ .

Пусть точка  $(b,c)$  принадлежит графику функции  $y=a^x$ ; это значит, что справедливо равенство  $c=a^b$ . Перепишем это равенство «на языке логарифмов»:  $b=\log_a c$ . Последнее равенство означает, что точка  $(c,b)$  принадлежит графику функции  $y=\log_a x$ .

***Если точка  $(b,c)$  принадлежит графику функции  $y=a^x$ , то точка  $(c,b)$  принадлежит графику функции  $y=\log_a x$ .***



**График функции  $y=\log_a x$  симметричен графику функции  $y=a^x$  относительно прямой  $y=x$ .**

На рис. 5 схематически изображены графики функций  $y=a^x$  и  $y=\log_a x$  в случае, когда  $a>1$ ; на рис. 6 схематически изображены графики функций  $y=a^x$  и  $y=\log_a x$  в случае, когда  $0<a<1$ .

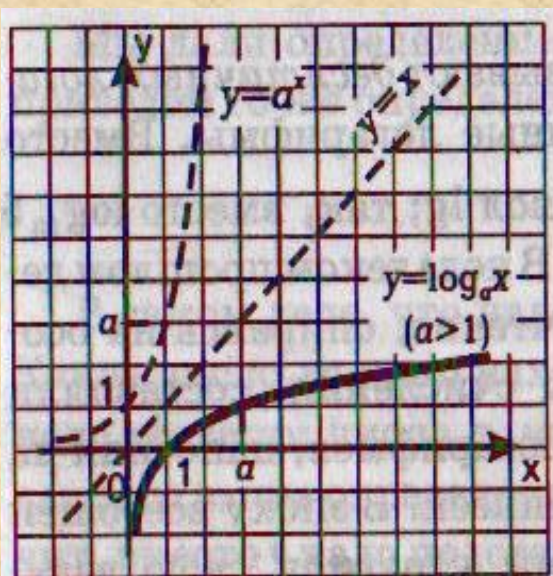


Рис. 5

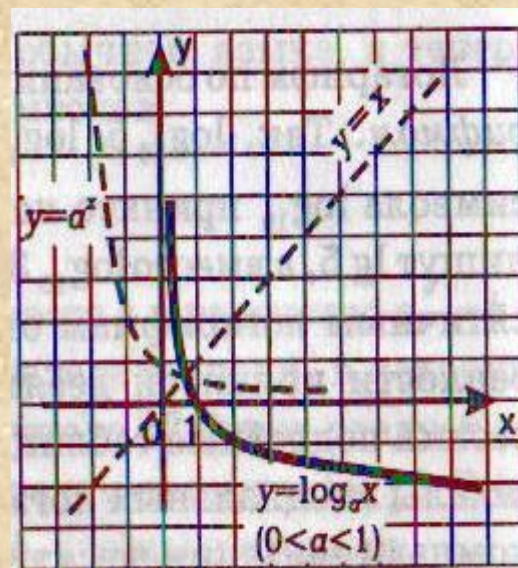


Рис. 6

# Свойства функции $y = \log_a x$ , $a > 1$

1.  $D(f) = (0, +\infty)$ ;
2. не является ни четной, ни нечетной;
3. возрастает на;
4. не ограничена сверху, не ограничена снизу;
5. не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
6. непрерывна;
7.  $E(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
8. выпукла вверх.



# Домашнее задание

а) Решить уравнение:  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$

б) Построить график функции и найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-2,2]$

$$y = 3 \cdot 3^x + 2$$

в) Решить уравнение:  $\log_{\frac{2}{5}} x = 0$

г) Найти наименьшее и наибольшее значения функций на заданном промежутке:

$$y = \lg x \quad x \in [1,1000]$$



Спасибо за внимание

