

Логарифмически-нормальное (логонормальное) распределение

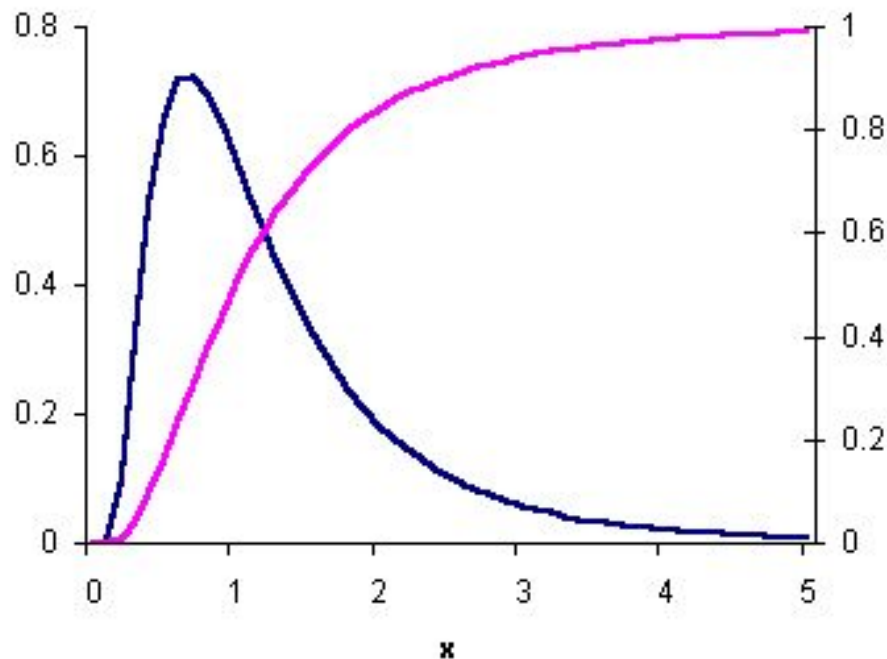
Выполнили с-ты гр. **4АМ61:**

Стрыгин К.В.

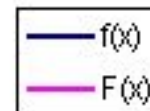
Караваяев В.Е.

Случайная величина X называется логарифмически-нормально распределенной, если ее логарифм подчинен нормальному закону распределения.

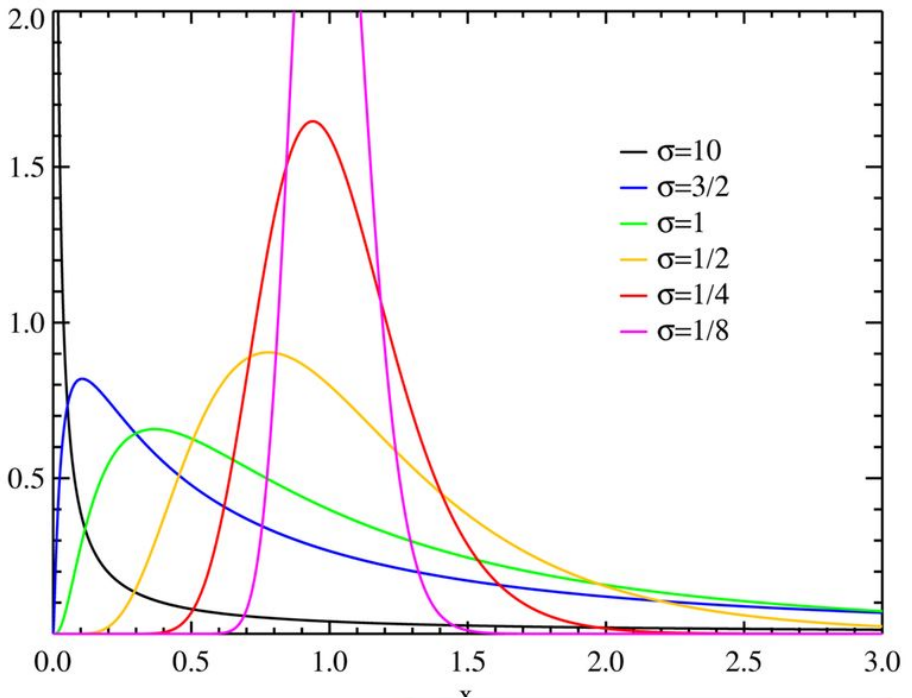
Логнормальное распределение



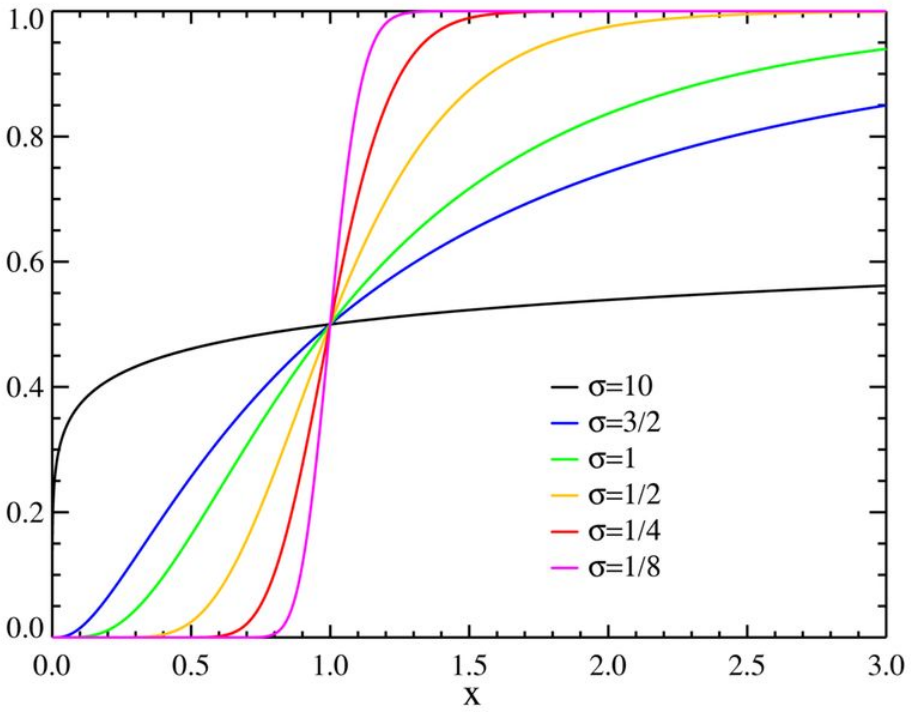
$F(x)$ – Функция распределения;
 $f(x)$ – Плотность распределения.



$f(x)$ – Плотность
распределения



$F(x)$ – Функция
распределения



, при $\mu=0$

$$\eta_1 = \eta_0 + \xi_1 * \eta_0;$$

$$\eta_2 = \eta_1 + \xi_2 * \eta_1;$$

$$\eta_N = \eta_{N-1} + \xi_N * \eta_{N-1}$$

$$\sum_i^{N-1} \left(\frac{\Delta \eta_i}{\eta_i} \right) = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N \quad (1)$$

$$\int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta}{\eta} = \ln(\eta) - \ln(\eta_0) = \ln(\eta) - \ln(a) \quad (2)$$

$\eta_0 = a$ - неслучайная
компонента исследуемого
фактора η ;

$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ - численное
выражение эффектов
воздействия упомянутых
случайных факторов

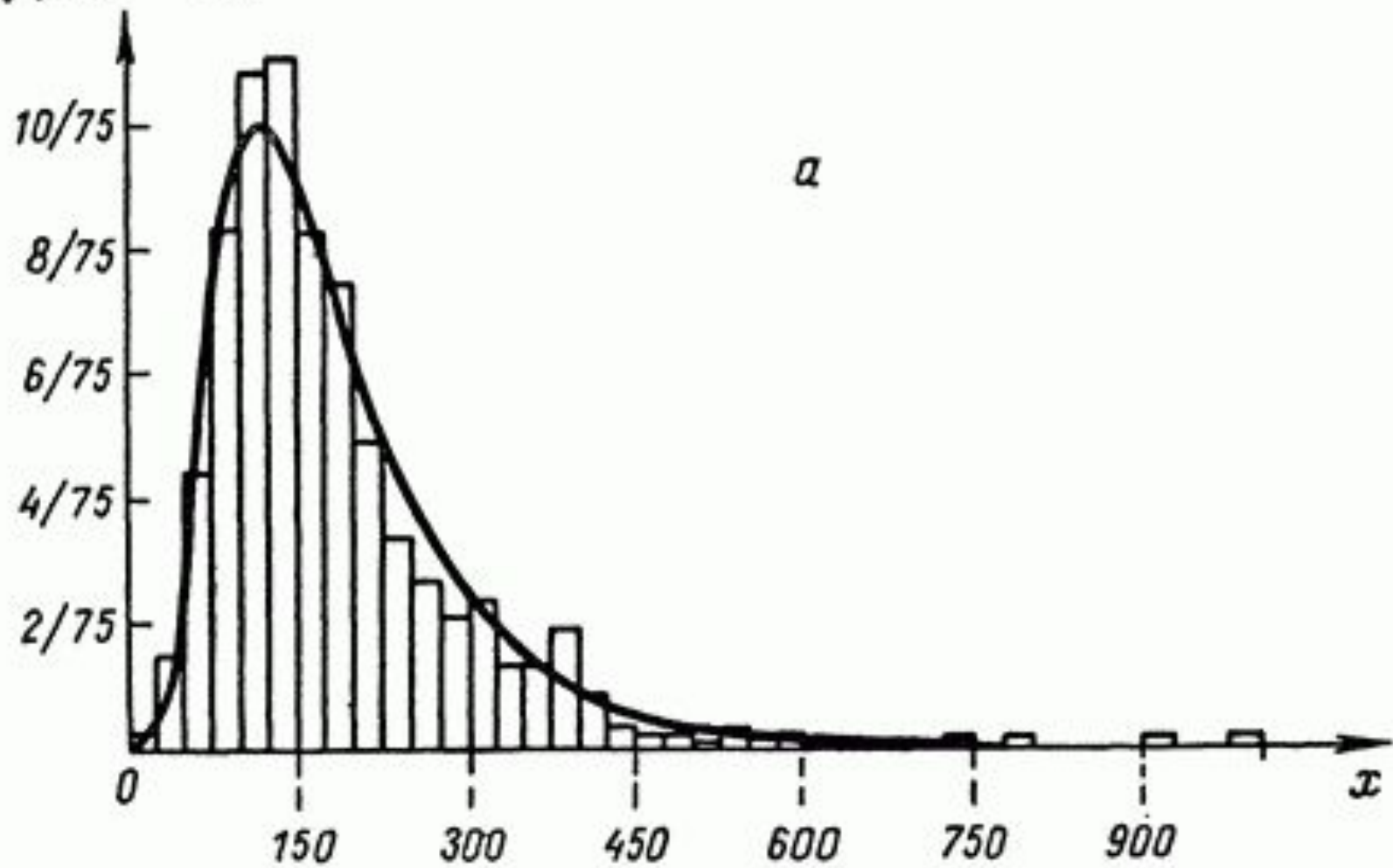
$$F_{\eta}(x) = P\{\eta < x\} = P\{\ln(\eta) < \ln(x)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot q} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln(a))}{2\sigma^2}} dt \quad (3)$$

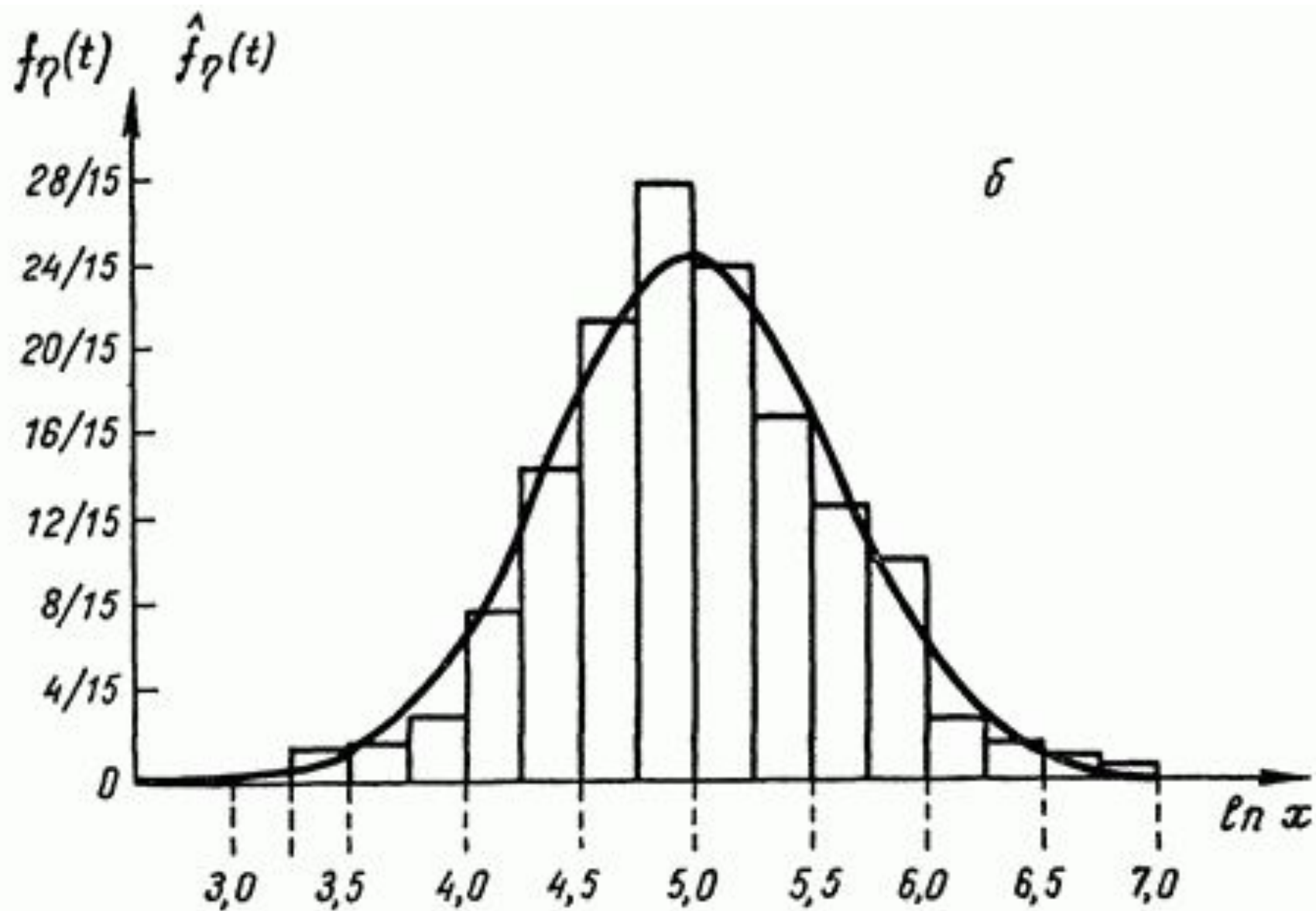
$$f_{\eta}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot q}} e^{-\frac{-(\ln(x)-\ln(a))^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

Номер интервала	Число выборочных данных	Номер интервала	Число выборочных данных
1	2	21	1
2	15	22	3
3	44	23	1
4	83	24	2
5	108	25	0
6	110	26	1
7	83	27	0
8	75	28	1
9	49	29	1
10	34	30	2
11	27	31	0
12	21	32	1
13	24	33	0
14	13	34	0
15	13	35	0
16	19	36	0
17	8	37	1
18	3	38	0
19	2	39	0
20	2	40	1

Номер интервала	Число выборочных данных
1	1
2	1
3	0
4	7
5	8
6	15
7	39
8	73
9	109
10	141
11	123
12	86
13	65
14	52
15	14
16	8
17	5
18	3

$f_{\eta}(x)$ $\hat{f}_{\eta}(x)$





Основные числовые характеристики

$$\text{Среднее } E_{\eta} = a e^{\frac{1}{2}\sigma^2};$$

$$\text{Мода } x_{mod} = a e^{-\sigma^2};$$

$$\text{Медиана } x_{med} = a;$$

$$\text{Дисперсия } D_{\eta} = E_{\eta}^2 (e^{\sigma^2} - 1) = a^2 e^{\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1);$$

$$\text{Асимметрия } \beta_1 = (e^{\sigma^2} - 1)^{\frac{1}{2}} (e^{\sigma^2} + 2);$$

$$\text{Экссесс } \beta_2 = (e^{\sigma^2} - 1)(e^{3\sigma^2} + 3e^{2\sigma^2} + 6e^{\sigma^2} + 6).$$

Список использованной литературы

- Колмогоров А. Н., О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении, «Докл. АН СССР», 1941, т. 31, в. 2, с. 99—101;
- Айвазян С. А. и др. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 471 с.
- Современные риск системы [Электронный ресурс] / А. Новоселов. – Электрон. текстовые дан. – Красноярск: 2014. – Режим доступа:
http://risktheory.novosyolov.com/distr_lognormal.htm